Министерство науки и высшего образования Российской Федерации ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК (ИТПЗ РАН)

УДК 550.311551.1

Рег. № НИОКТР АААА-А19-119011490131-3

УТВЕРЖДАЮ Директор ИТПЗ РАН чл.-корр. РАН _____П.Н. Шебалин «____» ____ 2020 г.

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ «НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ» (промежуточный, этап 2020 г.)

Руководитель НИР, гл. науч. сотр., зав. лаб. докт. физ.-мат. наук _

____ А.И.Горшков

Подпись, дата

Москва, 2020 г.

СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы, гл. науч. сотр., зав. лаб., д.ф.-м.н.,

Подпись, дата

Исполнители темы

ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук

вед. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

ст. науч. сотр. канд. физ-мат. наук

ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук

ст.науч.сотр. канд. физ.-мат. наук

ст.науч.сотр. канд. физ.-мат. наук

ст.науч.сотр. канд. физ.-мат. наук

мл. науч. сотр.

вед.науч.сотр. канд.физ.-мат.наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук Подпись, дата

А.И. Горшков (введение, разделы 1.1-1.2, заключение)

И.А. Воробьева (раздел 1.4)

В.А.Желиговский (разделы 2.1, 2.3)

О.М.Подвигина (разделы 2.1-2.3)

М.Д.Коваленко (разделы 6)

А.Т.Исмаил-Заде (раздел 1.1, 1.3)

В.П.Трубицын (раздел 1.5)

А.В.Хохлов (раздел 3)

А.А.Баранов (раздел 1.6)

О.В.Новикова (разделы 1.2)

А.П.Кержаев (раздел 3)

И.В.Меньшова (раздел 3)

Р.А.Чертовских (раздел 2.1)

А.И.Ливинский (раздел 1.2)

М.Г.Шнирман (раздел 3)

Р.Г.Новиков (раздел 3) вед. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

Подпись, дата

ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук

гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук

мл. науч. сотр.

Подпись, дата

Подпись, дата

Подпись, дата

Нормоконтролер

Подпись, дата

А.Б. Шаповал (раздел 3)

Е.М. Блантер (раздел 3)

В.Г. Кособоков (раздел 1.7)

> М.А. Семка (раздел 1.2)

О.В. Селюцкая

РЕФЕРАТ

Отчет 32 с., 1 кн., 14 рис., 20 источн., 1 прил.

.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БЛОКОВЫХ СТРУКТУР, МОРФОСТРУКТУРНОЕ РАЙОНИРОВАНИЕ, КИНЕМАТИЧЕСКОЕ ДИНАМО, МАНТИЙНАЯ КОНВЕКЦИЯ, ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

Исследования, проводимые по теме в 2020 г., включали моделирование геодинамических процессов и сейсмичности; обобщение моделей геодинамики Кавказа; построение блоковая модели динамики литосферы Индо-Бирманской дуги; проведение морфоструктурного районирования материковой Греции; расчеты изгибных напряжений и деформаций в океанических плитах; построение мгновенной трехмерной модели мантии Земли на основе данных сейсмической томографии; анализ тектонических режимов и напряжений в сейсмической зоне Вранча (Румыния); изучение реакции литосферы Земли долговременную периодическую гравитационную нагрузку; исследования на кинематического динамо и идеальной магнитогидродинамики; решения прямых и обратных задач, в частности, в области гелиосейсмологии; разработку нового метода оценки изменений глобального уровня моря на масштабах в 50-100 лет.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	.6
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ	.8
1. Геодинамика и моделирование геодинамических процессов	8
1.1. Обобщение современных представлений о геодинамике Кавказа	.7
1.2. Морфоструктурное (MCP) районирование Эллинид	7
1.3. Тектонические режимы и напряжения в сейсмической зоне Вранча	11
1.4. Моделирование динамики коровых блоков и сейсмичности Индо-	
Бирманской дуги	11
1.5. Расчеты изгибных напряжений и деформаций в океанических плитах	13
1.6. Построение мгновенной трехмерной модели мантии Земли на основе	
данных сейсмической томографии	14
1.7. Реакция литосферы Земли на долговременную периодическую	
гравитационную нагрузку	15
2. Проблемы магнитогидродинамики	18
2.1. Кинематическое динамо	18
2.2. Идеальная магнитогидродинамика	.22
2.3. Изучение гетероклинических сетей	.22
3. Прямые и обратные задачи	.22
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	.25
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	.27
ПРИЛОЖЕНИЯ:	
Приложение А – Публикации по теме НИР, изданные в 2020 г	.29

введение

Исследования по теме выполнялись в рамках направлений фундаментальных исследований 136 "Катастрофические эндогенные и экзогенные процессы, включая экстремальные изменения космической погоды: проблемы прогноза и снижения уровня негативных последствий" и 138 "Научные основы разработки методов, технологий и средств исследования поверхности и недр Земли, атмосферы, включая ионосферу и магнитосферу Земли, гидросферы и криосферы; численное моделирование И геоинформатика (инфраструктура пространственных данных и ГИС-технологии" Раздела IX "Науки Земле" Программы фундаментальных научных 0 исследований государственных академий наук на 2013-2020 годы.

Научная новизна и актуальность предлагаемых исследований состоят в разработке и применении новых методов, построении новых моделей и изучении ранее не В исследованных процессов. частности, построение схем морфоструктурного районирования создает основу для последующего определения мест возможного возникновения сильных землетрясений. С помощью схем морфоструктурного выполняется построение моделей систем блоков районирования И разломов сейсмоактивных регионов, а результаты численного моделирования динамики этих систем и возникающей при этом сейсмичности в дополнение к анализу данных о реальной сейсмичности могут обеспечить лучшую оценку сейсмической опасности. Численное моделирование мантийной конвекции является вкладом в изучение глубинных геодинамических процессов. Теоретические исследования по проблемам магнитогидродинамики актуальны и перспективны не только с точки зрения создания моделей происхождения и эволюции магнитного поля Земли, но и могут иметь астрофизические приложения. Разрабатываемые новые математические методы обработки и анализа геофизических данных с использованием моделирования дают возможность получения более адекватных представлений о строении Земли и вносят вклад в развитие гелиосейсмологии.

Работы по теме в 2020 году включали решение следующих задач.

Определение с помощью морфоструктурного районирования линеаментноблокового строения и морфоструктурных узлов горной системы Эллинид для решения задачи распознавания мест возможного возникновения землетрясений с М7+.

Моделирование блоковой динамики и сейсмичности Индо-Бирманской дуги с использованием нелинейной реологической модели разломов, что позволяет на новом уровне проводить оценку сейсмоопасности региона.

Построение мгновенной трехмерной модели мантии Земли на основе данных сейсмической томографии и Расчеты изгибных напряжений и деформаций в океанических плитах.

Статистическая проверка гипотез о влиянии и связи долговременной гравитационной нагрузки на литосферу на возникновение сильных землетрясений.

В области магнитогидродинамики рассмотрены (1) кинематическая генерация пространственно-периодическим течением электропроводной жидкости магнитных мод вида произведения трехмерного поля, имеющего такую же периодичность, на гармонику Фурье с произвольным постоянным волновым вектором q; (2) решения уравнений идеальной магнитогидродинамики в ряд Тейлора; (3) разработка доказательств достаточных условий асимптотической устойчивости для некоторого класса (т.н., acnetworks) гетероклинических сетей в Rⁿ.

ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

1. Геодинамика и моделирование геодинамических процессов

1.1. Обобщение современных представлений о геодинамике Кавказа

Будучи частью продолжающегося континентального столкновения между Аравийской и Евразийской плитами, Кавказский регион характеризуется умеренной и сильной сейсмичностью. В работе [9], выполненной большим международным коллективом авторов с участием сотрудников ИТПЗ РАН, были обобщены современные представления о геологии, геологической истории и геодинамике Кавказа и его окрестностей. Рассмотрены проблемы палеозойско-палеогеновой и постколлизионной эволюции, а также современные деформации Кавказа. Представлены и проаналированы данные о магматизме и тепловом потоке, активной тектонике и тектонических напряжениях, вызванных континентальной коллизией. Обсуждаются гравитационные модели, разработанные для Кавказа, связывающие их специфические особенности с региональной системой разломов, и последние геодезических исследования, связанных с региональными движениями. Анализируется региональная сейсмичность с акцентом на подкоровую сейсмичность под северными предгорьями Большого Кавказа. Недавние сейсмические томографические исследования свидетельствуют в пользу отрыва литосферного корня под Малым и Большим Кавказом. Знание геодинамики, сейсмичности и напряженного режима в Кавказском регионе помогает в оценке сейсмической опасности и риска. Был проведен обзор моделирования землетрясений и исследований сейсмической обеспечивающих глубинными опасности, СВЯЗЬ между геодинамическими И поверхностными процессами. В работе исследуются существующие пробелы в современных научных знаниях Кавказского региона и предлагаются пути решения задач, которые позволят улучшить понимание тектонической эволюции, активной тектоники, геодинамики, коровой и глубокой сейсмичности и поверхностных проявлений динамики литосферы. Выполненное исследование стало итогом долговременного и плодотворного международного сотрудничества, проводимого ИТПЗ РАН.

1.2. Морфоструктурное (МСР) районирование Эллинид

В статье [1] представлены результаты МСР Эллинид. МСР основано на представлении о иерархическом блоковом строении земной коры, которое обуславливает возникновение сейсмичности за счет взаимодействия блоков. На схемах МСР

определяются блоки трех иерархических уровней. Низший уровень (третий ранг) состоит из блоков, для которых характерны близкие значения информативных признаков рельефа (уровень высот и ориентация линейных форм рельефа). Границы блоков проводятся там, где резко и существенно меняется значение хотя бы одного признака. Блоки объединяются в мегаблоки, представляющие второй уровень иерархии. Если значения информативных признаков от одного блока к другому изменяются монотонно, то границы мегаблоков проводятся там, где монотонность нарушается. Самая крупная единица районирования первого ранга– горная страна – территория единого облика рельефа и одного типа процесса горообразования. Линеаменту присваивается высший ранг морфоструктур, которые он разделяет.

Современные структура и конфигурация горного пояса Эллинид создана сложным взаимодействием Африканской плиты с Евразийской и расположенными между ними Адриатической, Эгейской и Анатолийской микроплитами. Горное сооружение Эллинид простирается в крутом северо-западном направлении вдоль берегов Ионического моря. Эллиниды разделяют на северные, представленные горами Пиндос, и южные, занимающие полуостров Пелопоннес (Рис. 1). Они разделены Коринфским заливом, заполняющем зону молодого четвертичного рифта. В восточном направлении горные хребты северных Эллинид (Внешние Эллиниды) резко снижаются, замещаясь разрозненными невысокими хребтами, которые чередуются с внутригорными и прибрежными впадинами. Структурно эти области пониженного рельефа относятся к Внутренним Эллинидам, простирающимся в восточном направлении до Эгейского моря.

Линеаменты первого ранга отделяют горную страну Эллинид от прилегающих крупномасштабных геоструктур первого ранга. На западе, востоке и юге линеаменты первого ранга отделяют горное сооружение Эллинид от глубоководных впадин Ионического, Эгейского и Критского морей, соответственно (Рис.1). Зоны этих линеаментов трассируются вдоль континентального склона и включают крупные тектонические разломы. Линеаменты второго ранга ограничивают территориальные единицы второго ранга – мегаблоки. Разделение горной страны на мегаблоки обусловлено отмеченными выше особенностями рельефа Эллинид. Выделено пять мегаблоков I - V (Рис.1), которые различаются уровнем высот и простиранием составляющих их крупных элементов рельефа. Мегаблоки I (горы Пиндос) и IV (хребты Пелопоннеса) выделены в пределах Внешней зоны Эллинид. В мегаблоке I преобладают линейно вытянутые хребты север-северо-западного простирания, а в мегаблоке



Рисунок 1. Схема морфоструктурного районирования Эллинид.

Линиями показаны линеаменты. Толщина линий соответствует рангу линеаментов: самые толстые – первый ранг; средней толщины – второй ранг; тонкие – третий ранг. Сплошными линиями показаны продольные линеаменты, пунктирными – поперечные. Темными кружками показаны эпицентры землетрясений с $M \ge 7,0$ после 1900 г., светлыми - эпицентры землетрясений с $M \ge 7,0$ до 1900 г. Темные и светлые квадратики обозначают эпицетры землетрясений с $6,0 \le M < 6.99$ после и до 1900г., соответственно. I – V номера мегаблоков. 1 – 149 номера пересечений линеаментов.

простирание хребтов Пелопонесса становится близ меридиональным. Мегаблоки II, III и V, характеризующиеся пониженным рельефом, выделены в зоне Внутренних Эллинид. Мегаблок III включает обширную межгорную впадину Лариса. Мегаблок V (Пелопоннес) отделен от остальных мегаблоков поперечным линеаментом 2-го ранга, который трассируется по наиболее тектонически активному южному борту Коринфского залива. Продольные линеаменты 2-го ранга 10-53 и 51-96 (Рис. 1) отделяют мегаблоки Внешних Эллинид (I и IV) от мегаблоков Внутренних Эллинид (II, III и IV).

Линеаменты третьего ранга являются границами блоков. Они маркируют места резких изменений высоты и простирания крупных элементов рельефа. Определена

достаточно плотная сеть поперечных линеаментов 3-го ранга северо-восточного и близширотного простирания, которые секут доминирующее север-северо-западное простирание горных хребтов Эллинид (Рис. 1). Это согласуется с геологическими данными о широком распространении в регионе «анти-эллинидских» разломных дислокаций. В результате МСР выделено 139 пересечений линеаментов, которые были затем рассмотрены в качестве объектов распознавания, поскольку коровые землетрясения $M \ge 7,0$ приурочены к местам пересечения линеаментов (Рис. 1).

1.3. Тектонические режимы и напряжения в сейсмической зоне Вранча

В сейсмической зоне Вранча (Румыния) с целью изучения процессов генерации землетрясений и их связи с деформацией литосферы, были оценены параметры очагов землетрясений за период с 2014 по 2020 г., а также определено поле напряжений с помощью инверсии фокального механизма и неконтролируемого машинного обучения. В пределах земной коры максимальное горизонтальное напряжение согласуется с кинематикой поверхностных разломов и геодезическими данными о горизонтальных скоростях плит. Внутри сейсмогенного тела, расположенного на мантийных глубинах, доминируют вертикальные напряжения сжатия. Полученные коэффициенты напряжений оказались небольшими: около 0.2 для мантийных землетрясений с Mw>4 и около 0.4 для Mw<4. Это противоречит предположению о хрупком разрушении. Показано, что коэффициенты повышенное давление порового флюида снижает напряжений. Следовательно дегидратационное охрупчивание может способствовать возникновению сейсмичности на средних глубинах в плите Вранча. Сравнение с сейсмической томографией и исследованиями анизотропии показывает высокую корреляцию между горизонтальных напряжений сейсмической направлениями максимальных И анизотропией, особенно ниже глубин 130 км. Это позволяет предполагать, что окружающий мантийный поток также может способствовать накоплению напряжений в плите, обуславливающих ее сейсмический потенциал. Результаты проведенного исследования представлены в статье [17].

1.4. Моделирование динамики коровых блоков и сейсмичности Индо-Бирманской дуги

Индо-Бирманская дуга представляет собой границу между Индийской и Бирманской плитами. Относительное движение плит имеет существенную сдвиговую компоненту, поэтому неясно, происходит ли субдукция до сих пор. Данные GPS указывают на сближение со скоростью 13-17 мм/год вдоль субгоризонтального раздела Индийской и Бирманской плит, в то время как сдвиги происходит на нескольких субвертикальных разломах, что соответствует закономерностям разделения деформаций в зонах субдукции. Данные сейсмической истории региона обрывочны и недостаточны для того, чтобы оценить возможность сильных землетрясений на Индо-Бирманскоом мегатрасте. Использована блоковая модель динамики литосферы, которая позволяет моделировать одновременно медленные тектонические движения и землетрясения. Показано, что модель сцепленного мегатраста предпочтительнее, так как она лучше воспроизводит наблюдаемые тектонические скорости. Интегральные характеристики сейсмичности, синтетической такие как магнитудно-частотное распределение землетрясений и уровень сейсмической активности, соответствуют особенностями наблюдаемой сейсмичности. Моделирование свидетельствуют о том, что мегатраст сцеплен и может порождать сильные землетрясения с магнитудой более 8, с длительным периодом повторения, превышающим тысячу лет. Основные результаты показаны на Рис. 1.





А) – карта эпицентров: сильнейшие землетрясения с М≥8.0 (красные звездочки) смоделированы в зоне субдукции. Типичные механизмы очагов синтетических землетрясений показаны на каждом сегменте. В) Графики повторяемости модельной и наблюдаемой сейсмичности, нормированные на время. С) временная последовательность модельных землетрясений с М≥6.0, среднее время повторяемости событий с М≥8.0 превышает тысячу лет. Максимальная магнитуда М=8.4 на южном сегменте. Магнитуда мульти-сегментных землетрясений достигает 8.7 (отмечены стрелками на панели С), их зона разрыва отмечена красным на панели А), такие события могут быть моделью землетрясения Аракан 1762г. с макросейсмической интенсивностью XI.

По результатам исследований подготовлена статья:

Vorobieva I., Gorshkov A, Prantik Mandal P. Is Indo-Burman megathrust capable of great earthquakes? Results from the Block-and-Fault Dynamics Modeling.

1.5. Расчеты изгибных напряжений и деформаций в океанических плитах Сильные и частые землетрясения происходят на стыках океанических и континентальных плит в зонах субдукции при достижении критических деформаций сдвига. В нашей стране исторически деформации и напряжения изучаются в основном в континентах. Однако необходимо знать напряжения и в океанических плитах. При этом их расчет облегчен тем, что форма поверхности изгибно деформированной плиты уже известна по данным топографии дна океана. Рассмотрено современное состояние теории изгибных напряжений в океанических плитах и в уточненной постановке рассчитано распределение напряжений в Японской плите. Были найдены зоны пластической деформации, где рассчитанное напряжение превосходит предел прочности пород. В дальнейшем предполагается исследовать корреляции областей рассчитанных аномальных деформаций с расположением очагов внутриплитных землетрясений, являющихся форшоковыми и афтершоковыми для основных сильных субдукционных землетрясений



Рисунок 3. Изгибы океанической плиты W(x) вблизи желоба.

Толщина плиты и масштаб по вертикальной оси преувеличен. При длине плиты в несколько сотен км. глубина желоба W₀ составляет несколько км, высота внешнего поднятия W_b несколько сот метров, а типичный угол субдукции β₀ на дне желоба всего

несколько градусов. В желобе на торец плиты действуют горизонтальная сила сжатия N_0 , вертикальная сила V_0 и толщиной h_e . Фиолетовым – зона растяжений с хрупкой пластичностью, красным - зона сжатия с пластическим течением. Выделена область плиты, ограниченная двумя сечениями A и B. Правый торец B области находится в зоне с чисто упругой деформацией, а левый A- уже в зонах разной реологии. Стрелками показаны упругие напряжения $\sigma_{xx}(x,z)$, приложенные к торцам выделенной части плиты. h^M и h^m – эффективные упругие толщины правой и левой частей плиты относительно внешнего поднятия.

Результаты опубликованы в [3].

1.6. Построение мгновенной трехмерной модели мантии Земли на основе данных сейсмической томографии

Использована методика обработки геофизических данных в модели облачных технологий, позволяющих повысить эффективность вычислительных ресурсов за счет их Была решена задача численного виртуализации и обеспечения эластичности. моделирования сферической мантийной конвекции на основе данных сейсмической томографии. Уравнение Стокса решается методом конечных элементов с помощью программного кода CitcomS. Определена структура мантийных течений в современной Земле. Установлено, что под континентами кроме Восточной Африки, Юго-Восточной и Восточной Азии, и Западной Антарктиды находятся нисходящие мантийные потоки и отрицательные аномалии температуры. Нисходящий мантийный поток под Евразией и восходящий поток под Арктикой, толкают Северную Евразию на юг, порождая напряжения в коре и процессы горообразование внутри Евразии. Еще один мощный нисходящий мантийный поток возникает между Америками в Карибской зоне субдукции. Древние кратоны характеризуются холодными областями мантии под ними. Под Восточной Африкой находится положительная температурная аномалия и восходящий мантийный поток, ответственный за систему рифтов на поверхности африканского континента. Похожая аномалия обнаруживается и в районе Байкальской рифтовой зоны. Глобальный восходящий поток находится под Тихим океаном.



Рисунок 4. Распределение логарифма вязкости и скоростей в мантии в сечении Земли по 110 и 290 градусу восточной долготы.

Результаты исследования изложены в статье [2].

1.7. Реакция литосферы Земли на долговременную периодическую гравитационную нагрузку

Проблема предпочтительных времен сейсмической активности остается в значительной степени, не решенной со статистической точки зрения, хотя обширная литература о потенциальном влиянии приливных сил на возникновение землетрясения существует и продолжают увеличиваться. В этой связи в работе [12] были проанализированы гипотезы о предпочтительных днях для землетрясений, с помощью непараметрических статистических тестов.

Для проверки гипотез о днях, благоприятных для землетрясений, были использовали два непараметрических метода: критерий Колмогорова-Смирнова [11, 20] и критерий Кюйпера [10]. Эти тесты согласия не делают никаких предположений о распределении данных и, следовательно, обычно считаются наиболее полезными методами для сравнения двух выборок. Оба теста тесно связаны; однако инвариантность относительно циклических преобразований делает критерий Кюйпера особенно ценным, если наблюдения представляют собой точки на окружности.

Существующие данные о времени возникновения землетрясений с магнитудой М≥7.5 во всем мире, основанные на каталогах землетрясений, не позволяют отвергнуть нулевую гипотезу о случайном совпадении в любое время земного или лунного циклов. В

частности, непараметрическая статистика критерия Кюйпера для циклических вариаций, применяемая к эмпирическим распределениям времени возникновения землетрясения с М≥7.5 по дате (JD) и фазе Луны (MP), не позволяет отвергнуть нулевые гипотезы равномерного распределения в соответствующие циклы. С другой стороны, тот же самый тест Кюйпера позволяет отвергнуть нулевые гипотезы одинаковой вероятности возникновения на любую дату JD или фазу MP для сильных землетрясений с магнитудой М≥6.0, по крайней мере, в течение последних четырех десятилетий предположительно лучшего определения параметров землетрясений (в частности, для землетрясений в Северном полушарии с явной сезонной вариацией). Статистика непараметрического двух выборочного теста Колмогорова – Смирнова предполагает отсутствие предпочтительных расстояний до Луны при возникновении сильных землетрясений (Рис. 5).



Рисунок 5. Верхний ряд слева: эмпирический cdf'sFn (x) для 951 года (x = JD) времен возникновения землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 от NOAA, 115-2018 (синий) и 453 землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 от USGS ANSS, 1900-2018 (жирный красный). Верхний ряд справа: отклонение cdf от равномерного распределения, D (x) = Fn (x) - x / 366, для 951 землетрясения из NOAA6 115-2018 (синий) и 453 землетрясений из USGS ANSS, 1900-2018 (красный). Нижний ряд слева: эмпирический cdf'sFn (x) для фазы Луны (x = MP) для 914 землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 от NOAA, 115-2018 (синий) и 453 землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 от NOAA, 115-2018 (синий) и 453 голь и и 453 землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 от NOAA, 115-2018 (синий) и 453 землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 от NOAA, 115-2018 (синий) и 453 землетрясений с магнитудой M \geq 7,5 из USGS ANSS, 1900-2018 (жирный красный). Нижний ряд справа: отклонение cdf фазы Луны от равномерного распределения, D (x) = Fn (x) - x / 29,53 (в среднем), для 951 землетрясения от NOAA, 115-2018 (синий) и 453

землетрясений от USGS. AHCC, 1900-2018 (красный). Эмпирические кумулятивные функции распределения (cdf's) JD и MP точно следуют диагоналям равномерных распределений.



Рисунок. 6. Отклонение D cdf JD от равномерного распределения для основных шоков магнитудой 6,0 или более из Глобальной базы данных гипоцентров USGS / NEIC, 1900-2017 гг. Примечание: все глобальные события - жирная синяя линия; все события в Южном полушарии - фиолетовая линия; все события в Северном полушарии - морская зеленая линия (явная сезонная закономерность - подъем от минимума 27 февраля до максимума 10 июля); события 1975-2017 гг. - красная линия; события 1900-1974 гг. - зеленая линия.



Рисунок 7. Отклонение эмпирической cdf расстояния до Луны (абсцисса, в Mkm = 106 км) от модели равномерного распределения для времен возникновения землетрясений с M ≥ 7,5 из каталогов NOAA (красный) и ANSS (зеленый), землетрясения с M ≥ 6.0

(фиолетовый) и основные толчки (синий) от GHDB, а также суточное расстояние до Луны по закону Кеплера (оранжевый), все в 1900-2018 гг.

Полученные результаты строгой статистической проверки гипотез (Рис. 5-7) безусловно важны для лучшего понимания сложной сейсмической реакции литосферы Земли на долговременную периодическую гравитационную нагрузку. В работе сделаны следующие выводы:

• влияние положения Земли относительно Солнца или Луны на возникновение землетрясений является сложным и вряд ли может вызвать самые большие землетрясения в мире (M≥7,5);

• однако значительная часть сильных землетрясений с М≥6 может быть связана с земными приливами, хотя и сложным образом;

• причем сезонная изменчивость очевидна в Северном полушарии;

• нет предпочтительного для землетрясений расстояния до Луны.

2. Проблемы магнитогидродинамики

2.1 Кинематическое динамо

В работе [5] рассмотрена кинематическая генерация пространственнопериодическим течением электропроводной жидкости магнитных мод Блоховского типа вида произведения трехмерного поля, имеющего такую же периодичность, на гармонику Фурье с произвольным постоянным волновым вектором **q**. Проведены расчеты магнитных мод с максимальным по **q** инкрементом роста γ для модельного течения общего вида (в таких течениях присутствует магнитный α-эффект) и для центрально-симметричного модельного течения (в таких течениях α -эффект отсутствует, но в течении присутствует отрицательная магнитная вихревая диффузия, также именуемая β-эффект). Показано, что магнитные моды с максимальным по q инкрементом роста характеризуются слабым разделением пространственных масштабов. Этот результат, по-видимому, означает, что, вопреки общепринятой точке зрения, указанные эффекты (как правило, ассоциирующиеся с существенным разделением масштабов) не могут считаться основными механизмами генерации космических магнитных полей; по-видимому, реальные природные механизмы характеризуются иерархией масштабов, течение жидкости данного масштаба генерирует поля несколько большего масштаба, а из-за нелинейности происходит взаимодействие процессов на всех масштабах, составляющих иерархию. Рисунки 8-13 иллюстрируют полученные результаты.



Рисунок 8. Изоповерхности плотности кинетической энергии модельного течения общего вида на уровне 50% от максимальной плотности. Изображен один куб периодичности течения.



Рисунок 9. Максимальный по **q** инкремент роста магнитных мод Υ (вертикальная ось) (а) для модельного течения общего вида и волновой вектор **q** (вертикальная ось) (б), для которого достигается max_q Υ , как функции молекулярной магнитной диффузии | (горизонтальная ось). Точки показывают вычисленные величины max_q Υ (а). Сплошная линия: |**q**|, штриховые: *q_n*, длина штриха увеличивается с индексом n (б).



Рисунок 10. Изоповерхности инкремента Υ в пространстве волновых векторов **q** для модельного течения общего вида для молекулярной магнитной диффузии |=0.1 на уровнях 25%, 50%, 75% и 90% от max_q Υ .



Рисунок 11. Изоповерхности плотности кинетической энергии центральносимметричного модельного течения на уровне 60% от максимальной плотности. Изображен один куб периодичности течения.



Рисунок 12. Максимальный по **q** инкремент роста магнитных мод g (вертикальная ось) (а) для центрально-симметричного модельного течения и волновой вектор **q** (вертикальная ось) (б), для которого достигается $\max_{\mathbf{q}} \Upsilon$, как функции молекулярной магнитной диффузии h (горизонтальная ось). Точки показывают вычисленные величины $\max_{\mathbf{q}} \Upsilon$ (а). Локальные максимумы Υ достигаются при **q**=0 (правая ветвь, пунктир, нейтральные моды), **q**=(0,1/2,0) (средняя ветвь, штриховая линия), для левой ветви (сплошная линия) соответствующие **q** изображены на графиках (б): сплошная линия: |**q**|, штриховые: *q_n*, длина штриха увеличивается с индексом n (б).



Рисунок 13. Изоповерхности инкремента роста Υ магнитных мод в пространстве волновых векторов **q** для центрально-симметричного модельного течения общего вида для молекулярной магнитной диффузии | =0.1 на уровнях 25%, 50%, 75% и 90% от max_q Υ .

2.2. Идеальная магнитогидродинамика

Доказано, что, если начальные скорость течения жидкости и магнитное поле аналитические функции пространственных переменных, то решение системы трехмерных уравнений идеальной магнитогидродинамики аналитично по пространственным переменным и времени на некотором временном интервале строго положительной длины. С использованием свойства вмороженности магнитного поля построены разложения решения в лагранжевых координатах в ряды Тейлора по времени. Для их коэффициентов выведены рекуррентные соотношения. Эти результаты положены в основу алгоритмов численного интегрирования рассматриваемой системы уравнений по времени. Показана принципиальная применимость Лагранжева алгоритма. В решении наблюдается меньших размерностей. Уже при t≈1.5 использованное образование структур пространственное разрешение 256³ гармоник Фурье оказывается недостаточным, и на изоповерхностях появляется численная "рябь". Результаты изложены в работе [4].

2.3. Изучение гетероклинических сетей

Предложена классификация и доказаны достаточные условия асимптотической устойчивости для некоторого класса (т.н., ac-networks) гетероклинических сетей в Rⁿ, существующих в эквивариантных (симметричных) системах с группой симметрий, порождаемой симметриями изменения знака одной из пространственных координат. Найдены все возможные типы графов, отвечающие таким сетям. Условия асимптотической устойчивости имеют вид неравенств зависящих от собственных значений оператора линеаризации И применимы к более общему классу гетероклинических сетей, чем рассмотренные (ac-networks), при выполнении условий теорем. Результаты исследования представлены в статье [16].

3. Прямые и обратные задачи

• В работе [7] установлено, что акустические параметры Солнца могут быть определены по оптическим наблюдениям с солнечных спутников. Более точно, в рамках сферической модели показано, что наблюдения на двух высотах над фотосферой и на двух частотах выше акустической частоты среза однозначно определяют такие акустические параметры Солнца, как скорость звука, плотность и коэффициент поглощения (Рис. 14). Проведено численное моделирование, которое подтверждает этот теоретический результат.



Рисунок 14. Акустическое поле Солнца.

• В работах [6, 14, 15] продолжены исследования по обратной задаче рассеяния без фазовой информации. Такие задачи наиболее важны, когда в качестве зондирующего инструмента используются элементарные частицы (например, рентгеновские фотоны).

• В работе [13] предложен новый тип сверх-явных асимптотических формул для решения некоторых прямых и обратных задач рассеяния. Этот подход демонстрируется на примере нахождения дальнего рассеянного поля при фиксированных частоте и направлениях по п замерам волнового поля в относительной близости от рассеивающего объекта. Результаты используют, в частности, теорию матриц Вандермонда.

• В работе [18] разработан новый метод оценки изменений глобального уровня моря на масштабах в 50-100 лет. Как известно, изменения уровня моря, вычисленные в разных точках пространства существенно неоднородны. Поэтому мы используем медиану локальных по пространству изменений уровня моря для построения их среднего. Предложена процедура корректной обработки тяжелых «хвостов». Использование нашего подхода даёт оценку изменений глобального уровня моря в 1.7-1.9 мм/год за последние 60-70 лет.

• В работе [19] установлена близость двух процедур восстановления связи между полярными магнитными полями Солнца, которые представлены солнечными факелами. В

основе процедур лежат модели связанных осцилляторов записанные с помощью уравнений Ван дер Поля и Курамото. Показано, что пока полярные магнитные поля Солнца синхронизированы, обе процедуры восстановления согласованы друг с другом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные по теме исследования являются вкладом мирового уровня в решение рассмотренных проблем геофизики и геодинамики.

Проведены анализ и обобщение современных представлений о геологии и геодинамике Кавказа, включая его палеозойско-палеогеновую и постколлизионную эволюцию до современных деформаций, магматизм и тепловой поток, активную тектонику и тектонические напряжения. Сформулированы нерешенные проблемы геодинамики Кавказа и предложены пути их решения.

Морфоструктурное районирование горной системы Эллинид позволило установить связь сильнейших (М7+) землетрясений региона с морфоструктурными узлами, что создало основу для решения задачи распознавания потенциально сейсмичных узлов для этой магнитуды.

Моделирование блоковой динамики Индо-Бирманской дуги, маркирующую границу Индийской и Бирманской плит, показало, что эта граница, представленная меганадвигом, находится в состоянии сцепления и может генерировать сильнейшие землетрясения с магнитудой более 8, с длительным периодом повторения, превышающим тысячу лет. Это важно учитывать при оценке сейсмоопасности столь густонаселенного региона.

Решена задача численного моделирования сферической мантийной конвекции на основе данных сейсмической томографии, позволившая определить структуру мантийных течений в современной Земле.

На основе статистического анализа сейсмологических данных изучена сейсмическая реакция литосферы Земли на долговременную периодическую гравитационную нагрузку.

В исследованиях по магнитогидродинамике (1) рассмотрена кинематическая генерация пространственно-периодическим течением электропроводной жидкости магнитных мод вида произведения трехмерного поля, имеющего такую же периодичность, на гармонику Фурье с произвольным постоянным волновым вектором q. Показано, что магнитный α-эффект и вихревая диффузия не могут считаться основными механизмами генерации многомасштабных полей. (2) Проведены расчеты магнитных мод с максимальным по q инкрементом роста γ для модельного течения общего и для центрально-симметричного модельного течения. Показано, что магнитные моды с максимальным по q инкрементом роста γ характеризуются слабым разделением

пространственных масштабов, поэтому указанные эффекты не могут считаться основными механизмами их генерации. Доказано, что, если начальные скорость течения жидкости и магнитное поле — аналитические функции пространственных переменных, то решение системы трехмерных уравнений идеальной магнитогидродинамики аналитично по пространственным переменным и времени на некотором временном интервале строго положительной длины. (3) Предложена классификация и доказаны достаточные условия асимптотической устойчивости для некоторого класса (т.н., ac-networks) гетероклинических сетей в Rⁿ, существующих в эквивариантных системах с группой симметрий, порождаемой симметриями изменения знака одной из пространственных координат.

Разработан новый метод оценки изменений глобального уровня моря на масштабах в 50-100 лет. Использование этого подхода даёт оценку изменений глобального уровня моря в 1.7-1.9 мм/год за последние 60-70 лет.

Установлено, что акустические параметры Солнца могут быть определены по оптическим наблюдениям с солнечных спутников. В рамках сферической модели показано, что наблюдения на двух высотах над фотосферой и на двух частотах выше акустической частоты среза однозначно определяют такие акустические параметры Солнца, как скорость звука, плотность и коэффициент поглощения

По результатам выполненных исследований опубликованы 14 статей в рецензируемых журналах, а также сделано 12 докладов на международных и российских научных конференциях, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Горшков А.И., Новикова О.В., Гаудемер И. Потенциальные места сильных $(M \ge 7.0)$ землетрясений в Эллинидах (Греция) // Физика Земли.— 2020.— № 1.— С. 53—61, doi:10.1134/S0002333720010032. (Перевод на английский язык – Gorshkov, A.I., O.V. Novikova, and I.Gaudemer, Strong $(M \ge 7.0)$ earthquake-prone areas in Hellenides, Greece. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2020, 56, 1: 45-52, doi:10.1134/S1069351320010036)

2. Баранов А. А., Бобров А. М., Чуваев А.В. Влияние реологии мантии на поле скоростей течений и динамическую топографию поверхности для трехмерной сферической модели Земли. Пятая тектонофизическая конференция "К столетию М.В. Гзовского". 5-9 октября 2020 (https://ifz.ru/novosti/videotranslyaczii-pyatoj-tektonofizicheskoj-konferenczii-v-ifz-ran-k-stoletiyu-mv-gzovskogo)

3. Бирючева Е.О., Трубицын В.П., Деформации и напряжения в океанических плитах. Пятая тектонофизическая конференция "К столетию М.В. Гзовского". 5-9 октября 20202020 (https://ifz.ru/novosti/videotranslyaczii-pyatoj-tektonofizicheskoj-konferenczii-v-ifz-ran-k-stoletiyu-mv-gzovskogo

4. Желиговский В.А., Подвигина О.М. Численный алгоритм интегрирования по времени задач идеальной магнитогидродинамики, опирающийся на аналитичность их решений. Физика Земли №2, 2020, 148-160

5. Желиговский В.А., Чертовских Р.А. О кинематической генерации магнитных мод блоховского типа. Физика Земли №1, 2020, 118-132.

6. Agaltsov A.D., Novikov R.G., Error estimates for phaseless inverse scattering in the Born approximation at high energies, Journal of Geometric Analysis 30(3), 2340-2360 (2020)

7. Agaltsov A.D., Hohage T., Novikov R.G. (2020). Global uniqueness in a passive inverse problem of helioseismology, Inverse Problems 36(5),055004 (21pp)

8. Grinevich P.G., Novikov R.G., Creation and annihilation of point-potentials using Moutard-type transform in spectral variable, Journal of Mathematical Physics 61(9), 093501 (2020)

 Ismail-Zadeh, A., Adamia, S., Chabukiani, A., Chelidze, T., Cloetingh, S., Floyd, M., Gorshkov, A., Gvishiani, A., Ismail-Zadeh, T., Kaban, M. K., Kadirov, F., Karapetyan, J.,Kengerli, T., Kiria, J., Koulakov, I., Mosar, J., Mumladze, T., Müller, B., Sadradze, N., Safarov, R., Schilling, F., and Soloviev, A. (2020). Geodynamics, seismicity and seismic hazards of the Caucasus, Earth Sci. Rev., doi: 10.1016/j.earscirev.2020.103222.

10. Kuiper, N. H. (1960). Tests concerning random points on a circle, Proc.of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Series A, Vol. 63, 38–47.

11. Kolmogorov, A. (1933). Sulla determinazione empirica di una legge di distribuzione, Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari 4, 83–91(in Italian).

12. Kossobokov, V. G.,and G. F. Panza (2020). A Myth of Preferred Days of Strong Earthquakes? Seismol. Res. Lett. XX, 1–8, doi: 10.1785/0220190157.

Novikov R.G., Multipoint formulas for scattered far field in multidimensions.
2020. Inverse Problems 36(9) 095001

14. Novikov R.G., Sivkin V.N., Error estimates for phase recovering from phaseless scattering data, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications 8(1), 44-61 (2020)

15. Novikov R.G., Multipoint formulas for phase recovering from phaseless scattering data, Journal of Geometric Analysis, https://link.springer.com/article/10.1007/s12220-019-00329-6

16. Podvigina O., Castro S.B.S., Labouriau I.S. Asymptotic stability of robust heteroclinic networks. Nonlinearity, 33, 2020, 1757-1788.

17. Petrescu, L., Borleanu, F., Radulian, M., Ismail-Zadeh, A., and Matenco, L. Tectonic regimes and stress patterns in the Vrancea Seismic Zone: insights into intermediate-depth seismic nests in locked collisional settings, Tectonophysics, accepted, 2020.

18. Shapoval A., Le Mouel J.-L., Courtillot V., Shnirman M., Influence of Very Large Spatial Heterogeneity on Estimates of Sea-Level Trends, Applied Mathematics and Computation, 2020, V. 386, 125485, https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125485

19. Savostianov A., Shapoval A., Shnirman M., Dynamics of Phase Synchronization between Solar Polar Magnetic Fields Assessed with Van Der Pol and Kuramoto Models, Entropy, 2020, V. 22, 945, https://doi.org/10.3390/e22090945

20. Smirnov, N. (1948). Table for estimating the goodness of fit of empirical distributions, Ann. Math. Stat. 19, 279–281, doi: 10.1214/aoms/1177730256.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Публикации по теме НИР ««НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ», изданные в 2020 г.

Публикации в российских и международных журналах, индексируемых в Web of Science, Scopus, РИНЦ:

1. Горшков А.И., Новикова О.В., Гаудемер И. Потенциальные места сильных $(M \ge 7.0)$ землетрясений в Эллинидах (Греция) // Физика Земли.— 2020.— № 1.— С. 53—61, doi:10.1134/S0002333720010032. (Перевод на английский язык – Gorshkov, A.I., O.V. Novikova, and I.Gaudemer, Strong ($M \ge 7.0$) earthquake-prone areas in Hellenides, Greece. *Izvestiya, Physics of the Solid Earth*, 2020, 56, 1: 45-52, doi:10.1134/S1069351320010036)

2. Желиговский В.А., Подвигина О.М. Численный алгоритм интегрирования по времени задач идеальной магнитогидродинамики, опирающийся на аналитичность их решений. Физика Земли №2, 2020, 148-160

3. Желиговский В.А., Чертовских Р.А. О кинематической генерации магнитных мод блоховского типа. Физика Земли №1, 2020, 118-132.

4. Agaltsov A.D., Novikov R.G., Error estimates for phaseless inverse scattering in the Born approximation at high energies, Journal of Geometric Analysis 30(3), 2340-2360 (2020)

5. Agaltsov A.D., Hohage T., Novikov R.G. (2020). Global uniqueness in a passive inverse problem of helioseismology, Inverse Problems 36(5),055004 (21pp)

6. Grinevich P.G., Novikov R.G., Creation and annihilation of point-potentials using Moutard-type transform in spectral variable, Journal of Mathematical Physics 61(9), 093501 (2020)

7. Ismail-Zadeh, A., Adamia, S., Chabukiani, A., Chelidze, T., Cloetingh, S., Floyd, M., Gorshkov, A., Gvishiani, A., Ismail-Zadeh, T., Kaban, M. K., Kadirov, F., Karapetyan, J.,Kengerli, T., Kiria, J., Koulakov, I., Mosar, J., Mumladze, T., Müller, B., Sadradze, N., Safarov, R., Schilling, F., and Soloviev, A. (2020). Geodynamics, seismicity and seismic hazards of the Caucasus, Earth Sci. Rev., doi: 10.1016/j.earscirev.2020.103222.

8. Kossobokov, V. G.,and G. F. Panza (2020). A Myth of Preferred Days of Strong Earthquakes? Seismol. Res. Lett. XX, 1–8, doi: 10.1785/0220190157.

Novikov R.G., Multipoint formulas for scattered far field in multidimensions.
2020. Inverse Problems 36(9) 095001

10. Novikov R.G., Sivkin V.N., Error estimates for phase recovering from phaseless scattering data, Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications 8(1), 44-61 (2020)

11.Novikov R.G., Multipoint formulas for phase recovering from phaselessscatteringdata,JournalofGeometricAnalysis,https://link.springer.com/article/10.1007/s12220-019-00329-6

12. Podvigina O., Castro S.B.S., Labouriau I.S. Asymptotic stability of robust heteroclinic networks. Nonlinearity, 33, 2020, 1757-1788.

13. Shapoval A., Le Mouel J.-L., Courtillot V., Shnirman M., Influence of Very Large Spatial Heterogeneity on Estimates of Sea-Level Trends, Applied Mathematics and Computation, 2020, V. 386, 125485, https://doi.org/10.1016/j.amc.2020.125485

14. Savostianov A., Shapoval A., Shnirman M., Dynamics of Phase Synchronization between Solar Polar Magnetic Fields Assessed with Van Der Pol and Kuramoto Models, Entropy, 2020, V. 22, 945, https://doi.org/10.3390/e22090945

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ

1. Желиговский В.А., Подвигина О.М. Программа расчета решений трехмерных уравнений идеальной магнитогидродинамики (IDEALMHD3D). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ№ 2020663160 от 13 октября 2020г.

2. Желиговский В.А., Чертовских Р.А. Программа расчета максимального инкремента роста блоховской магнитной моды (INCBLOCHMM). Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020663135 от 13 октября 2020г.

Материалы конференций

1. Баранов А. А., Бобров А. М., Чуваев А.В. Влияние реологии мантии на поле скоростей течений и динамическую топографию поверхности для трехмерной сферической модели Земли. Пятая тектонофизическая конференция "К столетию М.В. ГЗОВСКОГО". 5-9 ОКТЯБРЯ 2020 (https://ifz.ru/novosti/videotranslyaczii-pyatoj-tektonofizicheskoj-konferenczii-v-ifz-ran-k-stoletiyu-mv-gzovskogo)

2. Бирючева Е.О., Трубицын В.П., Деформации и напряжения в океанических плитах. Пятая тектонофизическая конференция "К столетию М.В. Гзовского". 5-9 октября 20202020 (https://ifz.ru/novosti/videotranslyaczii-pyatoj-tektonofizicheskoj-konferenczii-v-ifz-ran-k-stoletiyu-mv-gzovskogo

3. Горшков А.И., Новикова О.В., Ливинский А.И. Распознавание рудоносных пересечений линеаменто впо морфоструктурным и геофизическим данным в Алтайско-Саянском горном поясе. Породо-, минерало- и рудообразование: достижения и перспективы исследований. Труды к 90-летию ИГЕМ РАН. – М.: ИГЕМ РАН, 2020. С. 79-80. ISBN 978-5-88918-060-9

4. Горшков А.И., Новикова О.В., Ливинский А.И. Распознавание рудоносных морфоструктурных узлов в Алтайско-Саянском регионе. В книге: Научная конференция молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН. Тезисы докладов и программа конференции. 2020. С. 39-40.

5. Горшков А.И., Семка М.А. Геолого-геофизические особенности мест сильнейших землетрясений Тихоокеанского пояса. В книге: Научная конференция молодых ученых и аспирантов ИФЗ РАН. Тезисы докладов и программа конференции. 2020. С. 59.

6. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G. Eigenfunction expansion for the elastic rectangle. In: 2020 10th International Conference on Applied Physics and Mathematics (ICAPM 2020), January 10 - 12, 2020; Tokyo, Japan.

7. Kerzhaev A.P. Two nonhomogeneous boundary value problems for a rectangle: Exact solutions. In: 2020 10th International Conference on Applied Physics and Mathematics (ICAPM 2020), January 10 - 12, 2020; Tokyo, Japan.

8. Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Shulyakovskaya T.D., Zeng X. The boundary value problem of the theory of elasticity in a rectangle: An exact solution. In: 12th Conference of the Euro-American Consortium for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences (AMiTaNS'20), June 24-29, 2020; Albena, Bulgaria.

9. Kerzhaev A.P. Nonhomogeneous boundary value problem for a clamped rectangle: Exact solution. In: 12th Conference of the Euro-American Consortium for Promoting the Application of Mathematics in Technical and Natural Sciences (AMiTaNS'20), June 24-29, 2020; Albena, Bulgaria.

10. Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G., Zeng X. Exact solution for an elastic square plate loaded with tangential stresses. In: 9th International Conference on Mathematical

Modeling in Physical Sciences (IC-MSQUARE 2020), September 7-10, 2020; Tinos island, Greece.

Kerzhaev A.P. Thermal stresses in an elastic clamped square: Exact solution. In:
9th International Conference on Mathematical Modeling in Physical Sciences (IC-MSQUARE 2020), September 7-10, 2020; Tinos island, Greece

12. Menshova I.V., Kerzhaev A.P., Yu G., Zeng X. Formation of discontinuities in rectangular plates as a result of residual stress relief. In: 2020 7th International Conference on Mechanical, Materials and Manufacturing (ICMMM 2020), September 24-26, 2020; Washington, USA.