

КРИТЕРИЙ С-ОПТИМАЛЬНОСТИ ПЛАНОВ В ЗАДАЧАХ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ СТАНЦИЙ

В.Ю. Бурмин,

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта, РАН, г. Москва, ул. Большая Грузинская, 10

E-mail: vburmin@yandex.ru

Предположим, что цель эксперимента отыскание оценок некоторых неизвестных параметров p_j по наблюдаемым величинам f_i , причем связь между ними записывается в виде системы линейных алгебраических уравнений

$$\mathbf{K}\mathbf{p}=\mathbf{f}, \quad (1)$$

где \mathbf{K} – прямоугольная матрица полного ранга размерности $n \times m$ ($n \geq m$), вид которой определяется планом эксперимента; $\mathbf{f}=\{f_1, f_2, \dots, f_n\}$ наблюдаемый вектор; $\mathbf{p}=\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ – искомый вектор. Если \mathbf{K} матрица полного ранга, то существует единственное решение уравнения (1):

$$\mathbf{p}=\mathbf{K}^{+1}\mathbf{f},$$

где матрица \mathbf{K}^{+1} – обобщённая обратная к \mathbf{K} .

Величина $\|\mathbf{K}\| \|\mathbf{K}^{+}\|$ называется числом обусловленности матрицы \mathbf{K} и обозначается через $\text{cond}(\mathbf{K})$, а критерий оптимальности, связанный с минимизацией $\|\mathbf{K}^{+}\|$ или $\|\mathbf{K}\| \|\mathbf{K}^{+}\|$, критерием *С-оптимальности* (от condition) [Бурмин, 1976, 2019].

На базе критерия *С-оптимальности* были рассчитаны оптимальные конфигурации региональных сейсмологических сетей Юго-Восточной Азии, Вьетнама, Кавказа, Армении, Украины [Бурмин, 1986, 1994, 2018; Бурмин и др., 2000, 2001, 2019; Burmin, Shumlianska, 2020], а также глобальной сейсмологической сети [Бурмин, 1994].

В работе [Бурмин, 1992] задача определения координат гипоцентров землетрясений сводится к задаче решения системы линейных уравнений (1). Пусть вектор свободных членов \mathbf{f} в системе уравнений (1) задан с погрешностью $\Delta\mathbf{f} \neq 0$. В этом случае для нормы погрешности $\Delta\mathbf{p}$ вектора \mathbf{p} справедлива оценка

$$\|\Delta \mathbf{p}\| = \left\{ \sum_{i=1}^n |\Delta \rho_i|^2 \right\}^{1/2} \leq \|\tilde{\mathbf{K}}^+\| \|\mathbf{R} \nu \rho\| |\Delta \tau| = J \times |\Delta \tau|, \quad (2)$$

Здесь предполагается, что ошибки в определении координат станций пренебрежимо малы, а времена прихода (или пробега) сейсмических волн определяются с точностью $|\delta \tau_i| = \rho_i |\Delta \tau|$, $\rho_i \geq 0$. Весовые множители ρ_i выбираются в соответствии с величиной и характером величин $|\delta \tau_i|$. Погрешности $\Delta \tau$ могут носить как случайный, так и систематический характер.

Оценка (2), являясь мажорантной, дает гарантированную точность в определении параметров гипоцентров близких землетрясений. Если варьировать координатами точек наблюдений, то можно подобрать такое их положение, при котором оценка (2) примет минимальное значение. Таким образом, задачу определения оптимальной геометрии системы наблюдений можно рассматривать как задачу минимизации целевой функции $J = \|\tilde{\mathbf{K}}^+\| \|\mathbf{R} \nu \rho\|$, а точнее, некоторого функционала от целевой функции J [Бурмин, 1986].

Для минимальной магнитуды имеем [Burmin, Shumlianska, 2020]

$$m_{\min} = \lg \left(\frac{\gamma a_{\text{adc}} u_{\text{adc}}}{2\pi a_{\text{max}} SK} \right) + \sigma(\Delta, h, s(T, \omega)) - \delta m.$$

Здесь a_{adc} – значение сигнала в отчетах на выходе аналого-цифрового преобразователя (АЦП); a_{max} – диапазон АЦП в отчетах (определяется разрядностью АЦП); f – частота сигнала в Гц; S [в×с/м] – коэффициент электромеханической связи (КЭМС); K – коэффициент усиления канала регистрации; u_{adc} – рабочий диапазон АЦП в вольтах; γ – параметр равный минимально возможному отношению амплитуды полезного сигнала к уровню помех; $\sigma(\Delta, h, s(T, \omega))$ – калибровочная функция представляет собой зависимость значений минимальных магнитуд землетрясений, которые регистрируются сейсмической станцией с заданным увеличением, от эпицентрального расстояния.

На рис. 1 представлена оптимальная геометрия сейсмологической сети на территории Украины [Burmin, Shumlianska, 2020].



Рис. 1.

Сейсмическая сеть на рис. 1 при увеличении сейсмографов 50 тысяч будет регистрировать внутри сети землетрясения с магнитудой 3.

На рис. 2 представлена оптимальная геометрия глобальной сейсмологической сети [Бурмин, 1994]. Крестиками на рисунке обозначены сейсмические станции.

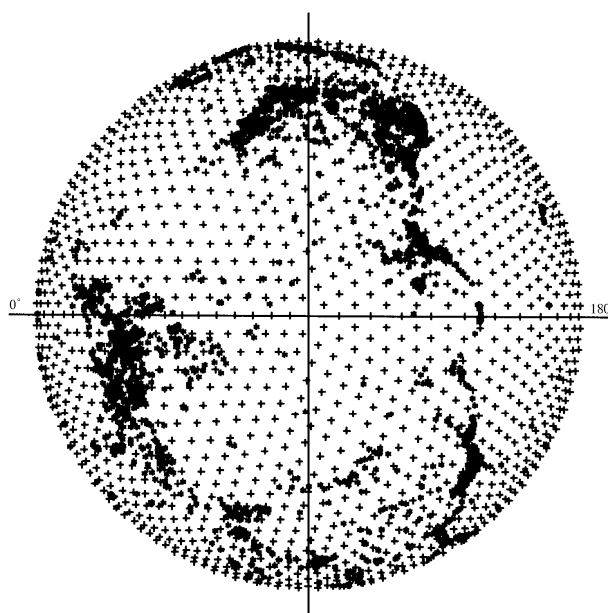


Рис. 2.

Представленная на рис. 2 система наблюдений при увеличении сейсмических станций ~40 тысяч будет регистрировать без пропусков землетрясения с магнитудой равной 4.

Список литературы

- Бурмин В.Ю.* Задача планирования эксперимента и обусловленность систем линейных уравнений // Изв АН СССР. Техническая кибернетика. 1976. №2. С. 195-200.
- Бурмин В.Ю.* Оптимальное расположение сейсмических станций при регистрации близких землетрясений // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1986. № 5. С. 34-42.
- Бурмин В.Ю.* Новый подход к определению параметров гипоцентров близких землетрясений // Вулканология и сейсмология. 1992. № 3. С.73-82.
- Бурмин В.Ю.* Оптимальное расположение сейсмических станций на поверхности земного шара // Изв. РАН. Физика Земли. 1994. № 12. С. 1-9.
- Бурмин В.Ю.* Оптимальная сеть сейсмологических наблюдений на Кавказе. // Сейсмические приборы. 2018. Т. 54, № 3. С.56-69. DOI: 10.21455/si2018.3-4
- Бурмин В.Ю.* Некоторые обратные задачи сейсмологии. Теория, эксперименты, результаты – Москва. «Наука». 2019. 276 с.
- Бурмин В.Ю., Нгуен Ван Фонг, Аветисян А.М.* Планирование оптимальной региональной сети сейсмологических наблюдений на примере Армении // Вулканология и сейсмология. 2000. № 6. С. 66-79.
- Бурмин В.Ю., Нгуен Ван Фонг.* Планирование оптимальной региональной сети сейсмологических наблюдений для Юго-Восточной Азии // Вулканология и сейсмология . 2001. № 1. С. 68-75.
- Бурмин В.Ю., Нго Тхи Лы, Чан Вьет Фьонг.* Оценка эффективности современной и планирования оптимальной сети сейсмических станций на территории Вьетнама // Сейсмические приборы. 2009. Т. 45. № 1. С. 27-35.
- Burmin V.Y., Shumljanska L.A.* Design of the optimal seismological network in Ukraine // Pure Appl. Geophys. 2020. Vol. 177. Issue 8. P. 3651–3665. DOI: 10.1007/s00024-020-02453-9