

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ТЕОРИИ ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
(ИТПЗ РАН)

УДК 550.311551.1

Рег. N НИОКТР АААА-А19-119011490131-3; 121122300163-8

Рег. N ИКРБС

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИТПЗ РАН

чл.-корр. РАН

\_\_\_\_\_ П.Н. Шебалин  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2021 г.

ОТЧЕТ О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ  
НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И  
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ  
ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ  
(промежуточный, этап 2021 г.)

Руководитель НИР,  
гл. науч. сотр.,  
докт. физ.-мат. наук

\_\_\_\_\_ А.И.Горшков  
Подпись, дата

Москва 2021

## СПИСОК ИСПОЛНИТЕЛЕЙ

Руководитель темы, гл. науч. сотр., зав. лаб. д.ф.-м.н.,	_____ Подпись, дата	А.И. Горшков (введение, разделы 1.1-1.3, заключение)
Исполнители темы		
вед. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	И.А. Воробьева (раздел 1.1)
гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	В.А. Желиговский (разделы 2.1- 2.3)
гл. науч. сотр., докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	О.М. Подвигина (разделы 2.4-2.5)
гл. науч. сотр докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	А.Т. Исмаил-Заде (раздел 1.1 )
гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	В.П. Трубицын (раздел 1.4)
гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	А.В. Хохлов (раздел 3)
ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	О.В. Новикова (разделы 1.1, 1.3)
ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	А.П. Кержаев (раздел 4)
ст. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	И.В. Меньшова (раздел 4)
ст. науч сотр. канд. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	Р.А. Чертовских (раздел 2.1-2.3)
мл. науч. сотр.	_____ Подпись, дата	А.И. Ливинский (раздел 1.3)
вед. науч. сотр. канд. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	М.Г. Шнирман (раздел 5)
гл. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	Р.Г. Новиков (раздел 5)
вед. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	А.Б. Шаповал (раздел 3)
ст. науч. сотр. докт. физ.-мат. наук	_____ Подпись, дата	Е.М. Блантер (раздел 5)

мл. науч. сотр.

\_\_\_\_\_  
Подпись, дата

М.А. Семка  
(раздел 1.2)

Нормоконтролер

\_\_\_\_\_  
Подпись, дата

О.В. Селюцкая

## РЕФЕРАТ

Отчет 36 с., 1 кн., 5 рис., 33 источн., 1 прил.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ БЛОКОВЫХ СТРУКТУР, МОРФОСТРУКТУРНОЕ РАЙОНИРОВАНИЕ, МАГНИТОГИДРОДИНАМИКА, МАНТИЙНАЯ КОНВЕКЦИЯ, ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

В 2021 г., исследования по теме включали моделирование геодинамических процессов и сейсмичности; построение блоковых моделей литосферы Индо-Бирманской дуги и региона Алтай-Саяны-Байкал и моделирование сейсмичности в этих регионах; проведение морфоструктурного районирования литосферного блока Корсика-Сардиния и Болгарского региона; определение характерных геолого-геофизических признаков мест локализации месторождений металлов на Кавказе на основе морфоструктурного районирования; изучение глобальной циркуляции и роли мантийных плюмов в процессах переноса тепла и массы в мантии Земли; исследования магнитогидродинамики; палеомагнитные исследования; решение прямых и обратных задач.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	6
ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....	8
1 Геодинамика и моделирование геодинамических процессов.....	8
1.1 Морфоструктурное районирование Болгарского региона и литосферного блока Корсика-Сардиния .....	8
1.2 Моделирование динамики блоков и сейсмичности региона Алтай -Саяны-Байкал.....	11
1.3 Определение характерных геолого-геофизических признаков мест локализации месторождений металлов на Кавказе.....	12
1.4 Изучение глобальной циркуляции и роли мантийных плюмов в процессах переноса тепла и массы в мантии Земли.....	14
2 Проблемы магнитогидродинамики.....	14
2.1 Пространственная аналитичность и глобальные априорные оценки соболевских норм решений системы уравнений диффузионной магнитогидродинамики и их производных по времени.....	14
2.2 Блоховские возмущения трехмерных пространственно- периодических стационарных МГД состояний.....	16
2.3 Генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси.....	19
2.4 Поведение траекторий вблизи гетероклинической сети, состоящей из двух циклов.....	21
2.5 О влиянии луны на эволюцию наклона оси вращения планеты в нерезонансном случае.....	23
3 Палеомагнитные исследования.....	24
4 Задачи теории упругости.....	25
5 Прямые и обратные задачи.....	26
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	27
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	29
ПРИЛОЖЕНИЯ:	
Приложение А – Публикации по теме НИР, изданные в 2021 г.....	34

## ВВЕДЕНИЕ

Исследования по теме в 2021 г. выполнялись в рамках приоритетных направлений, определенных Планом фундаментальных и поисковых научных исследований на 2021 - 2030 годы (Приложение 1 к Программе фундаментальных научных исследований в Российской Федерации на долгосрочный период (2021 - 2030 годы, утвержденной Распоряжением Правительства Российской Федерации от 31 декабря 2020 г. № 3684-р): 1.5.2.5. «Математическое моделирование геодинамических процессов», 1.5.1.3. «Происхождение и эволюция геомагнитного поля».

Научная новизна и актуальность проведенных исследований состоят в разработке и применении новых методов, построении новых моделей, а также в изучении не исследовавшихся ранее процессов и их взаимосвязей. В частности, исследования по морфоструктурному районированию сейсмоактивных регионов создают структурную основу для определения мест возможного возникновения сильных землетрясений. На основе схем морфоструктурного районирования строятся модели систем блоков и реальной геометрии разломов сейсмоактивных регионов. Численное моделирование сейсмичности, проводимое на основе таких моделей позволяет улучшать оценки сейсмической опасности. Численное моделирование мантийной конвекции является вкладом в изучение глубинных геодинамических процессов. Теоретические исследования по проблемам магнитогидродинамики актуальны и перспективны с точки зрения создания моделей происхождения и эволюции магнитного поля Земли, а также могут иметь астрофизические приложения. Разрабатываемые новые математические методы обработки и анализа геофизических данных с использованием моделирования дают возможность получения более адекватных представлений о строении и свойствах земной литосферы.

Работы по теме в 2021 году включали решение следующих задач.

Определение с помощью морфоструктурного районирования линеаментно-блокового строения и морфоструктурных узлов литосферного блока Корсика-Сардиния и Болгарского региона для решения задачи распознавания мест возможного возникновения землетрясений.

Моделирование блоковой динамики и сейсмичности региона Алтай-Саяны-Байкал с использованием нелинейной реологической модели разломов, что позволило детализировать оценку сейсмоопасности региона.

В области магнитогидродинамики были рассмотрены (1) пространственная аналитичность и глобальные априорные оценки соболевских норм решений системы

уравнений диффузионной магнитогидродинамики и их производных по времени; (2) блоховские возмущения трехмерных пространственно-периодических стационарных МГД состояний; (3) генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси; (4) поведение траекторий вблизи гетероклинической сети, состоящей из двух циклов. Изучено влияние луны на эволюцию наклона оси вращения планеты в нерезонансном случае.

## ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ

### 1 Геодинамика и моделирование геодинамических процессов

В 2021 г. было завершено начатое в 2020г. моделирование динамики блоков и сейсмичности Индо-Бирманской дуги. Моделирование свидетельствует, что мега-надвиг, формирующий дугу, сцеплен и может порождать сильные землетрясения с магнитудой более 8, с длительным периодом повторения, превышающим тысячу лет. Результаты проведенного исследования представлены в статье [33]. Также были завершены и опубликованы исследования по изучению тектонических режимов и напряжений в сейсмической зоне Вранча. Результаты проведенного исследования представлены в статье [27].

#### 1.1 Морфоструктурное районирование (МСР) Болгарского региона и литосферного блока Корсика-Сардиния

Для решения задачи распознавания сейсмогенных узлов для Мб+ составлена схема МСР Болгарского региона, отображающая положение узлов в линеаментно-блоковой структуре изучаемой территории. Схема МСР Болгарского региона представлена на рис. 1.

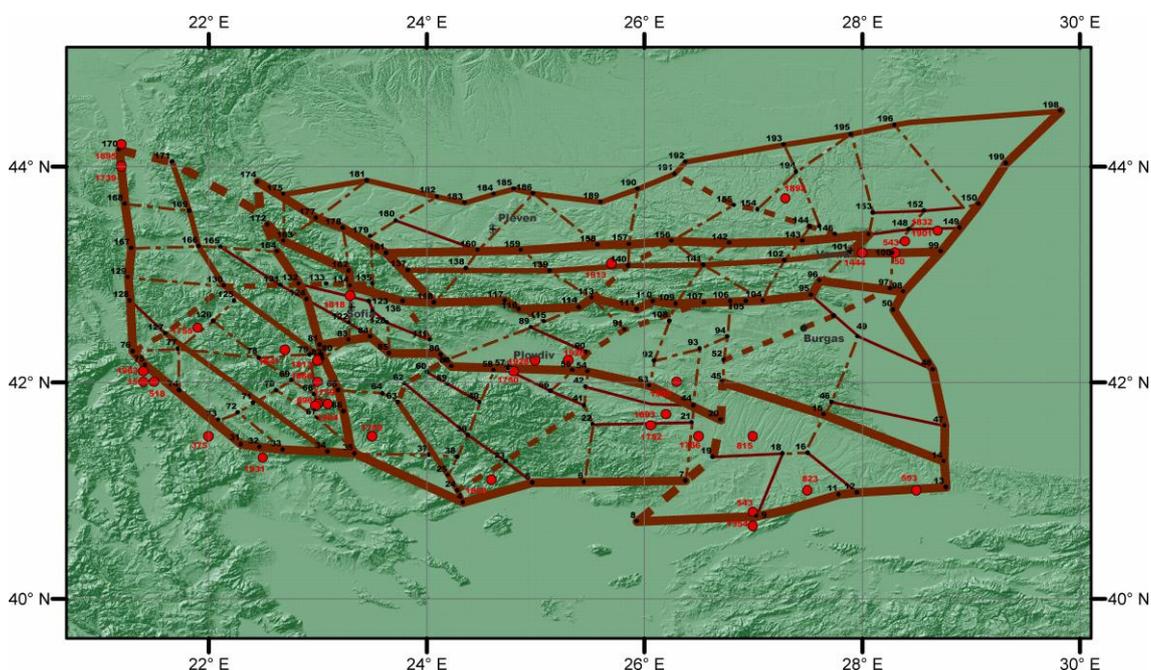


Рисунок 1. Схема морфоструктурного районирования Болгарского региона.

Линиями показаны линеаменты. Толщина линий соответствует рангу линеаментов: самые толстые – первый ранг; средней толщины – второй ранг; тонкие – третий ранг. Сплошными линиями показаны продольные линеаменты, пунктирными – поперечные. Красными кружками показаны эпицентры землетрясений с  $M \geq 6,0$ . Арабскими цифрами обозначены номера морфоструктурных узлов.

Схема МСР отражает иерархическое линеаментно-блоковое строение региона. Эпицентры землетрясений с  $M6+$  расположены вблизи некоторых пересечений морфоструктурных линеаментов. Всего определено 178 узлов, которые составили множество объектов для задачи распознавания. Задача распознавания сейсмоопасных узлов, в которых возможны землетрясения с  $M6+$  решена чл.-корр. РАН А.А. Соловьевым в рамках темы НИР «Оценка сейсмической опасности, разработка и апробация методов прогноза землетрясений». Результаты проведенного были исследования представлены на конференциях [1, 17].

Литосферный блок Корсика–Сардиния традиционно считается регионом с заведомо низкой сейсмичностью. В каталогах землетрясений сообщается только о трех умеренных землетрясениях с магнитудой 5.0–5.1. Недостаток документированной сейсмичности в регионе не позволяет надежно оценить сейсмическую опасность. Была сделана попытка оценить сейсмический потенциал региона Корсика–Сардиния, используя морфоструктурное районирование (МСР), которое позволяет идентифицировать места потенциальных землетрясений. МСР позволяет выделить иерархическую систему морфоструктурных блоков, сеть линеаментов, ограничивающих блоки, и местоположение узлов. Для выявления сейсмогенных узлов в регионе Корсика–Сардиния были использованы существующие критерии сейсмичности, определенные ранее для сейсмогенных ( $M5+$ ) узлов в Иберии и Западных Альпах. Использование этих критериев обусловлено тем, что современные модели средиземноморской геодинамики показывают, что блок Корсика–Сардиния до его дрейфа к современному положению в Средиземноморье был частью восточной окраины Иберии и Прованса, прилегающего к Западным Альпам. Благодаря общей тектонической эволюции основные черты тектонического строения блока Корсика–Сардиния примерно аналогичны тектонической структуре Иберии и юга Франции. По критериям Иберии были определены 24 узла, в которых возможны землетрясения  $M5+$  (рис.2). Узлы, в которых известны землетрясения  $M5+$ , отнесены к сейсмогенным. По критериям сейсмичности Западных Альп только два узла, в которых были землетрясения  $M5+$ , были идентифицированы правильно. Проведенный анализ показывает, что критерии сейсмичности, определенные для Иберии,

более подходят для идентификации сейсмогенных узлов в блоке Корсика–Сардиния, поскольку они распознают как сейсмогенные те узлы, в которых ранее были зафиксированы землетрясения. Проведенное исследование предполагает, что сейсмический потенциал блока Корсика–Сардиния может быть определен как умеренный.

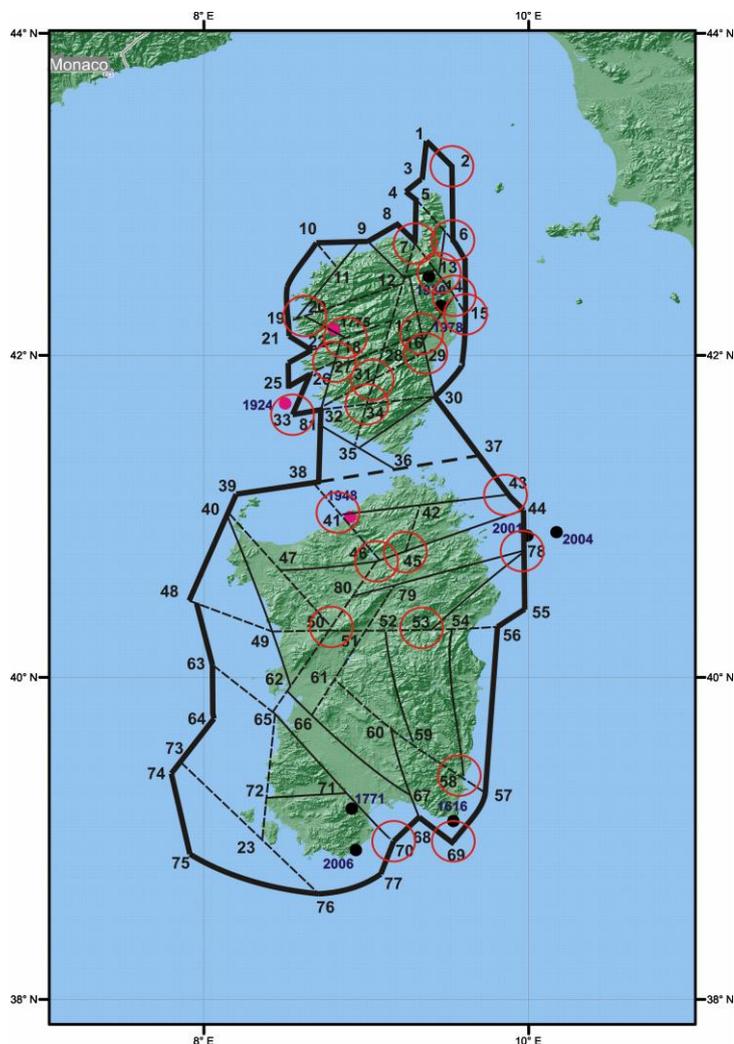


Рисунок 2. Схема морфоструктурного районирования блока Корсика-Сардиния и сейсмоопасные узлы для  $M5+$ .

Линиями показаны линеаменты. Толщина линий соответствует рангу линеаментов: самые толстые – первый ранг; средней толщины – второй ранг; тонкие – третий ранг. Сплошными линиями показаны продольные линеаменты, пунктирными – поперечные. Красными кружками показаны эпицентры землетрясений с  $M \geq 5,0$ , черными - эпицентры с  $M=4.0-4.9$ . Красные круги показывают распознанные сейсмоопасные узлы, в которых

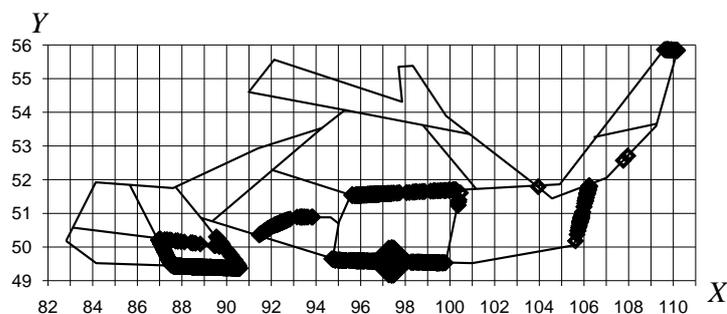
возможны землетрясения  $M5+$ . Арабскими цифрами обозначены номера морфоструктурных узлов.

Результаты проведенного исследования представлены в статье [19].

## 1.2 Моделирование динамики блоков и сейсмичности региона Алтай-Саяны-Байкал

С использованием методики моделирования динамики блоковых структур и сейсмичности выполнено численное моделирование для региона Алтай-Саяны-Байкал. Блоковая структура представляется в виде слоя толщины  $H$  между двумя параллельными горизонтальными плоскостями. Ее разделение на блоки построено на основе схемы морфоструктурного районирования региона. Структура состоит из 14 блоков, которые ограничены линеаментами только первого и второго рангов. Землетрясения в модели возникают в зонах разломов.

а)



б)

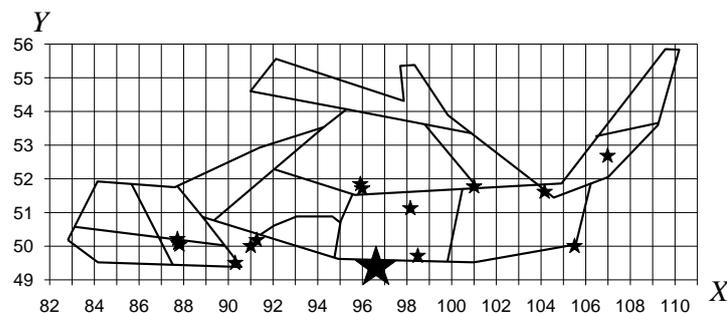


Рисунок 3. Положения эпицентров модельных (а) и реальных (б) землетрясений с  $M6+$ . На горизонтальной оси отложены градусы в.д., на вертикальной оси – градусы с.ш. Эпицентры модельных землетрясений показаны ромбами, а реальных – звездочками. Большие ромбы - эпицентры модельных землетрясений с  $M \geq 7.85$ . Большая звездочка -- эпицентр сильнейшего землетрясения региона с  $M8.2$ , 1905г.

Целью моделирования являлось получение путем подбора параметров модели пространственного распределения эпицентров модельных землетрясений, которое

согласуется с положениями эпицентров землетрясений, произошедших в регионе. Результаты моделирования хорошо согласуются с распределением наблюдаемой сейсмичности и ее характеристиками (рис. 3а,б). В окрестностях эпицентров всех известных землетрясений с  $M \geq 6.0$  и практически всех с  $M \geq 5.0$  имеются эпицентры соответствующих модельных землетрясений.

Результаты моделирования дали дополнительные аргументы в пользу достоверности результата распознавания мест возможного возникновения сильных землетрясений в регионе, выполненного ранее. Результаты проведенного исследования представлены в статье [30].

### 1.3 Определение характерных геолого-геофизических признаков мест локализации месторождений металлов на Кавказе.

Рассмотрено горно-складчатое сооружение Кавказа, для которого характерно полиметаллическое оруденение [12]. Целью работы являлся поиск характерных геолого-геофизических и геоморфологических признаков мест локализации разномасштабных месторождений металлов эндогенного происхождения. Задача была решена на основе схемы линеаментно-блоковой структуры региона (рис. 4), составленной методом морфоструктурного районирования. Информация о месторождениях, рассматриваемых в работе, взята из базы данных ГТМ РАН [12], а также из базы данных РОСНЕДРА [<https://map.mineral.ru>].

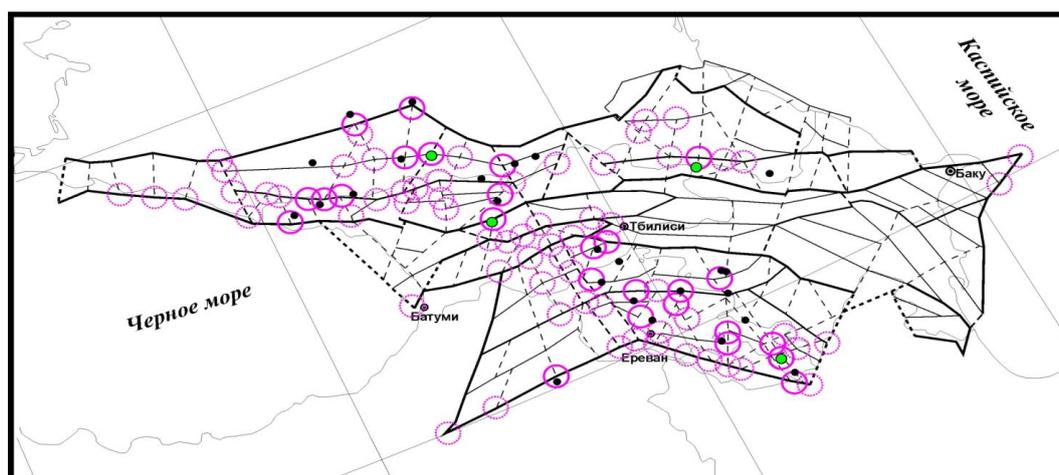


Рисунок 4. Линеаментно-блоковое строение Кавказа и распознанные рудоносные узлы.

Линиями показаны морфоструктурные линеаменты разного ранга. Зеленые и черные кружки - крупные и средние месторождения металлов, соответственно. Фиолетовыми кругами показаны распознанные потенциально рудоносные узлы.

Исследование выполнялось в два этапа. На первом этапе был проведен анализ пространственного положения разномасштабных месторождений металлов относительно мест пересечения линеаментов (узлов). Установлено, что большинство месторождений находятся в радиусе 20 км от узлов пересечений линеаментов (рис. 4). На втором этапе методами с помощью алгоритма распознавания образов Кора-3 определены характерные признаки узлов, в которых локализованы рудные металлические месторождения.

Для определения характерных признаков рудоносных узлов были использованы следующие геолого-геофизические и геоморфологические параметры узлов пересечения линеаментов:

- параметры контрастности и интенсивности новейших тектонических движений на основе данных о высотах рельефа, сочетания типов рельефа и о площади четвертичных отложений в пределах узлов;

- параметры геометрии линеаментно-блоковой структуры, которые характеризуют раздробленность узлов на основе числа и рангов линеаментов, формирующих узел, и расстояний до соседних узлов и границ блоков;

- гравитационные и магнитные параметры, которые косвенно указывают на глубинные неоднородности в окрестностях узлов.

В результате узлы пересечений линеаментов были разделены на два класса: класс **Р** (рудоносные узлы) и класс **НР** (нерудоносные узлы).

Исследование связи месторождений металлов с морфоструктурными узлами Кавказа позволяет сделать следующие выводы:

- морфоструктурные узлы играют решающую роль в контроле пространственной локализации месторождений металлов на Кавказе;

- методы распознавания образов позволяют выделить потенциально рудоносные узлы в пределах всего региона;

- характерные признаки, определенные алгоритмом, представлены численными интервалами значений геолого-геофизических параметров, что позволяет их использовать для идентификации рудоносных узлов в другом регионе.

Результаты проведенного исследования доложены на конференциях [10, 11].

#### **1.4 Изучение глобальной циркуляции и роли мантийных плюмов в процессах переноса тепла и массы в мантии Земли**

В 2021 г. в продолжение работы 2020 г. исследовалась структура конвективных течений и перенос тепла течениями мантийной конвекции. Структура мантийных течений зависит от распределения тепловых источников, создающих конвекцию. Измеренный поток тепла Земли 46ТВт создается в основном благодаря выделению тепла при радиоактивном распаде и высвобождению тепла при вековом остывании Земли, а также благодаря теплоте затвердевания растущего внутреннего ядра. Долгое время поток тепла из ядра оценивался из условия, что почти все оно выносится на поверхность плюмами в горячих точках, зарождающихся на границе с ядром. Тепло, выносимое на поверхность плюмами, рассчитанное по росту вулканических топографических возвышенностей, составляет 2.4–3.5 ТВт. Однако при таком малом потоке из ядра рассчитанный полный поток оказывался меньше измеренного. Долгое время эта проблема оставалась нерешенной. В ряде работ даже предлагалось сделать переоценку содержания радиоактивных изотопов с превышением среднекосмического или принять, что Земля ранее остывала медленнее принятого и поэтому сохранила тепло и только сейчас отдает этот избыток. В работе показывается, что, хотя плюмы и являются восходящими потоками мантийной конвекции, но только самыми узкими. Они вместе с погружающимися плитами приводят в циркуляционное движение все вещество мантии. В результате, кроме плюмов, имеются и другие более широкие восходящие потоки. Они тоже переносят тепло ядра. Проведенные авторами расчеты распределения плотности теплового потока на границе с ядром и на поверхности показало, что эти широкие восходящие потоки переносят к поверхности даже в 2 раза больше тепла, чем плюмы. С учетом этого эффекта баланс тепла современной Земли стал согласоваться со всем комплексом имеющихся данных наблюдения.

Результаты проведенного исследования опубликованы в работе [31].

## **2 Проблемы магнитогидродинамики**

### **2.1 Пространственная аналитичность и глобальные априорные оценки соболевских норм решений системы уравнений диффузионной магнитогидродинамики и их производных по времени**

Актуальная задача аналитического исследования гидродинамической и магнитогидродинамической (МГД) турбулентности - вывод эмпирических соотношений, характеризующих это явление, из основополагающих уравнений гидродинамики и магнитогидродинамики. Прогресс в решении этих задач невозможен без глубокого понимания поведения короткомасштабных структур в течении и магнитном поле. Возможный математический подход к его изучению состоит в получении информации о нормах производных решений высокого порядка: чем порядок выше, тем сильнее соответствующая норма контролируется короткомасштабными компонентами решения.

Фояш, Гийопе и Темам [18] вывели априорные оценки для производных произвольных порядков по пространственным переменным решений уравнения Навье-Стокса. В работе [32] разработан новый математический метод для вывода аналогичных оценок для пространственных производных трехмерных пространственно-периодических решений  $(\mathbf{V}, \mathbf{B})$  системы эволюционных уравнений диффузионной магнитогидродинамики (которая состоит из уравнения Навье-Стокса, где присутствует сила Лоренца, и уравнения магнитной индукции). В.А. Желиговский применил этот метод для доказательства

ограниченности интегралов  $\int_{t_0}^T (\|\mathbf{V}\|_s^2 + \|\mathbf{B}\|_s^2)^{\frac{\alpha_s}{2}} dx$  при  $s \geq 1$  и любых  $T$  таких, что  $0 < t_0 < T < \infty$  в предположении, что начальные условия при  $t = 0$  для поля скорости жидкости  $\mathbf{V}$  и магнитного поля  $\mathbf{B}$  принадлежат некоторому соболевскому пространству  $H^p$  при  $p > 1/2$ . Здесь  $\|\cdot\|_s$  обозначает норму в  $H^s$ . Доказательство опирается на пространственную аналитичность решений  $(\mathbf{V}, \mathbf{B})$  при почти всех временах  $t > 0$ .

С этой целью В.А. Желиговский рассмотрел вспомогательную задачу, обобщающую систему уравнений магнитогидродинамики и показал, что соболевская норма пространства  $H^{3/2}$  ее решений ограничивает снизу размер области пространственной аналитичности в  $C^3$  решений исходной задачи. В рассматриваемой МГД задаче появляются те же показатели  $\alpha_s = 2/(2s-1)$ , что и были использованы в упомянутой выше работе [18] для норм пространства  $H^s$  поля скорости течений в чисто гидродинамической задаче (это является следствием сходства квадратичных нелинейных членов в уравнении Навье-Стокса и в уравнении магнитной индукции).

Этот же подход был использован В.А. Желиговским для вывода априорных оценок пространственных производных произвольного порядка первой производной МГД решений по времени:

$$\int_{t_0}^T \left( \left\| \frac{d\mathbf{V}}{dt} \right\|_s^2 + \left\| \frac{d\mathbf{B}}{dt} \right\|_s^2 \right)^{\frac{\alpha_{s+2}}{2}} dx < \infty \text{ при } s \geq -1/2 \text{ и любых } T \text{ таких, что } 0 < t_0 < T < \infty.$$

Он также вывел аналогичные оценки решений в нормах соболевских пространств для других величин индекса  $s$  и в нормах алгебры Винера при различных  $s$ .

В работе [32] доказано, что слабые решения, построенные как пределы приближений Фурье-Галеркина, удовлетворяют этим оценкам. Для этого изучено множество времён (гипотетических) сингулярностей слабых решений и доказано, что его можно охарактеризовать следующим образом: оно имеет лебегову норму 0, открытое множество времён регулярного поведения решений имеет полную меру, слабые решения уравнений магнитогидродинамики на этом множестве времён аналитичны по декартовым переменным, и некоторая подпоследовательность галёркинских приближений, пределом которых является слабое решение, равномерно сходятся к этому решению в норме  $H^1$  на любом закрытом интервале внутри множества времён регулярного поведения. Результат опубликован в статье [ 32 ]

## **2.2 Блоховские возмущения трехмерных пространственно-периодических стационарных МГД состояний.**

Классические понятия  $\alpha$ -эффекта и вихревой (турбулентной) диффузии основаны на предположении о существенном разделении пространственных масштабов между возмущаемым состоянием и генерируемой модой неустойчивости (например, между магнитной модой и генерирующем течением в задаче кинематического динамо). В 2021 г. мы продолжили изучение вопроса, насколько верно это предположение.

Пространственно-периодическое течение может генерировать квазипериодические магнитные поля типа блоховских мод, имеющих вид произведения периодического поля на плоскую волну с несоизмеримыми пространственными периодами; такой же вид могут иметь и моды неустойчивости периодических гидродинамических и МГД состояний. Сомножители, представляющие собой плоскую волну, имеют вид гармоник Фурье  $e^{iq \cdot x}$ . В задачах линейной гидродинамической и МГД устойчивости, описывающей моды неустойчивости и их инкременты роста, эти гармоники сокращаются из уравнений задачи на собственные значения, приведя (вследствие наличия в этих уравнениях дифференциальных операторов) перед этим к возникновению новых членов, линейных и квадратичных по волновому вектору плоской волны,  $q$ . Соответственно, задача преобразуется в задачу на собственные значения для поля такой же пространственной периодичности, что и у поля скорости течения в задаче кинематического динамо, или у возмущаемого состояния в задачах гидродинамической и МГД неустойчивости. Это существенно упрощает расчеты, поскольку при вычислении собственных мод и их

инкрементов роста нет более необходимости одновременно принимать во внимание зависимость мод от малых и больших пространственных масштабов.

Вычисляя максимум инкремента роста возмущения по волновому вектору плоской волны, можно узнать, насколько велико разделение пространственных масштабов между доминирующей модой неустойчивости и возмущаемым состоянием. В качестве численной оценки разделения масштабов блоховской моды естественно принять длину волнового вектора  $\mathbf{q}$  плоской волны  $e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$ .

Были рассмотрены модельные стационарные генерирующие течения и возмущаемые МГД состояния с заданными псевдослучайными коэффициентами разложений в ряд Фурье и заданными энергетическими спектрами различного типа: экспоненциально затухающим или колмогоровским, или состоящие из нескольких ненулевых гармоник Фурье. Таким способом мы моделировали фрагмент турбулентного МГД состояния в определенном диапазоне пространственных масштабов: в диссипативном и инерционном интервалах, а также на наибольших масштабах крупных вихрей. Были рассмотрены МГД состояния общего вида (не имеющие симметрий) и центрально-симметричные: в первых, в отличие от вторых, возникает магнитный  $\alpha$ -эффект, гидродинамический АКА-эффект или комбинированный МГД  $\alpha$ -эффект, а в центрально-симметричных возникает вихревая (турбулентная) вязкость и/или диффузия.

Было численно решено 18 задач линейной устойчивости для различных стационарных МГД состояний. Моды неустойчивости были представлены в виде конечных рядов Фурье, для дискретизации нелинейных дифференциальных операторов использован псевдоспектральный метод. Безразмерные коэффициенты молекулярной магнитной диффузии  $\eta$  и вязкости  $\nu$  изменяли в ограниченном диапазоне от 0.03 до 0.3 (обезразмеривание по отношению к характерному пространственному масштабу изучаемого фрагмента течения исключает необходимость рассматривать более широкий диапазон величин этих коэффициентов), в связи с чем достаточное разрешение дают гармоники с компонентами волнового вектора в интервале от -15 до 15 для состояний с экспоненциально затухающим энергетическим спектром или состоящих из нескольких ненулевых гармоник Фурье, и в интервале от -31 до 31 для состояний с колмогоровским спектром. Выведены формулы для производных инкремента роста линейного возмущения по компонентам волнового вектора  $q_n$ , что позволило применять метод градиентного спуска для эффективного вычисления при данных  $\eta$  и  $\nu$  максимального по  $\mathbf{q}$  инкремента. Также используя эти формулы, показано, что инкременты роста для волновых векторов  $\mathbf{q}$  плоской волны с целыми или полуцелыми компонентами являются локально

экстремальными (т.е. производные инкремента роста по компонентам волнового вектора  $q_n$  равны нулю).

Полученные результаты полностью подтверждают наши предварительные результаты, изложенные в работе [3]. А именно, что в рассмотренных задачах всех трех типов (кинематического динамо и гидродинамической и МГД устойчивости) длина волнового вектора  $\mathbf{q}$ , для которого наблюдается максимальный по  $\mathbf{q}$  инкремент роста возмущения, в практически интересном случае достаточно малых коэффициентов магнитной диффузии  $\eta$  и/или вязкости  $\nu$  оказывается в пределах от 0.3 до 1 и имеет тенденцию мало изменяться или увеличиваться с уменьшением  $\eta$  и  $\nu$ . Следовательно, при таких параметрах задачи моды неустойчивости, отвечающие сильному разделению пространственных масштабов, не дают существенного вклада в эволюцию МГД системы, поскольку они растут со временем существенно медленнее, чем моды неустойчивости, характеризующиеся относительно небольшим разделением пространственных масштабов.

Полученные результаты предполагают, что в природных гидромагнитных динамо присутствует непрерывная шкала масштабов, слабо разделенных между собой, турбулентное течение данного пространственного масштаба генерирует магнитное поле несколько (но незначительно) большего масштаба, и поля разных масштабов, составляющих эту шкалу, нелинейно взаимодействуют между собой. Тем самым, классические понятия  $\alpha$ -эффекта и вихревой (турбулентной) диффузии, основанные на гипотезе существенного разделения пространственных масштабов, по-видимому, требуют определенной ревизии.

В процессе выполнения этой работы были найдены случаи причленения кривых  $\mathbf{q}$ , для которых реализуются локальные максимумы по  $\mathbf{q}$  инкрементов, к подобным прямым, отвечающим постоянным  $\mathbf{q}$  с целыми или полужелыми компонентами (напомним, что для таких прямых было доказано достижение на них локального экстремума инкрементов). Мы изучили такое причленение с помощью асимптотических методов с разложением инкрементов и отвечающих им волновым векторам по корню из надкритичности,  $(\eta_0 - \eta)^{1/2}$ , вывели уравнения, которым удовлетворяют члены разложений, и, в частности, показали, что точка  $\eta_0$ , в которой происходит причленение, является границей начала генерации длинномасштабного магнитного поля с помощью механизма отрицательной вихревой (турбулентной) магнитной диффузии.

По результатам исследования подготовлена статья R. Chertovskih, V. Zheligovsky. Linear perturbations of the Bloch type of space-periodic magnetohydrodynamic steady states. Предполагается публикация в журнале J. Fluid Mechanics в 2022 г.

### 2.3 Генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси

Зависимость от скорости вращения вокруг вертикальной оси режимов нелинейного магнитного динамо с квадратными ячейками периодичности по горизонтальным направлениям в плоском слое электропроводной жидкости была исследована численно в работе [15]. Изучению слабонелинейной устойчивости по отношению к длинномасштабным возмущениям ветви стационарных конвективных динамо, устойчивых к мелкомасштабным возмущениям, была посвящена работа [14], где были выведены и численно исследованы амплитудные уравнения, описывающие развитие таких возмущений, и был сделан вывод, что крупномасштабное возмущение либо редуцируется в мелкомасштабную нейтральную моду, либо его амплитуда возрастает до бесконечности за конечное время. Эти результаты, однако, верны только в пределе существенного разделения пространственных масштабов возмущаемого МГД режима и его возмущения.

В 2021 г. мы численно исследовали вопрос, насколько этот сценарий воспроизводится в случае умеренного разделения масштабов в полностью нелинейной постановке. Для этого мы задавали возмущение (малой или большой амплитуды), имеющие по горизонтальному направлению  $x_i$  периодичность в целое число  $M_i$  раз большую, чем периодичность возмущаемого состояния, и вычисляли решение системы эволюционных уравнений динамо в новой ячейке периодичности. (Отметим, что геометрически ячейки периодичности с периодами кратностей  $M_1 \times M_2$  и  $M_2 \times M_1$  идентичны, т.к. ячейки периодичности возмущаемого МГД режима квадратны - различие в расчетах возникает только в силу того факта, что возмущаемое состояние не имеет симметрии замены  $x_1 \leftrightarrow x_2$ .) Поскольку вычисления должны выполняться с адекватным пространственным разрешением, из-за ограничений по доступным вычислительным ресурсам мы могли рассматривать возмущения и возникающие режимы только при  $1 \leq M_i \leq 4$ . Были использованы псевдоспектральные методы для дискретизации нелинейных дифференциальных операторов по пространству и конечноразностные методы интегрирования системы жестких галеркинских обыкновенных дифференциальных уравнений с т.н. экспоненциальным дифференцированием.

Проведенные расчеты позволили сделать следующие выводы.

1. Возмущаемые стационарные состояния из рассматриваемой ветви неустойчивы по отношению к длинномасштабным возмущениям, однако потеря устойчивости

происходит с возникновением крупных вихрей или прямолинейного относительного движения прежде стационарных структур; качественно этот сценарий отличен от сценария развития неустойчивости, рассмотренного в статье [14], поскольку минимальное рассмотренное в настоящей работе отношение масштабов, равное  $1/4$ , оказывается еще слишком большим для возможности применения асимптотических разложений, отвечающих инфинитезимальным отношениям масштабов.

2. Можно ожидать, что, когда конвективные движения и магнитное поле могут иметь большие пространственные периоды по горизонтальным направлениям характерные пространственные горизонтальные масштабы структур физических полей увеличиваются, что приводит к увеличению эффективных кинематического и магнитного чисел Рейнольдса, и в целом благоприятно для генерации магнитного поля. К нашему удивлению, эти эвристические соображения оказались неверны: генерация магнитного поля при кратном увеличении горизонтальных пространственных режимов сохраняется только в случае, когда  $M_1=1$  или  $M_2=1$ , т.е. параллелепипеды периодичности имеют вытянутую форму.

Генерирующими оказываются только такие режимы, в которых средняя плотность кинетической энергии не менее 100, т.е. генерация возможна только достаточно быстрыми течениями. (Мы используем маркировку расчетов вида  $M_1 \times M_2 \cdot N$ , где  $N$  - номер расчета для данной периодичности  $M_1 \times M_2$ ;  $N=1$  отвечает малому возмущению исходного МГД режима,  $N=2$  и  $3$  - большому возмущению.) Это условие генерации, однако, только необходимое - в расчетах для пространственной периодичности  $1 \times 3$  наблюдалось финальное затухание магнитного поля несмотря на большую величину средней плотности кинетической энергии. Используя подходы, основанные на оценках характерных пространственных масштабов МГД структур в терминах интегральных оценок первых и высших пространственных производных поля скорости и магнитного поля, мы также оценили эффективное магнитное число Рейнольдса  $R_m$  в рассчитанных реализациях динамо. Оно изменяется в диапазоне от 15 до 25. Как оказалось, генерация возможна только при  $R_m > 20$ , однако это тоже только необходимое для генерации условие.

3. Данные динамические системы имеют квазипериодические по времени гидродинамические аттракторы типа бегущих волн (найденные только в расчетах с пространственной периодичностью  $1 \times 3$ ), не генерирующие магнитное поле, или хаотические - как генерирующие (для периодичностей  $1 \times 2$ ,  $2 \times 1$ ,  $3 \times 1$ ,  $1 \times 4$ ,  $4 \times 1$ ), так и нет (когда  $M_1 > 1$  и  $M_2 > 1$ ). Во всех 6 расчетах для периодичностей  $1 \times 2$  и  $2 \times 1$  найден единственный генерирующий аттрактор, характеризующийся сильной перемежаемостью:

МГД система находится долгое время в окрестности генерирующего квазипериодического течения, при достижении магнитным полем пороговой величины начинается ярко выраженное хаотическое поведение, приводящее систему в окрестность очень слабо неустойчивого гидродинамического режима, что вызывает экспоненциальное затухание магнитного поля; длительности указанных фаз этого цикла изменяются хаотически. Расчеты для периодичностей  $1 \times 4$  и  $4 \times 1$ , по-видимому, также выявляют единый для данной геометрии ячейки периодичности хаотический слабо-генерирующий МГД режим.

4. В работе [16] было найдено, что для всех аттракторов, найденных в рассмотренных там расчетах решений уравнения Навье-Стокса, величины  $D_q^v = (A^{1-1/q} v^{1/q} \left( \int |\mathbf{v} \times \mathbf{v}|^q dx \right)^{1/q}$ , где  $\alpha_{q,s} = q/(q(s+1)-3)$  и  $A$  - объем ячейки периодичности, монотонно убывают с ростом  $q$ . Мы проверили, что эта монотонность также имеет место (при рассмотренных величинах  $q \leq 10$ ), несмотря на то, что мы рассматриваем более сложную систему уравнений тепловой конвекции в присутствии магнитного поля. Для величин  $D_q^b$ , определенных аналогично для магнитного поля с заменой коэффициента диффузии  $\nu$  на  $\eta$ , подобная монотонность не имеет места. Например, в расчете  $4 \times 1.1$   $D_q^b$  убывают одновременно с  $q$ , как и  $D_q^v$ , при временах  $t \leq 45$ , но возрастают с  $q$  на интервале  $80 \leq t \leq 160$ . Кроме того, мы рассмотрели величины  $D_{q,s}^v = ( (A/\nu) \langle |(-\nabla^2)^{s/2} \mathbf{v}|^q \rangle )^{1/q}$ , где угловые скобки означают усреднение по ячейке периодичности. Как оказалось, при рассмотренных  $q \leq 10$  величины  $D_{q,2}^v$  также монотонно убывают с ростом  $q$ , а для определенных аналогично для магнитного поля (с заменой  $\nu$  на  $\eta$ )  $D_{q,2}^b$  такой монотонности нет (см. рис. 8(с) и (d)). Монотонность отсутствует и при рассмотрении последовательностей величин  $D_{2,s}^v$  и  $D_{2,s}^b$ , занумерованных индексом  $s$ . По результатам исследования подготовлена статья S. Ranjith, R. Chertovskih, S. Gama, V. Zheligovsky. Magnetic field generation by thermal convection in a plane layer of fluid rotating about the vertical axis. Предполагается публикация в журнале Mathematics в 2022 г.

#### **2.4 Поведение траекторий вблизи гетероклинической сети, состоящей из двух циклов**

Гетероклинический цикл является инвариантным множеством динамической системы, состоящим из конечного числа стационарных состояний (или компактных подмножеств более общего вида), и соединяющих их гетероклинических траекторий. Гетероклиническая сеть - это объединение конечного числа гетероклинических циклов.

Траектория вблизи гетероклинической сети находится долгое время около стационарных состояний, а переходы между состояниями происходят существенно быстрее. Таким образом, траекторию можно охарактеризовать последовательностью стационарных состояний, вблизи которых она проходит.

Эта последовательность может состоять из некоторого периодически повторяющегося набора состояний, например, если траектория притягивается к гетероклиническому циклу, являющемуся частью сети. В случае, если такой повторяющейся подпоследовательности не существует, траектория называется хаотичной. Поведение траекторий вблизи гетероклинической сети существенно зависит от собственных значений операторов линеаризации в окрестности стационарных состояний. В литературе известно большое количество гетероклинических сетей, для которых хаотическое поведение траекторий связано с существованием комплексных собственных значений операторов линеаризации.

Мы рассмотрели гетероклиническую сеть в пространстве размерности шесть, являющуюся объединением двух гетероклинических циклов, где все собственные значения операторов линеаризации действительны. Предполагается, что динамическая система инвариантна относительно симметрий, меняющих знак одной из шести координат, а стационарные состояния находятся на координатных осях. При таких предположениях рассматриваемая гетероклиническая сеть структурно устойчива.

Получены необходимые и достаточные условия фрагментарной асимптотической устойчивости для каждого из гетероклинических циклов, из которых следует, что они могут быть устойчивы или неустойчивы независимо. Также показано, что гетероклиническая сеть может быть фрагментарно асимптотически устойчива, при условии, что каждый из двух циклов неустойчив.

Численное исследование решений динамической системы, в которой существует рассматриваемая гетероклиническая сеть, указывает на возможность различного поведения траекторий в ее окрестности при изменении параметров динамической системы. Они могут притягиваться к гетероклиническому циклу, могут переходить от одного цикла к другому регулярным образом, совершив некоторое определенное количество оборотов, или же такие переходы носят нерегулярный характер. Таким образом, предложен пример простой гетероклинической сети, вблизи которой возможно хаотическое поведение.

## 2.5. О влиянии луны на эволюцию наклона оси вращения планеты в нерезонансном случае

Известно, что величина наклона оси вращения Земли, а также колебания по углу наклона оси оказывают существенное влияние на климат планеты. К примеру, ледниковый период связывают с изменениями в угле нутации Земли, совместное изменение в наклоне оси вращения и в эксцентриситете орбиты Земли оказывают фундаментальное воздействие на глобальный климат планеты. Поэтому исследованию наклона оси Земли (либо экзо-Земли) и его влиянию на климат планеты посвящены сотни работ западных исследователей. К примеру, известны результаты численного исследования прецессии Земли, изменения ее угла нутации, инсоляции поверхности Земли, в которой отмечается "стабилизирующая" роль Луны (Луна резко уменьшает амплитуду нутационных колебаний Земли, вызванных эволюцией орбиты Земли), а некоторые работы указывают на отсутствие такого стабилизирующего влияния.

Исследовано влияние спутника (экзо-Луны) на эволюцию угла наклона оси вращения планеты (экзо-Земли) в поле притяжения звезды (экзо-Солнца) и экзо-планет, входящих в планетную систему. А именно, численно и аналитически изучается каким образом изменяется размах колебаний угла нутации экзо-Земли при добавлении экзо-Луны в систему, состоящую из экзо-Солнца, экзо-Земли и экзо-планет. Под размахом колебаний угла нутации мы понимаем разность между его максимальным и минимальным значениями по времени. Мы говорим, что влияние экзо-Луны стабилизирующее, если при добавлении экзо-Луны размах колебаний угла нутации уменьшается, и дестабилизирующим, если размах колебаний увеличивается. Задача рассматривается в общей постановке. Экзо-Земля предполагается твердым, осесимметричным телом, близком к сферическому, а разность между наибольшим и наименьшим главными моментами инерции является малым параметром задачи. Предполагая, что орбиты небесных тел квазипериодические, проведено осреднение функции Гамильтона по быстрым переменным вращательного и орбитального движений при условии отсутствия резонансов между быстрыми частотами указанных движений. Для случая системы, состоящей из экзо-Солнца и экзо-планет, осредненная функция Гамильтона допускает разделение переменных, и, как следствие, система интегрируема, что позволяет вычислить зависимость размаха колебаний угла нутации от его начального значения. Показано, что осредненная функция Гамильтона содержит, помимо классических параметров, параметры  $D_i$ , являющиеся функционалами на семействе орбит небесных тел, входящих в планетную систему.

Используя полученные выражения, мы выделили класс систем, для которых можно показать аналитически, что влияние экзо-Луны стабилизирующее, а также, класс для которого влияние экзо-Луны дестабилизирующее. Влияние экзо-Луны на размах колебаний угла нутации экзо-Земли численно исследуется для частного случая системы, состоящей из звезды и двух планет. Рассматривается зависимость изменения размаха колебаний угла нутации экзо-Земли от эксцентриситета и больших полуосей орбит, угла наклона плоскостей орбит, а также начального значения угла нутации.

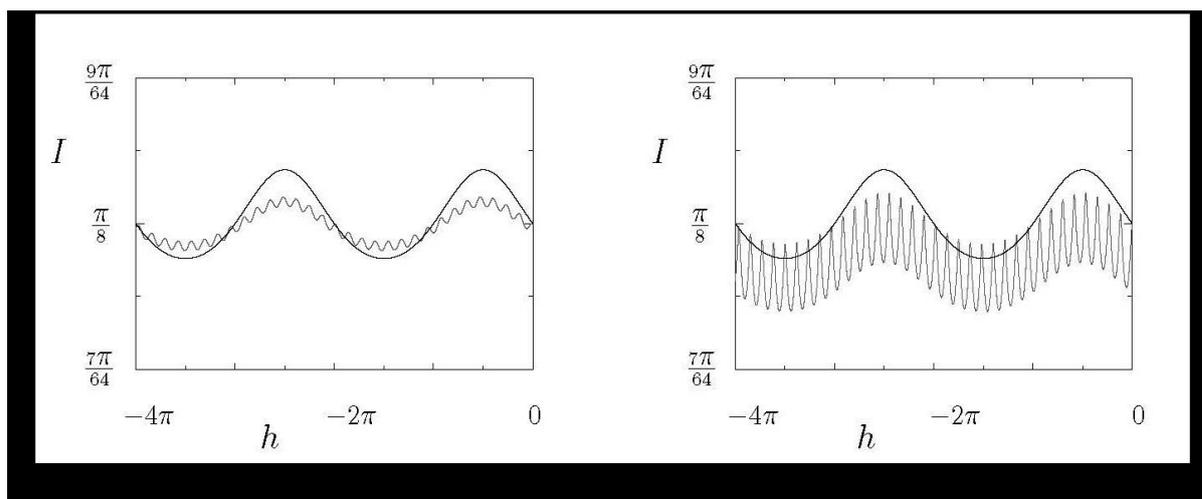


Рисунок 5. Примеры стабилизирующего и дестабилизирующего воздействия экзо-Луну

Примеры стабилизирующего и дестабилизирующего воздействия экзо-Луну приведены на рис. 5, на котором показаны колебания угла нутации экзо-Земли при наличии (серая линия) или в отсутствии (черная) экзо-Луны при некоторых параметрах планетарной системы.

### 3 Палеомагнитные исследования

В течение 2021 г. решалась следующая практическая задача: в рамках сегодняшних методик размагничивания палеомагнитных образцов изверженных пород исследовать возможность разделения ошибок ориентации образца при полевых работах и неизбежных ошибок при физическом процессе реконструкции вектора древнего магнитного поля, запечатленного в образце. Теоретический подход к задаче, разработанный ранее, позволяет оценить конус неопределенности ошибки реконструкции, при некоторых предположениях на ошибку ориентации ее можно частично скомпенсировать, если иметь

несколько образцов одного возраста из одного лавого потока. Теоретические результаты до публикации нуждаются в проверке на значительном числе реальных палеомагнитных данных, причем речь идет о тех лабораторных характеристиках образцов вулканических пород, которые ранее вообще не было принято публиковать. Взаимодействие с Институтом Физики Земли РАН открыло доступ к большой коллекции образцов, собранных в результате полевых работ 2020 и 2021 гг., но лабораторная их обработка еще не завершена и весь комплекс данных реконструкции ожидается получить уже в 2022г.

#### **4 Задачи теории упругости**

Получено точное решение краевой задачи теории упругости для тонкой прямоугольной плиты (прямоугольника), у которой горизонтальные стороны жестко защемлены, а торцы свободны. В центре плиты проведен вертикальный разрез, на котором задан разрыв продольных перемещений. Решение задачи представлено в виде рядов по собственным функциям Папковича–Фадля, коэффициенты которых имеют вид простых интегралов Фурье от известной формы профиля разрыва. Сначала решается соответствующая краевая задача для бесконечной защемленной полосы, затем на это решение накладывается решение для прямоугольника, с помощью которого удовлетворяются граничные условия на его торцах. Приведены примеры, в которых рассмотрены разрывы трех типов, отличающиеся гладкостью контура разрыва вблизи его концов. Полученное решение описывает зарождение и развитие разрывов в тонких прямоугольных плитах. Сброс остаточных напряжений происходит в результате образования разрыва. Полученное решение также позволяет по форме разрыва восстановить поля остаточных напряжений, приведших к их образованию. Результаты были представлены на конференциях [7-9].

#### **5 Прямые и обратные задачи**

Развиты методы восстановления функции с компактным носителем (или очень быстрым убыванием на бесконечности) по её преобразованию Фурье, ограниченному на шар фиксированного радиуса. Наши формулы восстановления и оценки устойчивости используют, в частности, теорию полиномов Чебышева. При этом наши результаты являются новыми уже в одномерном случае. Результат опубликован в статье [21].

Развиваются методы восстановления функции с компактным носителем (например, индекса рефракции) по модулю (абсолютному значению) её преобразованию

Фурье и далее по бесфазовым данным рассеяния. Мы используем, в частности, метод опорных рассеивателей (background information). Численная реализация находится в процессе подготовки. Результат опубликован в статье [26].

В работе мы продолжаем исследования по восстановлению фазы по бесфазовым данным рассеяния. Такие задачи наиболее важны, когда в качестве зондирующего инструмента используются элементарные частицы (например, рентгеновские фотоны). Результат опубликован в статье [25].

Получены сверх-явные асимптотические формулы для решения обратной задачи рассеяния в случае замеров при нескольких высоких энергиях. Результаты используют, в частности, теорию матриц Вандермонда. Результат опубликован в статье [25].

Продолжены исследования по вопросу невидимости (invisibility) в обратных задачах. Более точно, мы изучаем этот вопрос для многоточечных рассеивателей типа Бете-Пайерлса-Ферми-Зельдовича-Березина-Фаддеева. Результат опубликован в статье [20].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные по теме исследования являются вкладом в решение рассмотренных проблем геофизики и геодинамики.

Морфоструктурное районирование Болгарского региона позволило установить связь сильных ( $M6+$ ) землетрясений региона с морфоструктурными узлами, что создало основу для решения задачи распознавания потенциально сейсмичных узлов для этой магнитуды.

На основе морфоструктурного районирования литосферного блока Корсика-Сардиния, традиционно считающегося практически асейсмичным, проведена оценка сейсмического потенциала этого региона с использованием критериев сейсмичности для  $M5+$ , полученных ранее в других близких по тектонической структуре регионах Средиземноморья. В результате выявлены потенциальные морфоструктурные узлы, в которых могут происходить землетрясения с  $M5+$ .

Результаты моделирования блоковой динамики региона Алтай-Саяны-Байкал хорошо согласуются в распределением наблюдаемой сейсмичности и ее характеристиками. В окрестностях эпицентров всех известных землетрясений с  $M \geq 6.0$  и практически всех с  $M \geq 5.0$  имеются эпицентры соответствующих модельных землетрясений. Результаты моделирования дали дополнительные аргументы в пользу достоверности результата распознавания мест возможного возникновения сильных землетрясений в регионе, выполненного ранее.

В исследованиях по магнитогидродинамике рассмотрена (1) Пространственная аналитичность и глобальные априорные оценки соболевских норм решений системы уравнений диффузионной магнитогидродинамики и их производных по времен; (2) Блоховские возмущения трехмерных пространственно-периодических стационарных МГД состояний; (3) Генерация магнитного поля тепловой конвекцией в горизонтальном плоском слое электропроводной жидкости, вращающейся относительно вертикальной оси. Полученные результаты предполагают, что в природных гидромагнитных динамо присутствует непрерывная шкала масштабов, слабо разделенных между собой, турбулентное течение данного пространственного масштаба генерирует магнитное поле несколько (но незначительно) большего масштаба, и поля разных масштабов, составляющих эту шкалу, нелинейно взаимодействуют между собой. Тем самым, классические понятия  $\alpha$ -эффекта и вихревой (турбулентной) диффузии, основанные на

гипотезе существенного разделения пространственных масштабов, по-видимому, требуют определенной ревизии.

По результатам выполненных исследований опубликованы 14 статей в рецензируемых журналах, а также сделано 9 докладов на международных и российских научных конференциях.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Горшков А.И., Новикова О.В., Димитрова С., Димова Л., Райкова Р. (2021а) Сейсмоопасные (М6+) узлы Болгарского региона. Тезисы докладов II всероссийской конференции с международным участием «СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ СЕЙСМИЧЕСКОЙ ОПАСНОСТИ И ПРОГНОЗА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ» Москва, 29-30 сентября, 2021. С. 38-39. Издательство: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики Российской академии наук (Москва)
2. Горшков А. И., Ливинский А.И., Новикова О. В. Положение крупномасштабных рудных месторождений в линеаментно-блоковой структуре Алтае-Саянского региона. Разломообразование в литосфере и сопутствующие процессы. Тезисы докладов Всероссийского совещания, посвященного памяти профессора С. И. Шермана, Иркутск, 26–30 апреля 2021 г. Иркутск: ИГУ, 2021б. С. 144-145.
3. Желиговский В.А., Чертовских Р.А. О кинематической генерации магнитных мод блоховского типа. Физика Земли № 1, 118-132, 2020.
4. Желиговский В.А. Пространственная аналитичность и глобальные априорные оценки соболевских норм решений системы уравнений диффузионной магнитогидродинамики и их производных по времени. Тезисы докладов и программа Всероссийской научной конференции с международным участием "Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений", Москва 29-30 сентября 2021.
5. Ливинский А.И., Горшков А.И., Новикова О.В. Определение потенциально рудоносных узлов методом распознавания образов. Труды IV Международной геолого-геофизической конференции и выставки «ГеоЕвразия-2021. Геологоразведка в современных реалиях» Том II. 2021а. С. 325.
6. Ливинский А.И., Горшков А.И., Новикова О.В. Распознавание рудоносных узлов на Кавказе. Минерально-сырьевая база алмазов, благородных и цветных металлов – от прогноза к добыче. Сборник тезисов докладов II Молодежной научно-образовательной конференции ЦНИГРИ. 2021б. С. 86.

7. Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Кержаев А.П. Точное решение для частично защемленного прямоугольника с трещиной // IX Поляховские чтения: Материалы международной научной конференции по механике, 9-12 марта 2021г., Санкт-Петербург, Россия. СПб.: Издательство ВВМ, 2021. С. 320–322.
8. Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Кержаев А.П., Шуляковская Т.Д. Точное и балочное решения для узкого защемленного прямоугольника // Актуальные проблемы механики сплошной среды: Материалы VII международной конференции, 4-8 октября 2021 г., Цахкадзор, Армения. Ер.: «Гитутюн» НАН РА, 2021. С. 135–139.
9. Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Кержаев А.П., Yu G. Примеры точных решений краевых задач теории упругости для усеченного клина // Актуальные проблемы механики сплошной среды: Материалы VII международной конференции, 4-8 октября 2021 г., Цахкадзор, Армения. Ер.: «Гитутюн» НАН РА, 2021. С.130–134.
10. Ливинский А.И., Горшков А.И., Новикова О.В. Определение потенциально рудоносных узлов методом распознавания образов. Труды IV Международной геолого-геофизической конференции и выставки «ГеоЕвразия-2021. Геологоразведка в современных реалиях» Том II. 2021а. С. 325.
11. Ливинский А.И., Горшков А.И., Новикова О.В. Распознавание рудоносных узлов на Кавказе. Минерально-сырьевая база алмазов, благородных и цветных металлов – от прогноза к добыче. Сборник тезисов докладов II Молодежной научно-образовательной конференции ЦНИГРИ. 2021б. С. 86.
12. Рундквист Д.В., Ткачев А.В., Черкасов С.В., Гатинский Ю.Г., Вишневская Н.А. База данных и металлогеническая карта крупных и суперкрупных месторождений мира: принципы составления и предварительный анализ результатов // Крупные и суперкрупные месторождения: закономерности размещения и условия образования. М.: ИГЕМ РАН, 2004. С.391-422.
13. Р.А. Чертовских, В.А. Желиговский. О разделении масштабов в задаче о кинематической генерации магнитного поля. Тезисы докладов и программа

Всероссийской научной конференции с международным участием "Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений", Москва 29-30 сентября 2021 г.

14. Chertovskih R., Zheligovsky V. (2015) Large-scale weakly nonlinear perturbations of convective magnetic dynamos in a rotating layer. *Physica D*, 313, 99-116.

15. Chertovskih R., Gama S.M.A., Podvigina O., Zheligovsky V. (2010) Dependence of magnetic field generation by thermal convection on the rotation rate, *Physica D* 239, 1188-1209, 2010.

16. Donzis D.A., Gibbon J.D., Gupta A., Kerr R.M., Pandit R., Vincenzi D. (2013) Vorticity moments in four numerical simulations of the 3D Navier-Stokes equations. *J. Fluid Mech.*, 732, 316-331.

17. Gorshkov A., Novikova O., Dimitrova S., Dimova L., Raykova R. Identifying the Possible Locations of Earthquakes M<sub>6</sub>+ in the Bulgarian Region // Conference Proceedings, 11th Congress of the Balkan Geophysical Society. Oct 2021. V. 2021. P. 1 – 5. Publisher: European Association of Geoscientists & Engineers DOI:10.3997/2214-4609.202149BGS65.

18. Foias C., Guillopé C., Temam R. New a priori estimates for Navier-Stokes equations in dimension 3 // *Comm. Partial Diff. Equations*, 1981, 6, 329-359.

19. Gorshkov, A., Panza, G.F., Soloviev, A. et al. On the seismic potential of the Corsica–Sardinia block. *Rend. Fis. Acc. Lincei* 32, 715–728 (2021). DOI:10.1007/s12210-021-01014-z.

20. Grinevich P.G., Novikov R.G. Transmission eigenvalues for multipoint scatterers // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*. 2021. V. 9. № 4, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03326122v1>.

21. Isaev M.I., Novikov R.G. Stability estimates for reconstruction from the Fourier transform on the ball // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. 2021. V. 29. № 3. P. 421-433. DOI:10.1515/jiip-2020-0106.

22. Kontar Y.Y., Ismail-Zadeh A., Berkman P.A., Duda P.I., Gluckman S.P., Kelman I., Murray V. 2021. Knowledge exchange through science diplomacy to assist disaster risk reduction. *Progress in Disaster Science*, 11, Article no: 100188. DOI:10.1016/j.pdisas.2021.100188
23. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. An exact solution for a partially clamped rectangle with a crack // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. V. 1959. № 1. Article 012031. DOI:10.1088/1742-6596/1959/1/012031
24. Novikov R.G. Multipoint formulas for phase recovering from phaseless scattering data // *Journal of Geometric Analysis*. 2021. V. 31. № 2. P. 1965-1991. DOI:10.1007/s12220-019-00329-6
25. Novikov R.G. Multipoint formulae for inverse scattering at high energies // *Russian Mathematical Surveys*. 2021. V. 76. № 4. P. 723–725. DOI:10.1070/RM9994 [Новиков Р.Г. Многоточечные формулы для обратного рассеяния при высоких энергиях // *Успехи математических наук*. 2021. Т. 76. № 4 (460). С. 177-178. DOI:10.4213/rm9994]
26. Novikov R.G., Sivkin V.N. Phaseless inverse scattering with background information // *Inverse Problems*. 2021. V. 37. № 5. Article 055011 (20pp). DOI:10.1088/1361-6420/abf36c
27. Petrescu, L., Borleanu, F., Radulian, M., Ismail-Zadeh, A., and Matenco, L. Tectonic regimes and stress patterns in the Vrancea Seismic Zone: insights into intermediate-depth earthquake nests in locked collisional settings, *Tectonophysics*, 799, 228688, 2021. DOI:10.1016/j.tecto.2020.228688
28. Podvigina O. Behaviour of trajectories near a two-cycle heteroclinic network arXiv:2107.09982 (подано в SIAM Journal on Applied Dynamical Systems)
29. Podvigina O.M. and P.S. Krasilnikov Impact of a moon on the evolution of a planet's rotation axis: a non-resonant case. arXiv:2101.03429 (подано в Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy) .

30. Soloviev A.A., Gorshkov A.I. Modeling the Seismicity of the Altai–Sayan–Baikal Region // *Doklady Earth Sciences*. 2021. V. 501, № 2. P. 1070–1074. DOI:10.1134/S1028334X21120138 [Соловьев А.А., Горшков А.И. Моделирование сейсмичности региона Алтай–Саяны–Прибайкалье // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле, 2021, Т. 501, № 2, стр. 204-209]
31. Trubitsyn V.P., Trubitsyn A.P., Evseev M.N., Evseev A.N. (2021) The Processes of Heat and Mass Transfer in the Earth’s Mantle. In: Svalova V. (eds) *Heat-Mass Transfer and Geodynamics of the Lithosphere. Innovation and Discovery in Russian Science and Engineering*. Springer, Cham. DOI:10.1007/978-3-030-63571-8\_1
32. Zheligovsky V. Space analyticity and bounds for derivatives of solutions to the evolutionary equations of diffusive magnetohydrodynamics. *Mathematics*, 2021, 9, 1789 [arxiv.org/abs/2108.02746, DOI:10.3390/math9151789]
33. Vorobieva I, Gorshkov A, & Mandal P. Modelling the seismic potential of the Indo-Burman megathrust. *Scientific Reports* 11, 2021, Article 21200. DOI:10.1038/s41598-021-00586-y

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

Публикации по теме НИР «НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ГЕОДИНАМИКИ, РАЗРАБОТКА И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ИЗУЧЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СИСТЕМ», изданные в 2021 г.

Публикации в российских и международных журналах, индексируемых в Web of Science, Scopus, РИНЦ.

1. Gorshkov A., Novikova O., Dimitrova S., Dimova L., Raykova R. Identifying the Possible Locations of Earthquakes M<sub>6</sub>+ in the Bulgarian Region // Conference Proceedings, 11th Congress of the Balkan Geophysical Society. Oct 2021. V. 2021. P. 1 – 5. Publisher: European Association of Geoscientists & Engineers. DOI:10.3997/2214-4609.202149BGS65.

2. Gorshkov, A., Panza, G.F., Soloviev, A. et al. On the seismic potential of the Corsica–Sardinia block. *Rend. Fis. Acc. Lincei* 32, 715–728 (2021). DOI:10.1007/s12210-021-01014-z.

3. Grinevich P.G., Novikov R.G. Transmission eigenvalues for multipoint scatterers // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*. 2021. V. 9. № 4. P. 17-25. DOI:10.32523/2306-6172-2021-9-4-17-25.

4. Isaev M.I., Novikov R.G. Stability estimates for reconstruction from the Fourier transform on the ball // *Journal of Inverse and Ill-posed Problems*. 2021. V. 29. № 3. P. 421-433. DOI:10.1515/jiip-2020-0106

5. Kontar Y.Y., Ismail-Zadeh A., Berkman P.A., Duda P.I., Gluckman S.P., Kelman I., Murray V. 2021. Knowledge exchange through science diplomacy to assist disaster risk reduction. *Progress in Disaster Science*, 11, Article no: 100188. DOI:10.1016/j.pdisas.2021.100188

6. Kovalenko M.D., Menshova I.V., Kerzhaev A.P. An exact solution for a partially clamped rectangle with a crack // *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. V. 1959. № 1. Article 012031. DOI:10.1088/1742-6596/1959/1/012031

7. Ismail-Zadeh A., Kumar A. Deterministic, Probabilistic, and Data-enhanced Models of Seismic Hazard Assessments with some Applications to Central Asian Regions // *Journal of the Geological Society of India*. 2021. V. 97. № 12. P. 1508-1513. DOI:10.1007/s12594-021-1906-9 (WoS, Q4).

8. Novikov R.G. Multipoint formulae for inverse scattering at high energies // *Russian Mathematical Surveys*. 2021. V. 76. № 4. P. 723–725. DOI:10.1070/RM9994 [Новиков Р.Г. Многоточечные формулы для обратного рассеяния при высоких энергиях // *Успехи математических наук*. 2021. Т. 76. № 4 (460). С. 177-178. DOI:10.4213/rm9994].

9. Novikov R.G., Sivkin V.N. Phaseless inverse scattering with background information // *Inverse Problems*. 2021. V. 37. № 5. Article 055011 (20pp). DOI:10.1088/1361-6420/abf36c.

10. Petrescu, L., Borleanu, F., Radulian, M., Ismail-Zadeh, A., and Matenco, L. Tectonic regimes and stress patterns in the Vrancea Seismic Zone: insights into intermediate-depth earthquake nests in locked collisional settings, *Tectonophysics*, 799, 228688, 2021. DOI:10.1016/j.tecto.2020.228688.

11. Soloviev A.A., Gorshkov A.I. Modeling the Seismicity of the Altai–Sayan–Baikal Region // *Doklady Earth Sciences*. 2021. V. 501, № 2. P. 1070–1074. DOI:10.1134/S1028334X21120138. [Соловьев А.А., Горшков А.И. Моделирование сейсмичности региона Алтай–Саяны–Прибайкалье // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле, 2021, Т. 501, № 2, стр. 204-209].

12. Trubitsyn V.P., Trubitsyn A.P., Evseev M.N., Evseev A.N. (2021) The Processes of Heat and Mass Transfer in the Earth’s Mantle. In: Svalova V. (eds) *Heat-Mass Transfer and Geodynamics of the Lithosphere. Innovation and Discovery in Russian Science and Engineering*. Springer, Cham. DOI:10.1007/978-3-030-63571-8\_1.

13. Zheligovsky V. Space analyticity and bounds for derivatives of solutions to the evolutionary equations of diffusive magnetohydrodynamics. *Mathematics*, 2021, 9, 1789 [arxiv.org/abs/2108.02746, DOI:10.3390/math9151789].

14. Vorobieva I, Gorshkov A, & Mandal P. Modelling the seismic potential of the Indo-Burman megathrust. *Scientific Reports* 11, 2021, Article 21200. DOI:10.1038/s41598-021-00586-y.

### **Материалы конференций**

1. Горшков А.И., Новикова О.В., Димитровва С., Димова Л., Райкова Р. СЕЙСМООПАСНЫЕ (М6+) УЗЛЫ БОЛГАРСКОГО РЕГИОНА // Тезисы докладов и программа II Всероссийской научной конференции с международным участием «Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений», Москва, 29-30 сентября 2021 г. Москва. ИТПЗ РАН, 2021. С.38-39.

2. Горшков А. И., Ливинский А.И., Новикова О. В. Положение крупномасштабных рудных месторождений в линеаментно-блоковой структуре Алтае-Саянского региона. Разломообразование в литосфере и сопутствующие процессы. Тезисы докладов Всероссийского совещания, посвященного памяти профессора С. И. Шермана, Иркутск, 26–30 апреля 2021 г. Иркутск: ИГУ, 2021б. С. 144-145.

3. Желиговский В.А. Пространственная аналитичность и глобальные априорные оценки соболевских норм решений системы уравнений диффузионной магнитогидродинамики и их производных по времени // Тезисы докладов и программа II Всероссийской научной конференции с международным участием «Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений», Москва, 29-30 сентября 2021 г. Москва. ИТПЗ РАН, 2021. С.45-46.
4. Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Кержаев А.П., Шуляковская Т.Д. Точное и балочное решения для узкого защемленного прямоугольника // Актуальные проблемы механики сплошной среды: Материалы VII международной конференции, 4-8 октября 2021 г., Цахкадзор, Армения. Ер.: «Гитутюн» НАН РА, 2021. С. 135–139
5. Коваленко М.Д., Меньшова И.В., Кержаев А.П. Примеры точных решений краевых задач теории упругости для усеченного клина // Актуальные проблемы механики сплошной среды: Материалы VII международной конференции, 4-8 октября 2021 г., Цахкадзор, Армения. Ер.: «Гитутюн» НАН РА, 2021. С.130–134
6. Ливинский А.И., Горшков А.И., Новикова О.В. Определение потенциально рудоносных узлов методом распознавания образов. Труды IV Международной геолого-геофизической конференции и выставки «ГеоЕвразия-2021. Геологоразведка в современных реалиях» Том II. 2021а. С. 325
7. Ливинский А.И., Горшков А.И., Новикова О.В. Распознавание рудоносных узлов на Кавказе. Минерально-сырьевая база алмазов, благородных и цветных металлов – от прогноза к добыче. Сборник тезисов докладов II Молодежной научно-образовательной конференции ЦНИГРИ. 2021б. С. 86
8. Чертовских Р.А., Желиговский В.А. О разделении масштабов в задаче о кинематической генерации магнитного поля // Тезисы докладов и программа II Всероссийской научной конференции с международным участием «Современные методы оценки сейсмической опасности и прогноза землетрясений», Москва, 29-30 сентября 2021 г. Москва. ИТПЗ РАН, 2021. С.107-108.
9. Alexander Gorshkov, Olga Novikova, Sonia Dimitrova, Aleksander Soloviev, Maxim Semka, Dragomir Dragomirov, Milen Tsekov, Lyuba Dimova, Reneta Raykova (2021). Evaluation of the seismogenic (M6+) nodes for the territory of Bulgaria and adjacent areas REVIEW OF THE BULGARIAN GEOLOGICAL SOCIETY, vol. 82, part 3, 2021, p. 174–176 <https://doi.org/10.52215/rev.bgs.2021.82.3.174>