Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (ИТПЗ РАН)

УДК 550.311551.1 Рег. N НИОКТР 121122300163-8 Рег. N ИКРБС

> УТВЕРЖДАЮ Директор ИТПЗ РАН чл.-корр. РАН

____П.Н. Шебалин «____» ____ 2022 г.

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ (промежуточный, этап 2022 г.)

Руководитель НИР, гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук

Подпись, дата

_____ А.И.Горшков

Москва 2022

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы, гл. науч. сотр., зав. лаб. д.ф.-м.н.,

Исполнители темы

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

вед. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук

ст. науч. сотр. канд. тех. наук

ст. науч сотр. канд. физ.-мат. наук

мл. науч. сотр.

мл. науч. сотр.

Подпись, дата

А.И. Горшков (введение, разделы 1.1-1.2, заключение)

В.А. Желиговский (разделы 2.1-2.3)

О.М. Подвигина (разделы 3.1.-3.2)

Г.М. Стеблов (раздел 5)

В.П. Трубицын (раздел 1.4)

A.B. Хохлов (раздел 4)

И.А. Воробьева (раздел 1.1)

А.А. Баранов (раздел 1.5-1.6)

А.П. Кержаев (раздел 4)

И.В. Меньшова (раздел 4)

О.В. Новикова (разделы 1.1 -1.2)

Е.С. Подольская (раздел 1.3)

Р.А. Чертовских (раздел 2.1-2.3)

М.С. Гридчина (раздел 5)

А.И. Ливинский (раздел 1.3)

Подпись, дата

мл. науч. сотр. Г.Э. Мельник Подпись, дата (раздел 5) М.А. Семка мл. науч. сотр. Подпись, дата (раздел 1.3) А.В. Чуваев мл. науч. сотр. Подпись, дата (раздел 1.5) Д.С. Толмачев лаборант-исслед. (раздел 2.1) Подпись, дата Ю.Д. Юркевич лаборант-исслед. Подпись, дата (раздел 2.2)

нормоконтролер

Подпись, дата

О.В. Селюцкая

РЕФЕРАТ

Отчет 46 с., 1 кн., 24 рис., 22 источн., 1 прил. МОРФОСТРУКТУРНОЕ РАЙОНИРОВАНИЕ, МАГНИТОГИДРОДИНАМИКА, МАНТИЙНАЯ КОНВЕКЦИЯ, НАПРЯЖЕНИЯ В МАНТИИ, МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ

В 2022 г. исследования по теме включали морфоструктурное районирование внутриплитовых регионов для выявления мест возможного возникновения сильных землетрясений; выявление локальных цунамигенных источников в Греции по морфоструктурным данным; создание базы геоданных сейсмогенных узлов Черноморско-Каспийского и Итальянского регионов для ГИС; моделирование геодинамических процессов и сейсмичности; изучение глобальной циркуляции и роли мантийных плюмов в процессах переноса тепла и массы в мантии Земли; расчет напряжений в мантии и суперконтиненте в процессе суперконтинентального цикла для двумерной декартовой модели мантии; разработку сейсмогенно-триггерного механизма активизации эмиссии метана на Арктическом шельфе; решение задач магнитогидродинамики; изучение влияние луны на эволюцию оси вращения планеты; решение задач теории упругости.

.

содержание

ВВЕДЕНИЕ7
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ9
1 Морфоструктурное районирование, геодинамика, и моделирование
геодинамических процессов9
1.1 Морфоструктурное районирование внутриплитовых регионов
и места возможных землетрясений9
1.2 Локальные цунамигенные источники в Греции, выявленные по
морфоструктурным данным с помощью алгоритма распознавания образов11
1.3 Создание базы геоданных сейсмогенных узлов
Черноморско-Каспийскогои Итальянского регионов для ГИС12
1.4 Изучение глобальной циркуляции и роли мантийных плюмов
в процессах переноса тепла и массы в мантии Земли13
1.5. Напряжения в мантии и суперконтиненте в процессе
суперконтинентального цикла для двумерной декартовой модели мантии
1.6 Сейсмогенно-триггерный механизм активизации эмиссии метана
на Арктическом шельфе16
2 Проблемы магнитогидродинамики19
2.1 Генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском
слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси19
2.2 Блоховские возмущения трехмерных пространственно-периодических стационарных
магнитогидродинамических (МГД) состояний19
2.3 Разработка алгоритма решения задачи о тепловой конвекции в горизонтальном
плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной
оси, в присутствии магнитного поля
3 Математическое моделирование природных систем
3.1 Существование двумерных гетероклинические связи в обобщенной системе
Лотки-Вольтерры
3.2 Влияние луны на эволюцию оси вращения планеты: отсутствие резонансов27
4 Задачи теории упругости
5. Изучение подвижности разломов острова Сахалин по данным
спутниковой геодезии
ЗАКЛЮЧЕНИЕ
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

ПРИЛОЖЕНИЯ	A:	
Приложение А	– Публикации по теме НИР, изданные в 2022 г	44

введение

Исследования по теме в 2022 г. выполнялись в рамках приоритетных направлений, определенных Планом фундаментальных и поисковых научных исследований на 2021 - 2030 годы (Приложение 1 к Программе фундаментальных научных исследований в Российской Федерации на долгосрочный период (2021 - 2030 годы, утвержденной Распоряжением Правительства Российской Федерации от 31 декабря 2020 г. № 3684-р): 1.5.2.5. «Математическое моделирование геодинамических процессов», 1.5.1.3. «Происхождение и эволюция геомагнитного поля».

Научная новизна и актуальность проведенных исследований состоят в разработке и применении новых методов, построении новых моделей, а также в изучении не исследовавшихся ранее процессов и их взаимосвязей. В частности, исследования по морфоструктурному районированию сейсмоактивных регионов создают структурную основу для определения мест возможного возникновения сильных землетрясений. Кроме того, на основе схем морфоструктурного районирования строятся модели систем блоков и реальной геометрии разломов сейсмоактивных регионов. Численное моделирование сейсмичности, проводимое на основе таких моделей позволяет улучшать оценки сейсмической опасности. Численное моделирование мантийной конвекции является вкладом в изучение глубинных геодинамических процессов. Теоретические исследования по проблемам магнитогидродинамики актуальны и перспективны с точки зрения создания моделей происхождения и эволюции магнитного поля Земли, а также могут иметь астрофизические приложения. Разрабатываемые новые математические методы обработки и анализа геофизических данных с использованием моделирования дают возможность получения более адекватных представлений о строении и свойствах земной литосферы и ее динамики.

Работы по теме в 2022 году включали решение следующих задач.

Обобщение результатов морфоструктурного районирования и распознавания мест возможного возникновения землетрясений для трех внутриплитовых регионов: северовосток Египта, расположенного в пределах Африканской плиты, район Гуджарат на северозападе Индийского щита, Центральный Французский массив, расположенный на Западно-Европейской платформе. Распознавание локальных цунамигенных источников в Греции на основе данных морфоструктурного районирования. Создание базы геоданных сейсмогенных узлов Черноморско-Каспийского и Итальянского регионов для ГИС.

В области магнитогидродинамики были рассмотрены (1) генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси, (2) блоховские возмущения трехмерных пространственно-периодических стационарных магнитогидродинамических (МГД) состояний, (3) разработка алгоритма решения задачи о тепловой конвекции в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси, в присутствии магнитного поля.

Построены геодинамические модели для расчета напряжений в мантии и суперконтиненте в процессе суперконтинентального цикла для двумерной декартовой модели мантии. Предложен сейсмогенно-триггерный механизм активизации эмиссии метана на Арктическом шельфе его влияние на климат.

В области математического моделирования природных систем исследованы (1) существование двумерных гетероклинические связи в обобщенной системе Лотки-Вольтерры, (2) влияние луны на эволюцию оси вращения планеты: отсутствие резонансов.

Решен ряд новых задач теории упругости. В частности, впервые построено точное решение однородной краевой задачи теории упругости для тонкой прямоугольной плиты, горизонтальные стороны которой защемлены, а на двух других заданы нормальные или касательные напряжения.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1 Мофоструктурное районирование и геодинамика

Проведено обобщение исследований по применению морфоструктурного районирования для решения задач распознавания мест возможного возникновения сильных землетрясений во всех изученных ранее сейсмоактивных регионах мира [1]. Также составлен обзор по применению методики моделирования динамики блоковых структур и сейсмичности в различных регионах мира [2]. Обобщения показали важную роль обоих методологий для более адекватной оценки сейсмоопасности сейсмичных регионов. Было продолжено сотрудничество с болгарскими коллегами, в ходе которого начаты исследования по моделированию сейсмичности в Болгарском регионе.

1.1 Морфоструктурное районирование внутриплитовых регионов и места возможных землетрясений

Проведен анализ проблемы внутриплитной сейсмичности и представлены результаты наших исследований, направленных на выявление потенциальных очагов землетрясений в трех регионах, расположенных во внутриплитовых регионах. Были изучены Французский Центральный массив, расположенный в пределах Западно-Европейской платформы, район Гуджарат, расположенный на северо-западной окраине Индийского щита, и северо-восточный Египет, расположенный в северо-восточном углу Африканского континента. Эти районы отличаются различным уровнем сейсмической активности. Французский Центральный массив характеризуется самым низким уровнем сейсмичности, северо-восток Египта — сейсмичностью от низкой до умеренной, а событиями. Гуджарат умеренной с редкими сильными Использован феноменологический подход для определения возможных мест землетрясений, который основан на распознавании образов, применительно к данным морфоструктурного районирования. Во всех регионах установлена связь сильных землетрясений с морфоструктурными узлами, образующихся на пересечениях линеаментов, выделяемых морфоструктурным районированием. Узлы охарактеризованы широким набором геофизических и геологических данных, на основе которых алгоритм распознавания образов выделяет узлы, в которых могут происходить землетрясения определенной магнитуды. Оценка сейсмической опасности континентальных регионов затруднена из-за неполноты документированной сейсмичности. В такой ситуации информация о

потенциальных очагах землетрясений, определяемых с помощью алгоритмов распознавания образов по данным морфоструктурного районирования, создает основу для более адекватной оценки сейсмической опасности. Результаты морфоструктурного районирования и распознавания мест возможных землетрясений в трех внутриплитовых регионах показаны на Рис. 1-3.



Рис. 1. Схема морфоструктурного районирования региона Гуджарат, Индия.

Линиями показаны линеаменты. Толщина линий соответствует рангу линеаментов: самые толстые – первый ранг; средней толщины – второй ранг; тонкие – третий ранг. Сплошными линиями показаны продольные линеаменты, пунктирными – поперечные. Красными кружками показаны эпицентры землетрясений с $M \ge 5,0$. Арабскими цифрами обозначены номера морфоструктурных узлов.



Рис. 2. Схема морфоструктурного районирования региона Гуджарат, Индия.

Линиями показаны линеаменты. Толщина линий соответствует рангу линеаментов: самые толстые – первый ранг; средней толщины – второй ранг; тонкие – третий ранг. Сплошными линиями показаны продольные линеаменты, пунктирными – поперечные. Красными кружками показаны эпицентры землетрясений с $M \ge 5,0$. Арабскими цифрами обозначены номера морфоструктурных узлов.



Рис. 3. Схема морфоструктурного районирования северо-востока Египта.

Линиями показаны линеаменты. Толщина линий соответствует рангу линеаментов: самые толстые – первый ранг; средней толщины – второй ранг; тонкие – третий ранг. Сплошными линиями показаны продольные линеаменты, пунктирными – поперечные. Красными звездочками показаны эпицентры землетрясений с $M \ge 5,0$, синими - эпицентры с M=4.0-4.9. Круги показывают распознанные сейсмоопасные узлы, в которых возможны землетрясения M5+.

Результаты проведенного исследования представлены в статье [3].

1.2 Локальные цунамигенные источники в Греции, выявленные по морфоструктурным данным с помощью алгоритма распознавания образов

На примере Греции предложен новый подход к определению потенциальных цунамигенных источников. Установлено, что землетрясения, вызывавшие локальные цунами в Греции, связаны с морфоструктурными узлами, местоположение которых для всей территории Греции было определено в результате морфоструктурного районирования (МСР). Впервые с помощью методов распознавания образов решена задача идентификации цунамигенных узлов. Узлы региона, установленные в результате МСР, алгоритмом распознавания Кора-3 разделены на цунамигенные и не цунамигенные на основе их геоморфологических параметров. Большинство выявленных цунамигенных узлов расположено на южной оконечности полуострова Пелопонес, а также в областях Коринфского и Патрасского заливов (Рис. 4). Отдельные потенциально цунамигенные узлы выявлены на Эгейском побережье Греции в районе Малийского залива. Результаты исследования предоставляют информацию о местоположении локальных потенциально цунамигенных источников, которая необходима для практических работ по долгосрочной оценке цунамиопасности и проведения цунамирайонирования.



Рис.4. Распознанные цунамигенные узлы в Греции.

Серыми кругами отмечены цунамигенные узлы, выявленные алгоритмом распознавания Кора-3. Красные кружки – известные цунамигенные землетрясения. Линиями показаны морфоструктурные линеаменты.

Результаты проведенного исследования представлены в статье [4].

1.3 Создание базы геоданных сейсмогенных узлов Черноморско-Каспийского и Итальянского регионов для ГИС

В 2022 г. начата работа по цифровизации, визуализации и распространению среди пользователей результатов морфоструктурного районирования и определения мест возможного возникновения сильных землетрясений, полученных за длительный период в ИТПЗ РАН. С этой целью в 2022 г. была создана первая в серии ГИС-проектов ИТПЗ база геоданных сейсмогенных узлов Черноморско-Каспийского и Итальянского регионов.

База геоданных предназначена для использования в настольных (Desktop) и web-ГИС-проектах Института, доступ для внутренних и внешних пользователей осуществляется по ссылке на картографические результаты и базы данных Института:

https://www.itpz-ran.ru/ru/resultaty/maps-and-databases/.

База геоданных состоит из двух частей, представляющих результаты проектов по двум регионам – Черное и Каспийское моря (<u>https://www.itpz-ran.ru/ru/resultaty/maps-and-</u>

<u>databases/lineaments-chernomorskokaspiiskiyregion/</u>) и Италия (<u>https://www.itpz-</u> ran.ru/ru/resultaty/maps-and-databases/lineaments-italyregion/).

Тематической основой базы геоданных проекта по Италии являются результаты, опубликованные коллективом авторов:



Рис. 5. Содержание базы геоданных Черноморско-Каспийского региона (QGIS Desktop 3.16.10)

Результаты представлены в работе [5]. Получено свидетельство о регистрации базы данных №2022622354 [6].

1.4 Изучение глобальной циркуляции и роли мантийных плюмов в процессах переноса тепла и массы в мантии Земли

В 2022 г. проводились работы по построению уточненной теории изгиба литосферных плит. Самые мощные землетрясения происходят при образовании подвижек на стыке изгибающихся океанической и континентальной плиты в зонах субдукции (Рис.6).

Океанические плиты постоянно движутся к зоне субдукции и при погружении благодаря трению покоя давят горизонтально и тянут за собой вниз соприкасающийся край континентальной плиты. Этот край сжимается и одновременно постоянно со скоростью до см в год увеличивается глубина желоба. При этом упругое напряжение изгиба континентального края растет. В среднем через 100 лет оно достигает критического, возникает подвижка, трение ослабевает и континентальный край выпрямляется. На стыке плит и на склоне континентальной плиты возникают очаги землетрясений. После этого поднимается дно океана в желобе и возникает цунами. Структура зоны субдукции возвращается в прежнее состояние, и цикл повторяется.

Ранее в работах [7 и 8] было показано, изгиб края континентальной плиты подобен океанической с выгибом вверх, аналогично внешнему поднятию на дне океана. При землетрясении и выпрямлении этого края плиты, он понимается, а выгиб, наоборот, опускается. Именно в этом месте на суше происходит землетрясение (например, Фукусима). Для построения такой модели циклического изгиба края континентальной плиты необходимо построить уточненную теорию изгиба литосферных плит.



Рис. 6. Изогнутая океаническая плита и край континентальной плиты вблизи желоба. Пунктиром показан континентальный край, выпрямляющийся после землетрясения при уменьшении силы трения с погружающейся океанической плитой. Глубина желоба -W₀, угол субдукции - ϕ , внешнее поднятие (выгиб) океанической плиты -A, континентального края - В. Масштаб по вертикальной оси преувеличен.

В настоящее время расчет распределений напряжений изгиба плит проводится на основе классической теории Кирхгофа для тонких плит, критерием применимости которой является условие h/L<10. Для океанических плит толщина h =50км и длина L>1000км. Поэтому ранее сомнений о применимости теории Кирхгофа ни у кого не было. Однако в рамках работы по данной теме было показано, что, поскольку океанические плиты изгибаются вблизи зоны субдукции, то их эффективная длина порядка 200-300км. Поэтому возникла задача уточнения имеющейся теории изгиба океанических плит. Построение уточненной теории еще более необходимо для расчета изгиба более толстого и более короткого изгибающегося перед землетрясением края континентальной плиты.

В течение 2022 г проводились исследования о возможности использования теории толстых плит. Все существующие в теории упругости 3Д теории толстых плит в отличие от теории тонких плит Кирхгофа, допускающий для ряда моделей аналитические решения,

являются очень трудоемкими и имеют ограниченное применение даже в точных технических расчетах. Поэтому встает проблема построения упрощенной теории изгиба толстых плит.

В 2022 г. были исследованы возможности упрощения общей теории упругости для 2Д модели изгиба толстых плит. В настоящее время изгиб океанических плит исследуется именно для 2Д моделей, но тонких плит.

В 2022 г. было показано, что систему уравнений изгиба толстых плит можно очень сильно упростить. В результате расчет функции изгиба плит для многих моделей занимает всего несколько строк и при этом решение дает в аналитическом виде.

Проведено детальное сравнение с имеющимися тестовыми точными решениями общих уравнений упругости. Оно показало, что точность расчета изгиба плит оказывается на порядок выше по сравнению с используемой в настоящее время теорией Кирхгофа. (Результаты получены в самое последнее время и пока не опубликованы).

1.5 Напряжения в мантии и суперконтиненте в процессе суперконтинентального цикла для двумерной декартовой модели мантии

Были изучены напряжения в мантии и суперконтиненте в процессе суперконтинентального цикла для двумерной декартовой модели мантии. В данной работе были проведены расчеты вертикальных и горизонтальных напряжений для модели термохимической мантийной конвекции с фазовыми переходами и плавающими континентами. Континенты моделируются с помощью активных маркеров, имеющих дополнительную вязкость и плавучесть. Изучены разные стадии суперконтинентального цикла с точки зрения изменения напряжений в мантии и в континентах. В процессе численного моделирования суперконтинентальный цикл реализуется несколько раз. При этом время жизни суперконтинента зависит от его размера. Непосредственно перед распадом суперконтинента растягивающие горизонтальные напряжения в нем могут достигать -250 МПа. В то же время под суперконтинентом отчетливо проявляются сжимающие горизонтальные напряжения величиной 50-100 МПа. Причиной различия напряжений в суперконтиненте и подстилающей мантии является резкое различие их вязкости. В значительной части мантии надлитостатические горизонтальные напряжения находятся в пределах ±25 МПа, тогда как горизонтальные напряжения вдоль зон субдукции и континентальных окраин значительно выше. В процессе континентальных столкновений сжимающие напряжения могут достигать 130 МПа, а в пределах

субконтинентальной мантии растягивающие надлитостатические напряжения составляют около -50 МПа. Динамическая топография также отражает основные стадии суперконтинентального цикла и коррелирует с реальными значениями. Перед распадом и сразу после распада суперконтинента континенты испытывают максимальное поднятие. В суперконтинентальном цикле топографические высоты континентов обычно изменяются в интервале примерно $\pm 1,5$ км относительно среднего значения. Топографические максимумы орогенных образований высотой около 2-4 км обнаруживаются вдоль межконтинентальных коллизий, а также при взаимодействии соседних зон субдукции с континентальными окраинами (Рис. 7).



Рис. 7. Стадия сборки суперконтинента, континенты лежат на нисходящих мантийных потоках и опущены.

Результаты представлены в работе [9].

1.6 Сейсмогенно-триггерный механизм активизации эмиссии метана на Арктическом шельфе

Предлагается сейсмогенно-триггерный механизм активизации эмиссии метана на Арктическом шельфе в конце 70-х годов 20-го века, вызвавшей начало резкого потепления климата в Арктике, а также интенсивного разрушения покровно-шельфовых ледников Западной Антарктиды в конце 20-го и начале 21-го веков, сопровождаемого выделением метана из подстилающих гидратсодержащих осадочных пород и быстрым потеплением климата в Антарктиде. Данный механизм связан с действием деформационных тектонических волн в системе литосфера-астеносфера, вызванных сильнейшими землетрясениями, происходящими в наиболее близко расположенных к полярным областям зонах субдукции: Алеутской, находящейся в северной части Тихого океана, и Чилийской и Кермадек-Маккуори, юго-восточной расположенных В И юго-западной частях Тихоокеанской литосферы. А именно приход тектонической волны от сильного землетрясения приносит добавочные напряжения, которые вызывают разрушение шельфовых ледников и подлёдных газгидратов в полярных областях Земли с выделением больших объёмов метана в атмосферу, что приводит к быстрому глобальному потеплению и глобальному повышению уровня моря. Рассмотренная гипотеза приводит к выводу, что в грядущие десятилетия процессы разрушения ледников и потепления климата в Антарктиде будут нарастать из-за беспрецедентного роста числа сильнейших землетрясений в зонах субдукции юга Тихого океана в конце 20-го и начале 21-го веков. Кроме того, обсуждается возможность катастрофического сползания громадных покровных ледников Антарктиды в море (бассейн Уилкса, Восточная Антарктида) и обрушения выводного ледника Тауйетс (т.н. ледник Судного дня, Западная Антарктида) с глобальным повышением уровня моря на несколько метров за короткое время (часы, дни).

Приведенные модель (Рис. 8, 9) и расчеты показывают, что существуют естественные причины глобального потепления и вклад человечества в глобальное потепление может быть незначительным. В этом случае рушится все зеленая повестка человечества с углеродными полигонами и колоссальными вложениями в т.ч. в России в снижение выбросов углекислого газа.



Рис.8. Сейсмогенно-триггерная схема разрушения газогидратов и эмиссии метана деформационными волнами, вызванными сильнейшими землетрясениями в зоне субдукции.



Рис. 9. Схема различных стадий и режимов движения покровно-шельфовых ледников.

Результаты представлены в работе [10].

2 Проблемы магнитогидродинамики

2.1 Генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси

В 2022 г. была завершена запланированная серия вычислений, и работа по этому направлению была закончена. Новые данные не изменили предварительные выводы, полученные в 2021 г.: для возможности генерации магнитного поля существенны ограничения на течение жидкости и электрические токи, оказываемые геометрией объема жидкости с границами, обусловленными формой и размерами контейнера, в котором она содержится. Кратное увеличение горизонтальных размеров ячеек периодичности не способствует усилению генерации магнитного поля; напротив, при таком увеличении конвективное течение хаотизируется, возникают относительно короткомасштабные гидродинамические структуры, когерентность функционирования которых нарушается, в результате чего работа динамо прекращается.

2.2 Блоховские возмущения трехмерных пространственно-периодических стационарных магнитогидродинамических (МГД) состояний

В 2022 г. мы также завершили работу в этом направлении, закончив расчеты и, в частности, уточнив по их результатам графики максимальных инкрементов роста блоховских мод неустойчивости и блоховских (длинномасштабных) волновых векторов, для которых эти максимальные инкременты достигаются. Наиболее трудоемки и требуют наибольшие вычислительные ресурсы (прежде всего, время процессора) расчеты магнитных мод в окрестности точек бифуркации семейств доминирующих мод неустойчивости, отвечающих постоянным полуцелым длинномасштабным волновым векторам, в которых ответвляются семейства доминирующих мод, имеющие локально максимальные инкременты роста, иного типа. Такое ответвление найдено в расчетах, когда возмущению блоховского типа подвергаются центрально-симметричные МГД состояния. Был найден пример, когда в семействе нейтральных глобально доминирующих короткомасштабных мод такая бифуркация ответвления происходит дважды (см. рис. 10а,6).

Целью выполнения исследования была оценка физической реализуемости в естественных системах магнитного, гидродинамического и комбинированного МГД аэффекта и вихревой диффузии, основанных на разделении пространственных масштабов. Результаты завершающего этапа расчетов подтвердили наши предварительные выводы: для мод, глобально максимизирующих инкременты по длинномасштабным волновым векторам, характерно пространственное разделение масштабов, которое усиливается при увеличении параметров диффузии в диапазоне от 0.03 до 0.3, и разделение масштабов остается высоким только при относительно больших коэффициентах диффузии. Таким образом, в естественной МГД системе заданный диапазон масштабов порождает прежде всего возмущения, затрагивающие лишь умеренно большие пространственные масштабы. Длинномасштабные возмущения могут поддерживаться и расти вследствие действия указанных турбулентных механизмов, однако их рост существенной амплитуды в процессе экспоненциального роста модифицирует МГД систему еще до того, как результаты действия вихревых эффектов успевают проявиться.



Рис. 10. Графики ветвей максимальных по **q** инкрементов роста линейных возмущений (вертикальная ось) (а), и компонент и длин **q**, для которых этот максимум реализуется, (вертикальная ось) (b) как функции диффузионных коэффициентов $\eta=v$ (горизонтальная ось) в задаче линейной МГД устойчивости для модельного стационарного центрально-симметричного МГД состояния с Колмогоровским энергетическим спектром. В интервалах I и III инкременты роста глобально максимальны при q=(-1/2,0,0) и q=(0,0,1/2) соответственно, а в интервале VI глобально максимален инкремент, равный 0, для q=0. От этой ветви короткомасштабных нейтральных мод отпочковываются 2 ветви мод МГД неустойчивости, доминирующие в интервалах IV и V.

Указанное явление имеет универсальный характер: оно наблюдается в равной степени в решениях рассмотренных нами трех задач линейной устойчивости (задачи кинематического динамо, задачи гидродинамической и МГД устойчивости для

стационарных пространственно-периодических течений и МГД состояний) независимо от типа их энергетических спектров (крупные вихри в начале спектра, колмогоровский в инерционном интервале пространственных частот, или экспоненциально затухающий в диссипационном интервале).

Следовательно, полная нелинейная эволюция МГД систем состоит из каскада процессов возмущения, каждый ИЗ которых порождает несколько больший пространственный масштаб; течения или магнитные поля, характеризующиеся существенным разделением масштабов, в процессе эволюции системы не образуются. Нет оснований ожидать, что такой каскад может быть описан посредством линейных операторов - таких, как операторы α-эффекта и вихревой диффузии. Соответственно, наши результаты ставят под сомнение роль α-эффекта и вихревой диффузии, основанных на существенном разделении пространственных масштабов, как основных механизмов нестабильности или генерации магнитного поля в астрофизических объектах. Напротив, Брагинского в слабо магнитный α-эффект неосесимметричном течении, часто используемый для объяснения солнечного и геодинамо, не подвержен этому недостатку.

2.3 Разработка алгоритма решения задачи о тепловой конвекции в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси, в присутствии магнитного поля

Проводятся исследования по изучению инверсий геомагнитного поля и поиску предвестников инверсий. Для получения большого числа реализаций инверсий нами было предложено моделировать их в рамках модели конвективного динамо во вращающемся горизонтальном плоском слое жидкости. Такое моделирование мы не можем проводить, используя код, которым мы проводили вычисления в проекте *1*, по следующим причинам:

1. Для сохранения существенных свойств эволюции конвективной МГД системы, определяющей подобие модели реальному геомагнитному динамо, необходимо решать уравнения в частных производных при краевых условиях, соответствующих условиям расплава во внешнем ядре Земли:

- условие прилипания v=0 на границах слоя z=±1 для поля скорости жидкости (z - вертикальная координата);

- условия наличия диэлектрика над слоем жидкости ("в мантии") и проводника под слоем ("электропроводного внутреннего ядра") для магнитного поля.

Краевые условия, отрабатываемые существующим кодом, другие, что обеспечивает возможность использования существенно менее сложного метода дискретизации неизвестных физических полей, чем в рассматриваемой задаче, приближая их рядами Фурье по всем трем пространственным переменным.

2. Данный слой жидкости моделирует сегмент внешнего ядра Земли, локализованный на определенной широте, поэтому необходимо иметь возможность проводить расчеты при произвольном направлении оси вращения слоя. В существующем коде предусмотрено вращение только относительно вертикальной оси.

3. Как обычно, предполагается, что жидкость несжимаема, т.е. поле скорости соленоидально. Если приняты условия прилипания, то для поля скорости отсюда следует наличие четвертого независимого краевого условия $dv^z/dz=0$ при $z=\pm1$, где v^z - вертикальная компонента скорости. Это обстоятельство существенно усложняет задачу, т.к. краевых условий для неизвестной функции оказывается больше, чем позволяют "обычные" параболические уравнения в частных производных. (Математического противоречия, однако, тут не возникает, т.к. в уравнениях Навье-Стокса, управляющих течением жидкости, присутствует градиент давления, и "избыточное" краевое условие для поля скорости играет роль неявного краевого условия для давления.)

Разумеется, для решения указанной задачи предложены различные численные схемы. Известно, однако, что они страдают рядом существенных недостатков - например, хорошо известно, что так называемый т-метод неустойчив, если только интегрирование по времени выполняется с очень мелкими шагами. Эти обстоятельства потребовали разработать математически и вычислительно корректный алгоритм, что и было нами в 2022 г. сделано (разумеется, с учетом существующих подходов, использованных другими авторами, - например, с применением многочленов Чебышева для разложения полей по вертикальной координате).

Мы формулируем задачу в терминах потенциалов полоидальной и тороидальной составляющей скорости жидкости и магнитного поля. Это удобно, т.к.

1) эти потенциалы должны удовлетворять разным краевым условиям на границах слоя жидкости, что обеспечивается разложением по разным системам базисных функций,

2) это позволяет в полтора раза уменьшить размер использованной оперативной памяти компьютера.

Использовано разложение потенциалов в ряды Фурье по горизонтальным направлениям и по базисным функциям, являющимся линейными комбинациями многочленов Чебышева (включающими от двух до четырех многочленов), которые

удовлетворяют необходимым краевым условиям. Например, потенциал Т тороидальной компоненты поля скорости течения удовлетворяет на границах слоя z=±1 условиям T=0, и базисные функции для таких краевых условий имеют вид $T_n^* = T_{n+2} - T_n$ для n ≥ 0 , где $T_n = \cos(n)$ arccos x) - стандартные многочлены Чебышева; потенциал Р полоидальной компоненты поля скорости течения удовлетворяет на обеих границах слоя двум условиям P=dP/dz=0, и базисные функции для таких краевых условий имеют ВИД $T_n^{**} = (n+1)(T_{n+4} - T_{n+2}) - (n+3)(T_{n+2} - T_n)$ для $n \ge 0$. Коэффициенты разложения потенциалов по таким базисным функциям находим из системы обыкновенных дифференциальных уравнений, построенных по методу Галеркина посредством ортогонализации невязки этим же базисным функциям. Этот подход позволяет минимизировать норму невязки, что способствует устойчивости вычислительного метода.

Однако в рамках этого метода возникает сложность, связанная с тем, что базисные линейные комбинации многочленов Чебышева (в том числе, указанные выше) не ортогональны ни в одном стандартном функциональном пространстве - например, в пространстве Лебега с весом, которое естественно использовать в данном контексте. Производные коэффициентов по времени удовлетворяют системам линейных уравнений, которые надо решать на каждом шагу по времени. Матрицы этих систем ленточные, содержат от 3 до 7 (суб)диагоналей, поэтому для их численного решения применим метод прогонки.

Однако эти системы имеют специальное свойство, состоящее в том, что сумма коэффициентов каждого уравнения, кроме пары первых и пары последних, равна нулю. Для решения таких систем нами предложены специализированные методы. Мы исследовали в методических расчетах их преимущества и недостатки (в части точности вычисленных решений и эффективности, т.е. скорости решения задач) по сравнению с методом прогонки. Так, производные коэффициентов галеркинских приближений потенциалов полоидальных составляющих определяются решением системы с пятидиагональной матрицей. Наш метод позволяет вычислять решения на 5% быстрее (в смысле времени процессора), хотя при этом ошибки решения оказываются несколько выше (см. Рис. 11 и 12). Учитывая, что метод прогонки является, ввиду его эффективности и устойчивости, бессменно основным методом решения подобных задач уже 70 лет, ускорение на 5% существенно ускоряет вычисления.

Наши результаты показывают, что ни один из рассмотренных алгоритмов не "идеален". Так, мы сравнивали результаты вычисления решений 10⁶ тестовых задач определения коэффициентов линейной комбинации базисных функций T_n^{**} четырьмя



Рис. 11. Графики погрешностей (вертикальные оси) приближенных решений, вычисленных для 6 тестовых задач определения коэффициентов линейной комбинации базисных функций T_n^{**} алгоритмами прогонки (красный), обратной прогонки (зеленый), разработанного нами специализированного алгоритма (синий) и этого же алгоритма с обращением порядка нумерации уравнений и неизвестных (черный цвет, соответственно) как функции индекса коэффициента п (горизонтальные оси). M - число неизвестных коэффициентов. Сплошная линия: коэффициенты с нечетными индексами, штриховая линия: коэффициенты с четными индексами. Видно, что решения, полученные последним алгоритмом, имеют значительно большие ошибки для средних и высоких индексов п (скажем, для n>M/6), чем решения, полученные с помощью любого из трех остальных алгоритмов. Это означает, что указанный алгоритм дает приближенные решения, в которых неизвестные для промежуточных и высоких индексов п имеют большие относительные ошибки, что является неприемлемым свойством этого алгоритма.



Рис. 12. Распределение норм векторов ошибок ε_k приближенных решений, полученных для 10⁶ тестовых задач определения коэффициентов линейной комбинации базисных функций T_n^{**} алгоритмами прогонки (красный), обратной прогонки (зеленый), разработанного нами специализированного алгоритма (синий) и этого же алгоритма с обращением порядка нумерации уравнений и неизвестных (черный цвет, соответственно), относительно минимальной нормы среди 4 норм векторов ошибок, полученных 4 алгоритмами для данной задачи. Вертикальная ось: количество случаев для k-го алгоритма, когда m-1< $\|\varepsilon_k\|/\min_k\|\varepsilon_k\| \le m$ для целых m≥1. Горизонтальная ось: m. Штриховые линии насыщенных цветов: норма максимума векторов ошибок $\|\varepsilon\|=\max_n|\varepsilon_n|$, сплошные линии бледных цветов: энергетическая норма $\|\varepsilon\|=(\sum_n \varepsilon_n^2)^{1/2}$.

алгоритмами: прогонки, обратной прогонки, разработанного нами специализированного алгоритма и этого же алгоритма с обращением порядка нумерации уравнений и неизвестных (см. Рис. 12). Выяснилось, что, например, каждый из алгоритмов давал в некоторых задачах наихудший результат (вектор ошибок имеет максимальную норму). Поэтому выбор алгоритма сводится к компромиссу: наиболее точным (в частности, дающим минимальную среди 4 алгоритмов ошибку) оказывается алгоритм обратной прогонки, а самым быстрым - наш специализированный алгоритм с прямым порядком нумерации уравнений и неизвестных. Результаты опубликованы в [11].

3 Математическое моделирование природных систем

3.1 Существование двумерных гетероклинические связи в обобщенной системе Лотки-Вольтерры

Гетероклинический цикл, являющийся инвариантным множеством динамической системы, состоит из конечного числа стационарных состояний (или компактных подмножеств более общего вида, называемых узлами), и соединяющих их гетероклинических траекторий. Множество траекторий между двумя узлами называется связью. Гетероклиническая сеть - это объединение конечного числа гетероклинических циклов. Таким образом, вопрос о существовании гетероклинического цикла или сети в некоторой системе сводится к вопросу о существовании набора гетероклинических связей.

Система Лотки-Вольтерры была независимо предложена Лоткой для описания динамики химических реакций и Вольтеррой как модель взаимодействия хищник-жертва. В динамике популяций обобщенная модель Лотки-Вольтерры размерности n описывает взаимодействие n видов. Эта система часто используется в различных областях науки, например, физике, биологии или экономике.

Для случая n=2 динамика системы изучена полностью. Однако, уже при n=3 возможно достаточно сложное поведение, например, переход к хаосу с удвоением периода. В зависимости от знаков коэффициентов системы, различают несколько частных случаев систем Лотки-Вольтерры: кооперационная, конкурентная, консервативная, диссипативная, для которых были получены результаты общего вида. В частности, было показано, что в кооперационной системе, при выполнении некоторых условий, существует гетероклиническая сеть, состоящая из двумерных гетероклинических связей.

В соответствии со структурой системы, любая координатная плоскость, или пространство большей размерности, натянутое на координатные оси, является инвариантным. Рассматривается ограничение системы на координатное пространство размерности три в предположении, что: на каждой из координатных осей есть стационарное состояние, X1, X2 и X3; эти стационарные состояния устойчивы вдоль направлений, отвечающих соответствующим координатным осям; существуют гетероклинические траектории от X1 к X2 и от X1 к X3. Предположения относительно коэффициентов системы отсутствуют, т.е., она не является кооперационной или конкурентной.

Доказано, что при выполнении этих предположений фазовый портрет соответствует одному из показанных на Рис.13. А именно, (а) почти все траектории неустойчивого двумерного многообразия X1 притягиваются к X2, следовательно, существует двумерная гетероклиническая связь от X1 к X2; (b) почти все траектории неустойчивого двумерного многообразия X1 притягиваются к Х3, следовательно, существует двумерная гетероклиническая связь от X1 к X3;(с) существует стационарное состояние X4 и почти все неустойчивого двумерного многообразия X1 траектории притягиваются к Х4, следовательно, существует двумерная гетероклиническая связь от X1 к X4; (d) все траектории неустойчивого двумерного многообразия X1 уходят на бесконечность, двумерные гетероклинические связи отсутствуют; (е) существует стационарное состояние Х4 и почти все траектории неустойчивого двумерного многообразия Х1 притягиваются к Х2 или Х3, следовательно, существуют двумерные гетероклинические связи от Х1 к Х2 и от X1 к X3; (f) существуют стационарные состояния X4 и X5, и почти все траектории неустойчивого двумерного многообразия X1 притягиваются к X2 или X3, следовательно,

существуют двумерные гетероклинические связи от X1 к X2 и от X1 к X3, также существуют двумерные гетероклинические связи от X4 к X2 и X3.



Рис. 13. Фазовые портреты рассматриваемой трехмерной системы Лотки-Вольтерры.

Полученные результаты могут быть использованы для выявления двумерных гетероклинических связей в некоторой системе Лотки-Вольтерры, а следовательно, для ответа на вопрос о существовании в ней гетероклинических циклов или сетей с такими связями. Также, они позволят построить систему, в которых реализованы цикл или сеть, соответствующую произвольному заданному графу, в котором отсутствуют циклы длины один и два.

3.2 Влияние луны на эволюцию оси вращения планеты: отсутствие резонансов

Изучается вращение планеты (экзо-Земли) в системе, состоящей из звезды, спутника экзо-Земли (экзо-Луны) и нескольких планет. Экзо-Земля предполагается твердым телом, близком к сферическому, а разность между наибольшим и наименьшим главными моментами инерции является малым параметром задачи. Другие небесные тела представляют собой материальные точки. Предполагается, что орбиты небесных тел квазипериодические, а резонансы между быстрыми частотами указанных движений отсутствуют. Проведено осреднение функции Гамильтона по быстрым переменным вращательного и орбитального движений, которая содержит, помимо классических параметров, параметры Di, являющиеся функционалами на семействе орбит небесных тел, входящих в планетную систему. Для системы, состоящей из звезды и планет, переменные Di являются константами, осредненная функция Гамильтона допускает разделение переменных, и система интегрируема. При наличии спутника, параметры Di зависят от времени, и исследование вращения экзо-Земли следует проводить численно.

Угол нутации - один из углов Эйлера, описывающих ориентацию системы координат, связанную с экзо-Землей, относительно неподвижной системы координат. Под размахом колебаний угла нутации мы понимаем разность между его максимальным и минимальным значениями по времени. Мы говорим, что влияние экзо-Луны стабилизирующее, если при добавлении экзо-Луны размах колебаний угла нутации уменьшается, и дестабилизирующим, если размах колебаний увеличивается.

Аналитически показано, что влияние экзо-Луны может быть как стабилизирующим, так и дестабилизирующим. А именно, приведены примеры простых систем, в которых при добавлении спутника размах колебаний изменяется желаемым образом. Для более сложных систем численно изучена зависимость изменения размаха колебаний угла нутации экзо-Земли от эксцентриситета и больших полуосей орбит, угла наклона плоскостей орбит, а также начального значения угла нутации. Показано, что для таких систем влияние спутника также неоднозначно.

Исследовано влияние гипотетической экзо-Луны на вращение планеты в системе звезды VY Большого Пса, состоящей из звезды и двух планет, см. Рис.14. Данные о массах звезды и планет и орбитальные данные планет взяты из каталога https://exoplanets.nasa.gov/exoplanet-catalog/6987/7-canis-majoris-b/,

https://exoplanets.nasa.gov/exoplanet-catalog/7505/7-canis-majoris-c/. Как показано на Рис.15, для реальной планетной системы влияние спутника также может быть как стабилизирующим, так и дестабилизирующим.



Рис.14 Система звезды VY Большого Пса с гипотетической экзо-Луной.



Рис.15. Зависимость размаха колебаний угла нутации (вертикальная ось, рисунки (а) и (b) отвечают различным начальным значениям угла) от наклона плоскости орбиты экзо-Луны (горизонтальная ось). Черная горизонтальная линия - размах колебаний при отсутствии спутника.

Результат опубликован в [12].

4 Задачи теории упругости

1. Впервые построено точное решение однородной краевой задачи теории упругости для тонкой прямоугольной плиты, горизонтальные стороны которой защемлены, а на двух других заданы нормальные или касательные напряжения. Рассмотрена только четносимметричная деформация плиты относительно горизонтальной оси симметрии, а также четно-симметричная и нечетно-симметричная деформации относительно вертикальной оси симметрии (Рис. 16 и 17). Все решения представляются в замкнутой форме – в виде рядов по собственным функциям Папковича-Фадля. Сформулированы условия, которым должны удовлетворять граничные функции, для того чтобы решение было регулярным. В частности, если нормальные напряжения не самоуравновешены, то решение будет нерегулярным всегда, независимо от гладкости, описывающей эти напряжения функции и ее поведения в окрестности угловых точек области. Нерегулярность решения обусловлена эффектом Гиббса, который характерен и для рядов по собственным функциям Папковича-Фадля из-за равносходимости с тригонометрическими рядами. В полученных точных решениях в угловых точках нет степенной особенности для напряжений, в отличие от соответствующего решения для бесконечного клина, что продемонстрировано на примерах. Причина этого заключается в том, что угловые точки в полуполосе (прямоугольнике) устроены совсем не так, как угловая точка в бесконечном клине. То, что в точных решениях для полуполосы и прямоугольника угловая точка представляет собой бесконечно малый элемент, подобный другим точкам замкнутой области, вытекает из того, что при построении решений нужно указывать, во-первых, как граничные функции продолжаются вдоль торца за его пределы. Во-вторых, необходимо указывать, как решение через торцы продолжается в бесконечную полосу, например, из правой полуполосы в левую. Если оно продолжается с теми же граничными условиями, что и справа, то особенности в напряжениях не будет. Если же продолжение выполняется, например, в свободную полуполосу, то в этом случае будет степенная особенность в напряжениях, как раз та, что возникает в точке смены граничных условий в развернутом бесконечном клине. Полученные решения описывают, в том числе, остаточные напряжения в тонких прямоугольных плитах и те перемещения, которые возникают в результате их сброса, например, в результате образования трещин.



Рис. 16. Четно-симметричная деформация прямоугольной плиты относительно вертикальной оси симметрии.



Рис. 17. Нечетно-симметричная деформация прямоугольной плиты относительно вертикальной оси симметрии.

Результаты опубликованы в [13].

2. Построены точные решения краевых задач теории упругости для достаточно длинной тонкой прямоугольной плиты (полосы) и неограниченной плоскости с центральным разрезом, на котором задан разрыв перемещений.

В задаче для полосы рассмотрены три варианта однородных граничных условий на длинных сторонах (рис. 18 и 19): 1) свободные стороны, 2) жестко защемленные стороны, 3) на сторонах плиты имеются одинаковые ребра жесткости. Форма разрыва перемещений (эллипс) выбрана таким образом, что нормальные напряжения на оси разреза становятся постоянными (четно-симметричная деформация). Решения всех задач представляются в виде рядов по собственным функциям Папковича–Фадля, коэффициенты которых имеют вид простых интегралов Фурье от известной формы профиля разрыва. Графически проиллюстрировано влияние граничных условий на характер решения в плите. Была рассмотрена упрощенная модель подкрепленной полосы с поперечной трещиной, у которой ребра жесткости работают только на растяжение-сжатие.

Для решения задачи для плоскости с разрывом перемещений применяется метод начальных функций в пространстве преобразований Фурье. Рассмотрены четно- и нечетносимметричная деформации относительно оси трещины. Окончательные решения всех задач представляются в виде несобственных интегралов. Приведены примеры, в которых рассмотрены разрывы трех типов, отличающиеся гладкостью контура разрыва вблизи его концов. Решения получаются быстро, просто и, в отличие от классического решения, без использования теории функций комплексного переменного. Можно показать, что в первом случае, когда гладкость контура разрыва максимальна, что соответствует точке возврата, напряжения конечны при приближении к вершине разреза, во втором случае, когда кончик контура разрыва острый, напряжения имеют логарифмическую особенность, а в третьем случае, когда вершина контура разрыва имеет характер эллиптической кривой, напряжения имеют степенную особенность. Полученные решения описывают зарождение и развитие разрывов в тонких прямоугольных плитах. Сброс остаточных напряжений происходит в результате образования разрыва. Полученные решения также позволяют по форме разрыва восстановить поля остаточных напряжений, приведших к их образованию.





Рис. 18. Свободная плита с центральным разрезом.

Рис. 19. Защемленная плита с центральным разрезом.

Результаты опубликованы в [14, 15].

3. Впервые построено точное решение краевой задачи теории упругости для тонкой полубесконечной плиты со смешанными граничными условиями на ее торце. Часть торца нагружена, а на другой части граничные условия соответствуют скользящей заделке (Рис. 20). Граничные условия на длинных сторонах отвечают периодическому продолжению решения в полуплоскость, т.е. решение представляется в виде тригонометрических рядов Фурье. На примере этой задачи показана техника решения собственно-смешанных краевых задач теории упругости, когда тип граничных условий меняется на прямолинейном участке границы, а не в угловых точках. Решение основано на использовании сопряженных, в частности, сопряженных тригонометрических, рядов. Оно не сводится (как обычно) к интегральным уравнениями или к бесконечным системам алгебраических уравнений. Окончательные формулы имеют вид двойных рядов по собственным функциям краевой задачи. Аналогично решаются более сложные задачи, например, когда часть торца плиты жестко защемлена, а на другой части действуют нагрузки, когда на торце плиты имеются одномерные упругие накладки, через которые передается нагрузка, и т.д.

Метод применим для любых однородных граничных условий на длинных сторонах плиты (свободные стороны, жестко защемленные и т.д.). В общем случае вместо тригонометрических функций в представлении решений будут фигурировать собственные функции Папковича–Фадля. В частности, рассмотрен случай, когда длинные стороны плиты свободны, а торец жестко защемлен. Установлено, что в этом случае напряжения не

имеют интегрируемой степенной особенности в заделке, как это считается в некоторых работах с приближенными решениями, но в них есть логарифмическая особенность.

Полученный результат может быть полезен при численном моделировании НДС литосферных плит в окрестности угловых точек границы, т.к. в действительности нет необходимости использовать конечно-элементные решения, в которые «вшиты» особые конечные элементы со степенной особенностью, поскольку такой особенности фактически нет.



Рис. 20. Полубесконечная плита со смешанными граничными условиями на ее торце.

Результат представлен на международных конференциях [16 и 17].

4. Впервые построено точное решение неоднородной задачи для достаточно длинной тонкой плиты со свободными противоположными сторонами. Внешняя нагрузка действует внутри плиты в направлении вертикальной оси (четно-симметричная деформация) (Рис. 21). Решение неоднородной задачи в плите впервые строится с использованием так называемого соотношения ортогональности Папковича, что быстро приводит к цели. Это решение представляется в виде рядов по собственным функциям Папковича-Фадля. Соотношение ортогональности Папковича остается справедливым и для других типов однородных граничных условий, в частности, когда стороны плиты жестко защемлены. Поэтому рассмотренным методом можно находить простые точные решения для широкого круга неоднородных краевых задач с различными однородными граничными условиями. Эти решения также будут представляться рядами по собственным функциям Папковича-Фадля, соответствующими рассматриваемым однородным граничным условиям. Полученное решение описывает, в том числе, остаточные напряжения в тонких прямоугольных плитах с учетом массовых сил и те перемещения, которые возникают в результате их сброса с образованием разрывов.



Рис. 21. Плита со свободными длинными сторонами под действием внешней нагрузки.

По результатам исследования был сделан доклад на международной конференции [18].

5 Исследование подвижности разломов острова Сахалин по данным спутниковой геодезии

Подвижность активных разломов в сейсмоопасных регионах представляет собой один из ключевых факторов, определяющих напряженно-деформированное состояние таких регионов. Моделирование деформаций земной коры в окрестности подвижных разломов позволяет оценить интенсивность накопления сейсмогенных напряжений, а также локализацию возможных очагов землетрясений. Для моделирования движений по разломам широко применяются спутниковые геодезические системы, которые позволяют при наличии развитой сети наземных наблюдений ГНСС оценивать региональную разломноблоковую кинематику. На острове Сахалин в последние годы развивается система регулярных наблюдений ГНСС. Систематизация всех имеющихся наблюдений ГНСС в 2022 г. позволила составить обновленное, более общее представление о движениях на межплитовой границе, простирающейся вдоль острова Сахалин, согласно современным представлениям о конфигурации плит в данном регионе. Основой для выбора конфигурации границ блоков и параметров их движения послужила глобальная модель движения литосферных плит NNR-MORVEL56 [19].

Набор измерений глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС) (Рис. 22) включал 23 пункта Северо-Сахалинского геодинамического полигона (ССГДП), 1 постоянно действующий пункт IGS – YSSK, расположенный в г. Южно-Сахалинске, 9 пунктов, опубликованных ранее в [20].



Рис. 22. Объединенный набор исходных данных ГНСС: желтые – пункты ССГДП; зеленые – данные из [20]; красный – пункт IGS

Вычисленные с помощью линейной регрессии горизонтальные скорости смещения наблюдательных пунктов в международной системе координат IGS14 представлены на Рис.23а. Для острова Сахалин ближайшую наиболее определенную отсчетную основу представляет Северо-Американская плита (NA) (Рис. 23б). Этот набор трансформированных скоростей принят за исходный для моделирования движений на контакте плит.



Рис. 23. Горизонтальные скорости смещения координат пунктов: а) в международной системе координат IGS14; б) относительно блока NA по модели NNR-MORVEL56

Для моделирования движений по разлому был применен распространенный подход, состоящий в аппроксимации контактной поверхности конечным покрытием непересекающихся элементов с последующим суммированием вклада каждого элемента в итоговые смещения в окружающей области. Результаты моделирования представлены на Рис. 24.



Рис. 24. Распределение сцепления на контакте плит, полученное при уточнении векторов Эйлера блоков, с механизмами и очаговыми зонами крупнейших землетрясений.

Наибольшая величина сцепления на рассматриваемом участке межблоковой границы, в основном, характерна для глубин 20-30км. Локализация очагов двух сильнейших на Сахалине за последние 3 десятилетия сейсмических событий (показанные черным пунктиром на Рис. 24), Нефтегорское (1995 г., Mw =70)) и Углегорское (2000 г., моментная магнитуда Mw =6.8) показывает их близкое расположение к зонам максимального сцепления с высокоградиентными пространственными вариациями сцепления.

В ходе исследования подвижности разломов острова Сахалин смоделировано распределение сцепления на контакте плит, согласующееся с наблюдаемыми скоростями смещения пунктов на земной поверхности при одновременном уточнении кинематики смежных литосферных блоков, что позволяет интерполировать движения земной поверхности в регионе с опорой на построенную модель глубинного распределения. При этом модельные построения сопоставлены с локализацией очагов Нефтегорского и Углегорского землетрясений, что приводит к предварительным выводам о возможности оценивать сейсмогенный потенциал отдельных сегментов подвижных разломов острова. Результаты исследования были представлены на конференциях [21-22].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные по теме исследования являются вкладом мирового уровня в решение рассмотренных проблем геофизики и геодинамики. Полученные результаты опубликованы в ведущих российских и международных журналах.

Морфоструктурное районирование (МСР) внутриплитовых областей показало, что МСР изначально разработанное для выявления высокосейсмичных мест в тектонически подвижных областях, применимо для идентификации потенцильно сейсмичных мест во внутриплитовых регионах, характеризующихся меньшим уровнем тектонических деформаций.

На основе данных морфоструктурного районирования Греции решена задача распознавания локальных цунамигенных источников. Этот подход может быть применен для проведения цунамирайонирования в цунамиопасных областях.

Проведены расчеты вертикальных и горизонтальных напряжений для модели термохимической мантийной конвекции с фазовыми переходами и плавающими континентами. Изучены разные стадии суперконтинентального цикла с точки зрения изменения напряжений в мантии и в континентах. Показано, что время жизни суперконтинента зависит от его размера.

Построены геодинамические модели для расчета напряжений в мантии и суперконтиненте в процессе суперконтинентального цикла для двумерной декартовой модели мантии. Предложен сейсмогенно-триггерный механизм активизации эмиссии метана на Арктическом шельфе и рассмотрено его влияние на климат.

В исследованиях по магнитогидродинамике получены новые результаты по проблемам генерации магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси, блоховских возмущений трехмерных пространственно-периодических стационарных магнитогидродинамических (МГД) состояний. Разработан алгоритма решения задачи о тепловой конвекции в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси, в присутствии магнитного поля. Алгоритм позволяет значительно быстрее вычислять такие решения по сравнению с другими подобными методами.

Получены новые теоретические результаты по влиянию луны на эволюцию оси вращения планеты. Аналитически показано, что влияние экзо-Луны может быть как стабилизирующим, так и дестабилизирующим. Приведены примеры простых систем, в

которых при добавлении спутника размах колебаний изменяется желаемым образом. Для более сложных систем численно изучена зависимость изменения размаха колебаний угла нутации экзо-Земли от эксцентриситета и больших полуосей орбит, угла наклона плоскостей орбит, а также начального значения угла нутации.

Доказано существование двумерных гетероклинических связей в обобщенной системе Лотки-Вольтерры. Эти результаты могут быть использованы для выявления двумерных гетероклинических связей в некоторой системе Лотки-Вольтерры, а следовательно, для ответа на вопрос о существовании в ней гетероклинических циклов или сетей с такими связями.

Решены новые задачи теории упругости. В частности, впервые построено точное решение краевой задачи теории упругости для тонкой полубесконечной плиты со смешанными граничными условиями на ее торце. Также впервые построено точное решение неоднородной задачи для достаточно длинной тонкой плиты со свободными противоположными сторонами.

В ходе исследования подвижности разломов острова Сахалин смоделировано распределение сцепления на контакте плит, согласующееся с наблюдаемыми скоростями смещения пунктов на земной поверхности. Показано, что результаты моделирования могут быть для оценки сейсмогенного потенциала отдельных сегментов подвижных разломов острова.

По результатам выполненных исследований опубликовано 16 статей в рецензируемых журналах, а также сделано 10 докладов на международных и российских научных конференциях. Получено свидетельство о государственной регистрации базы данных.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Gorshkov A., and Soloviev A. (2022). Morphostructural zoning for identifying earthquakeprone areas. In: Earthquakes and sustainable infrastructure: Neodeterministic (NDSHA) approach guarantees prevention rather than cure. (Eds Panza, G.F., Kossobokov, V.G., Laor, E., De Vivo, B.) Elsevier

2. Soloviev A.(2022). Modeling the block-and-fault structure dynamics with application to studying seismicity and geodynamics. In: Earthquakes and sustainable infrastructure: Neodeterministic (NDSHA) approach guarantees prevention rather than cure. (Eds Panza, G.F., Kossobokov, V.G., Laor, E., De Vivo, B.) Elsevier.

3. Gorshkov A., Hassan H.M., Mandal P., Novikova O. Identifying Potential Earthquake Sources in Continental Environments // Surveys in Geophysics. 2022. V. 43. № 2. P. 529-559. DOI:10.1007/s10712-021-09683-z.

4. Novikova O.V., Gorshkov A.I. Local tsunamigenic sources in Greece, identified by pattern recognition // Natural Hazards. 2022. V. 113. № 2. P. 1335-1348. DOI:10.1007/s11069-022-05349-0.

5. Podolskaia E., Nekrasova A., Prokhorova T., Trubenkov A., Selyutskaya O. Web-gis projects at the Institute of Earthquake prediction theory and mathematical geophysics, Russian Academy of Sciences (IEPT RAS) // e-Proceedings of 8th Conference on Cartography and GIS. V. 2. Sofia: Bulgarian CartographicAssociation, 2022. P. 237-243.

6. Подольская Е.С., Горшков А.И., Новикова О.В., Трубенков А.В. База геоданных сейсмогенных узлов Черноморско-Каспийского и Итальянского регионов для ГИС. Свидетельство о государственной регистрации базы данных № 2022622354. 2022.

7. Трубицын В.П. Модель Японского землетрясения2011г. (М=9.0) //Геофизические процессы и биосфера. 2011. Т. 10, № 3, с. 5–19.

8. Трубицын В.П. Изгибные деформации плит в моделях сильных субдукционных землетрясений //Физика Земли 2012. № 2, с. 3-13.

9. Bobrov A., Baranov A., Tenzer R. Evolution of stress fields during the supercontinent cycle. Geodesy and Geodynamics. 2022. 13(4),. 363-375. DOI:10.1016/j.geog.2022.01.004.

10. Lobkovsky L.I., Baranov A.A., Ramazanov M.M., Vladimirova I.S., Gabsatarov Y.V., Semiletov I.P., Alekseev D.A. Trigger Mechanisms of Gas Hydrate Decomposition, Methane Emissions, and Glacier Breakups in Polar Regions as a Result of Tectonic Wave Deformation. Geosciences. 2022, 12(10). Article 372. DOI:10.3390/geosciences12100372.

11. Jeyabalan S.R., Chertovskih R., Gama S., Zheligovsky V. Nonlinear large-scale perturbations of steady thermal convective dynamo regimes in a plane layer of electrically conducting fluid rotating about the vertical axis. Mathematics, 10, 2022, 2957, https://doi.org/10.3390/math10162957.

12. Podvigina O.M., Krasilnikov P.S. Impact of a moon on the evolution of a planet's rotation axis: a non-resonant case // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2022. V. 134. Article 21. DOI:10.1007/s10569-022-10077-5.

13. Kovalenko M.D, Menshova I.V, Kerzhaev A.P, Yu G. Exact solutions of the theory of elasticity for a clamped rectangle // Mathematics and Mechanics of Solids. 2022. V. 27. № 12. P. 2551-2566. DOI:10.1177/10812865221075360.

14. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. A temperature problem for a square: An exact solution // Mathematics and Mechanics of Solids. 2022. V. 27. № 2. P. 250-261. DOI:10.1177/10812865211020496.

15. Кержаев А.П., Меньшова И.В., Никитин А.В., Самсонов А.М. Метод начальных функций и интегральное преобразование Фурье в задаче для плоскости с разрывами перемещений // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2022. № 1 (51). С. 96-109. DOI:10.37972/chgpu.2022.51.1.009.

16. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G., Zeng X. A mixed boundary value problem of the theory of elasticity for a half-strip // AIP Conference Proceedings. 2022. V. 2522. Article 060008. DOI:10.1063/5.0100767.

17. Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В. Разложения по функциям Папковича– Фадля в задаче для полуполосы с защемленным торцом // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2022. С. 194-196.

18. Власов Д.А., Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В. Неоднородная задача для упругой полосы и ее обобщения // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2022. С. 179-181.

19. Argus D.F., Gordon R.G., DeMets C. Geologically current motion of 56 plates relative to the no-net-rotation reference frame // Geochemistry, Geophisics, Geosystems. -2011. - 12(11). - DOI:10.1029/2011gc003751.

20. Apel E.V., Burgmann R., Steblov G., Vasilenko N., King R., Prytkov A. Independent active microplate tectonics of northeast Asia from GPS velocities and block modeling // Geophysical Research Letters. – 2006. – 33(11). – DOI:10.1029/2006GL026077.

21. Милюков В.К., Миронов А.П., Овсюченко А.Н., Горбатиков А.В., Ларьков А.С., Стеблов Г.М. Современная геодинамика Кавказа по ГНСС наблюдениям // Современные методы обработки и интерпретации сейсмологических данных. Тезисы XVI Международной сейсмологической школы / Отв. ред. А.А. Маловичко. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2022. С. 58.

22. Сдельникова И.А., Стеблов Г.М., Саяпина А.А. Перспективы развития Северо-Кавказского регионального геодинамического полигона // Современные методы обработки и интерпретации сейсмологических данных. Тезисы XVI Международной сейсмологической школы / Отв. ред. А.А.Маловичко. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2022. С. 82.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Публикации по теме НИР «НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ», изданные в 2022 г.

1. Podvigina O.M., Krasilnikov P.S. Impact of a moon on the evolution of a planet's rotation axis: a non-resonant case // Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2022. V. 134. Article 21. DOI:10.1007/s10569-022-10077-5.

2. Kovalenko M.D, Menshova I.V, Kerzhaev A.P, Yu G. Exact solutions of the theory of elasticity for a clamped rectangle // Mathematics and Mechanics of Solids. 2022. V. 27. № 12. P. 2551-2566. DOI:10.1177/10812865221075360.

3. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. A temperature problem for a square: An exact solution // Mathematics and Mechanics of Solids. 2022. V. 27. № 2. P. 250-261. DOI:10.1177/10812865211020496.

4. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. A strip with constant stresses on the cut: exact solutions // ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 2022. V. 102. № 10. Article e202100431. DOI:10.1002/zamm.202100431.

5. Кержаев А.П., Меньшова И.В., Никитин А.В., Самсонов А.М. Метод начальных функций и интегральное преобразование Фурье в задаче для плоскости с разрывами перемещений // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. 2022. № 1 (51). С. 96-109. DOI:10.37972/chgpu.2022.51.1.009.

6. Bobrov A., Baranov A., Tenzer R. Evolution of stress fields during the supercontinent cycle // Geodesy and Geodynamics. 2022. V. 13. № 4. P. 363-375. DOI:10.1016/j.geog.2022.01.004.

7. Gorshkov A., Hassan H.M., Mandal P., Novikova O. Identifying Potential Earthquake Sources in Continental Environments // Surveys in Geophysics. 2022. V. 43. № 2. P. 529-559. DOI:10.1007/s10712-021-09683-z.

8. Novikova O.V., Gorshkov A.I. Local tsunamigenic sources in Greece, identified by pattern recognition // Natural Hazards. 2022. V. 113. № 2. P. 1335-1348. DOI:10.1007/s11069-022-05349-0.

9. Lobkovsky L.I., Baranov A.A., Ramazanov M.M., Vladimirova I.S., Gabsatarov Y.V., Semiletov I.P., Alekseev D.A. Trigger Mechanisms of Gas Hydrate Decomposition, Methane Emissions, and Glacier Breakups in Polar Regions as a Result of Tectonic Wave Deformation // Geosciences. 2022. V. 12. № 10. Article 372. DOI:10.3390/geosciences12100372.

10. Короткий А.И., Цепелев И.А., Исмаил-Заде А.Т. Ассимиляция данных о свободной поверхности потока жидкости для нахождения ее вязкости // Труды Института математики и механики УрО РАН. 2022. Т. 28. № 2. С. 143-157. DOI:10.21538/0134-4889-2022-28-2-143-157.

11. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G., Zeng X. A mixed boundary value problem of the theory of elasticity for a half-strip // AIP Conference Proceedings. 2022. V. 2522. Article 060008. DOI:10.1063/5.0100767.

12. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Shulyakovskaya T.D. Exact and beam solutions for a narrow clamped rectangle // Journal of Physics. 2022. V. 231. Article 012027. DOI:10.1088/1742-6596/2231/1/012027.

13. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. Examples of exact solutions to boundary value problems of the theory of elasticity for a truncated wedge // Journal of Physics, 2022. V. 2231. Article 012011. DOI:10.1088/1742-6596/2231/1/012011.

14. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. Expansions in Papkovich– Fadleeigen functions in the polar coordinate system // AIP Conference Proceedings. 2022. V. 2522. Article 060007. DOI:10.1063/5.0100780.

15. Gorshkov A., Soloviev A. Morphostructural zoning for identifying earthquakeprone areas // Earthquakes and Sustainable Infrastructure: Neodeterministic (NDSHA) Approach Guarantees Prevention Rather Than Cure / G. Panza, V.G. Kossobokov, E. Laor, B. DeVivo (Eds.). (1st ed., pp. 637). Elsevier, 2022. Chapter 7. P. 135-149. DOI:10.1016/B978-0-12-823503-4.00009-9.

16. Soloviev A. Modeling the block-and-fault structure dynamics with application to studying seismicity and geodynamics // Earthquakes and Sustainable Infrastructure: Neodeterministic (NDSHA) Approach Guarantees Prevention Rather Than Cure / G. Panza, V.G. Kossobokov, E. Laor, B. DeVivo (Eds.). (1st ed., pp. 637). Elsevier, 2022. Chapter 6. P. 113-133. DOI:10.1016/B978-0-12-823503-4.00004-X.

Материалы конференций

1. Podolskaia E., Nekrasova A., Prokhorova T., Trubenkov A., Selyutskaya O. Webgis projects at the Institute of Earthquake prediction theory and mathematical geophysics, Russian Academy of Sciences (IEPT RAS) // e-Proceedings of 8th Conference on Cartography and GIS. V. 2. Sofia: Bulgarian CartographicAssociation, 2022. P. 237-243.ISSN: 1314-0604.

2. Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В. Разложения по функциям Папковича–Фадля в задаче для полуполосы с защемленным торцом // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2022. С. 194-196.

3. Власов Д.А., Кержаев А.П., Коваленко М.Д., Меньшова И.В. Неоднородная задача для упругой полосы и ее обобщения // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI'2022), 4–13 сентября 2022 г., Алушта. М.: Изд-во МАИ, 2022. С. 179-181.

4. Qimeng Shi, Pengfei Song, Zhiwen Tan, Qiong Qiu, Hao Liu, Bin Peng, Alexander P. Kerzhaev, Guangming Yu, Ze Chen, Mikhail D. Kovalenko, Gang Li, Binghong Shi, Irina V. Menshova. GA-BP neural network prediction model for tunneling speed of shield machine with composite formation dual mode (TBM-EPB) // CIUP '22: Proceedings of the 2022 International Conference on Computational Infrastructure and Urban Planning, June 2022, pp. 1–4. DOI:10.1145/3546632.3546633https://doi.org/10.1145/3546632.3546633.

5. Gorshkov A., Vorobieva I., Mandal P., Novikova O. Potential earthquake locations in India determined by pattern recognition and seismicity modeling. India - Russia Scientific Webinar on "Seismology: Monitoring and Forecasting", 30 June, 2022.

6. Dimitrova S., Vorobieva I., Gorshkov A., Dimova L., Raykova R. (2022) Modeling of seismicity on the territory of Bulgaria // XXII International Congress of the Carpathian-Balkan Geological Association (CBGA), Plovdiv, Bulgaria, 7–11 September 2022, Abstracts. P. 178.

7. Dimova L., Gorshkov A., Novikova O., Dimitrova S., Raykova R. Seismogenic nodes in the Bulgarian territory, defined by pattern recognition // EGU General Assembly 2022,

Vienna, Austria, 23–27 May 2022. EGU22-11461. DOI:10.5194/egusphere-egu22-11461 https://doi.org/10.5194/egusphere-egu22-1146.

8. Баранов А.А., Бобров А.М., Чуваев А.В. Глубочайшие впадины на суше — новые данные и возможный механизм их образования // Тектоника и геодинамика Земной коры и мантии: фундаментальные проблемы-2022. Материалы LIII Тектонического совещания. Т. 1. М.: ГЕОС, 2022. С. 40-43. https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48036803.

9. Милюков В.К., Миронов А.П., Овсюченко А.Н., Горбатиков А.В., Ларьков А.С., Стеблов Г.М. Современная геодинамика Кавказа по ГНСС наблюдениям // Современные методы обработки и интерпретации сейсмологических данных. Тезисы XVI Международной сейсмологической школы / Отв. ред. А.А. Маловичко. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2022. С. 58.

10. Сдельникова И.А., Стеблов Г.М., Саяпина А.А. Перспективы развития Северо-Кавказского регионального геодинамического полигона // Современные методы обработки и интерпретации сейсмологических данных. Тезисы XVI Международной сейсмологической школы / Отв. ред. А.А. Маловичко. Обнинск: ФИЦ ЕГС РАН, 2022. С. 82.