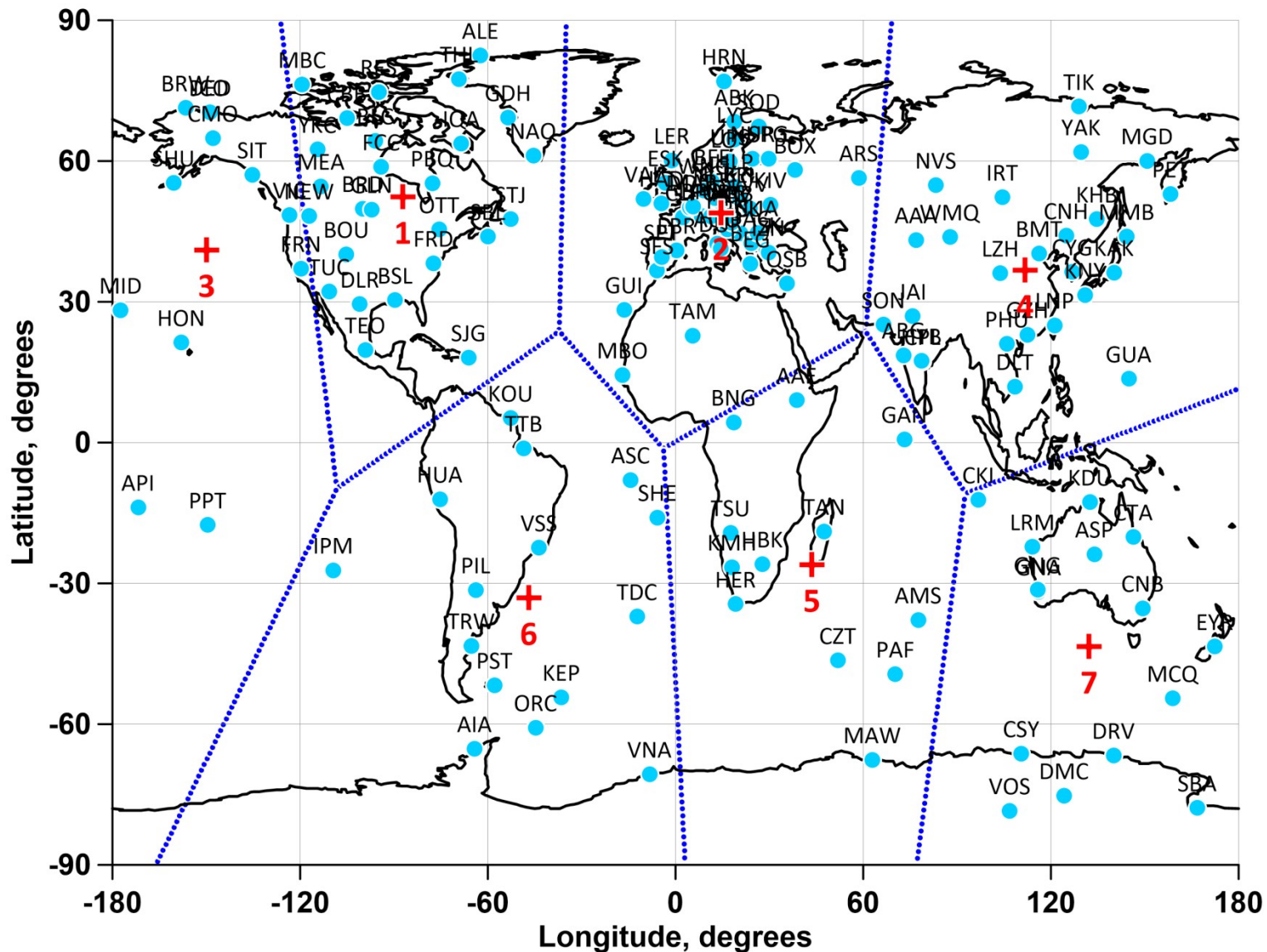
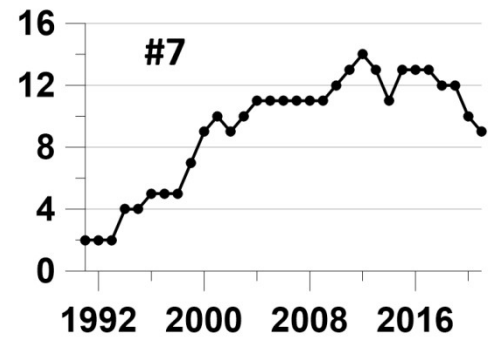
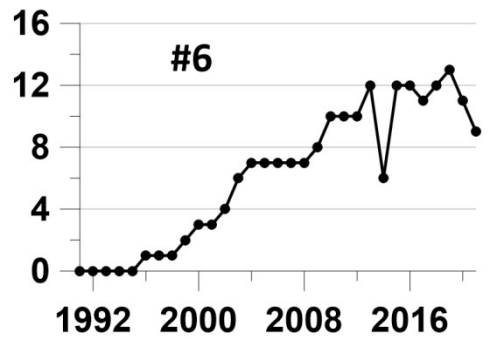
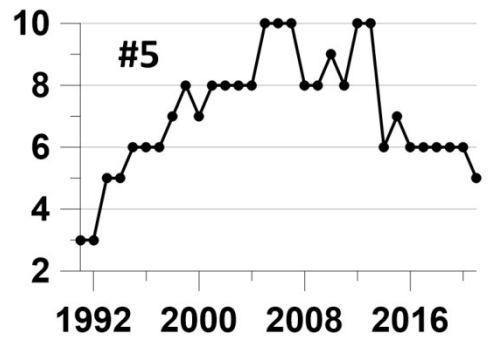
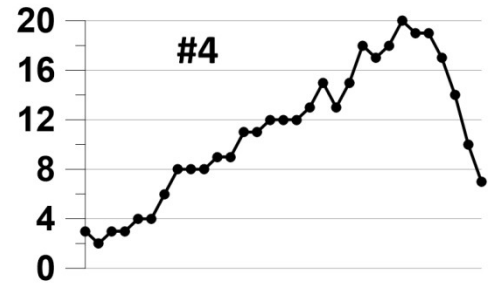
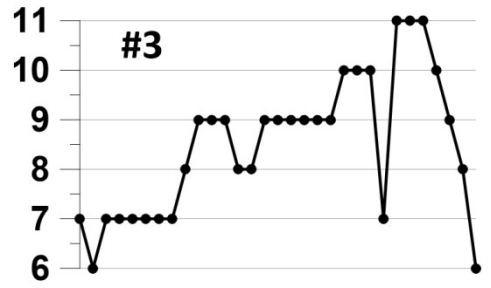
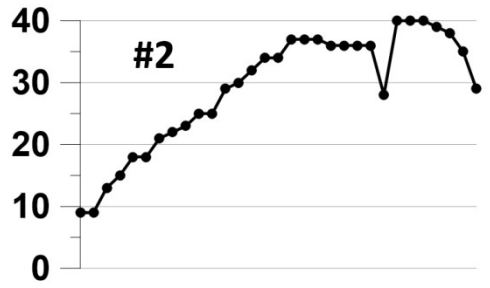
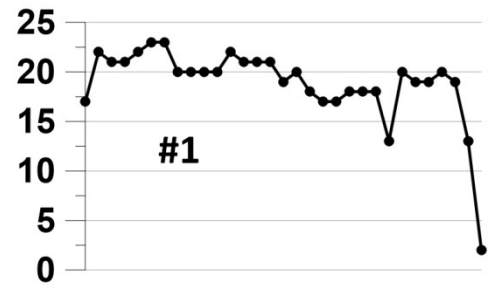
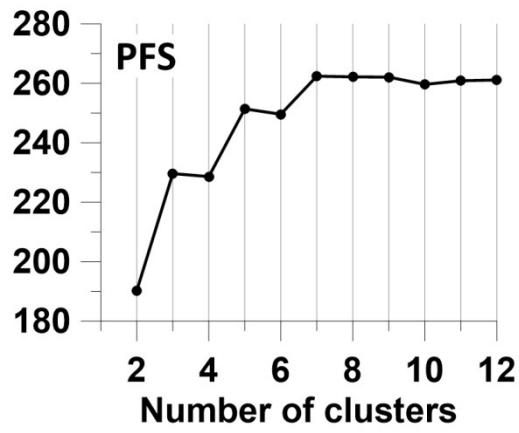


**Анализ глобальных корреляций магнитного поля
Земли в связи с сильными землетрясениями**

Любушин А.А., Родионов Е.А.

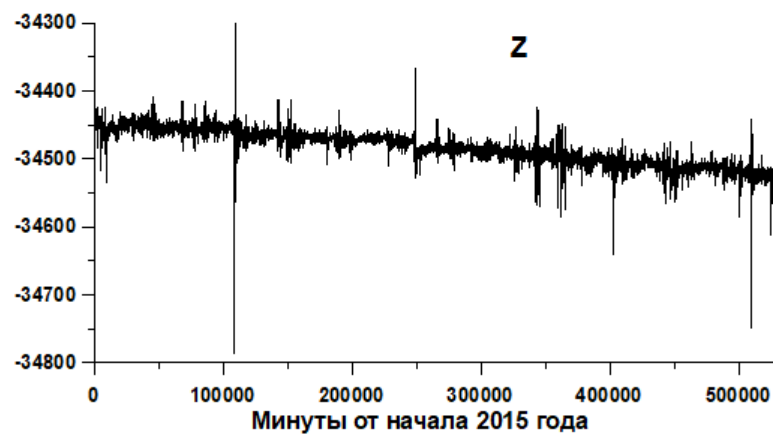
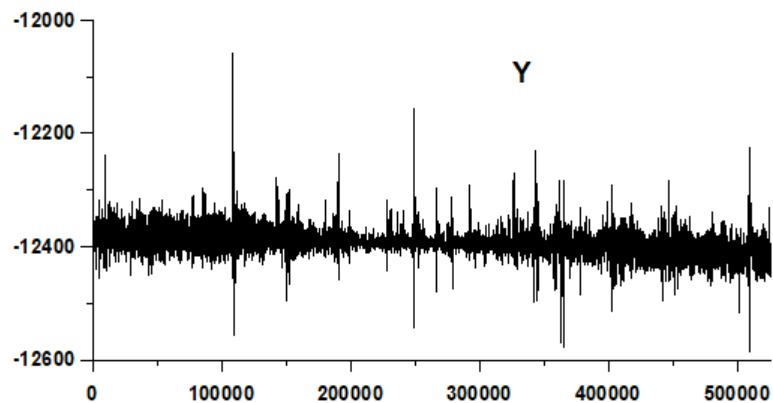
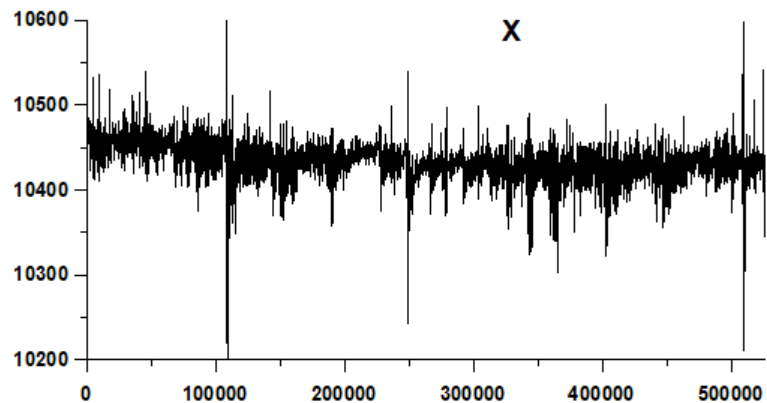


Голубыми кружками показаны положения 153 станций сети INTERMANET вместе с их идентификаторами. Красными пронумерованными крестиками показаны центры 7 кластеров станций, для которых построено разбиение Вороного.

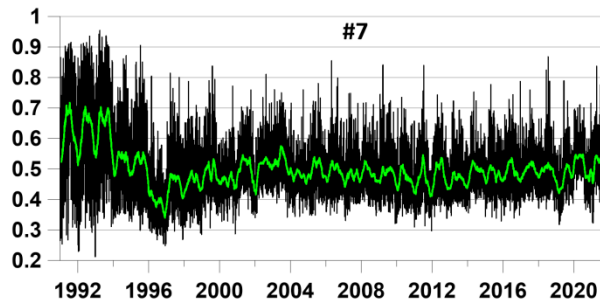
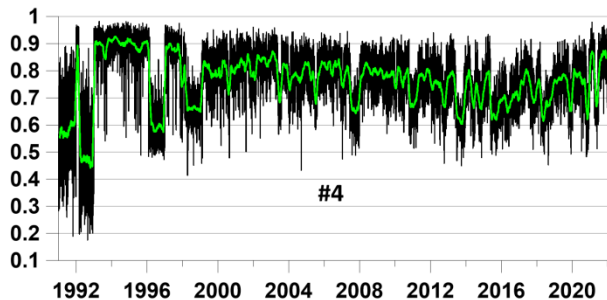
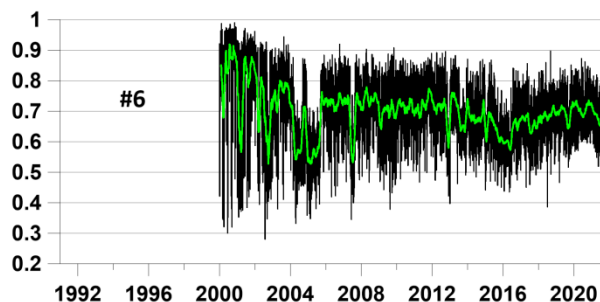
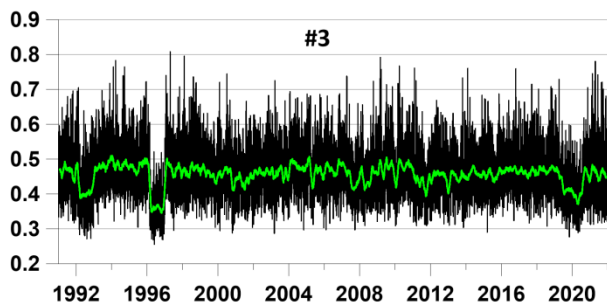
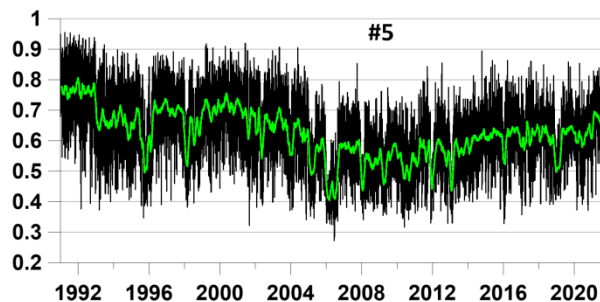
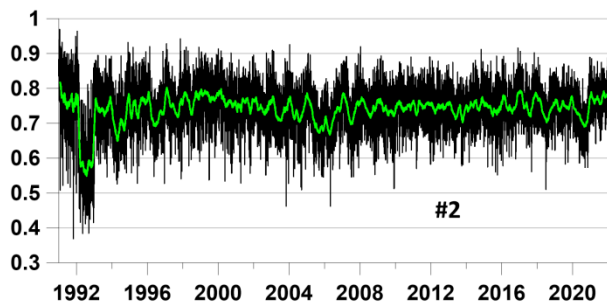
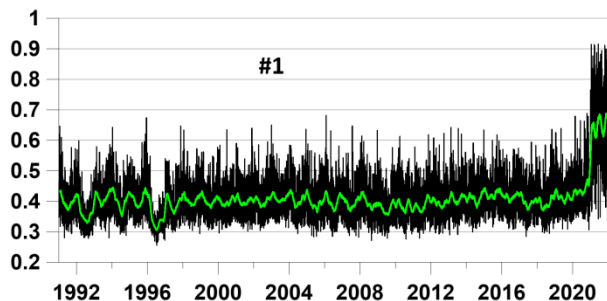


Представлен график псевдо-F-статистики в зависимости от пробного числа кластеров, который объясняет выбор 7 кластеров. Для всех кластеров построены графики ежегодного числа работающих станций.

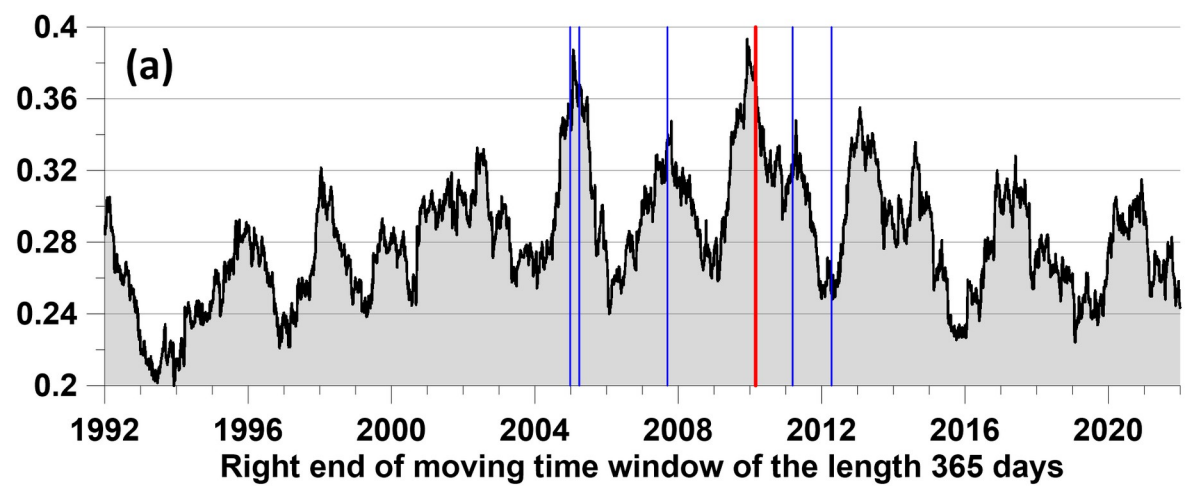
CZT (Lon = 51.87 Lat = -46.43) 2015



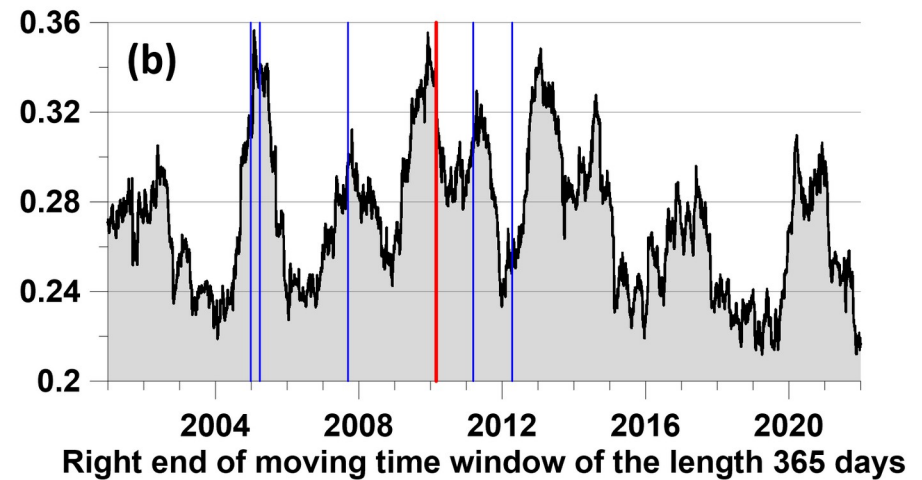
Графики компонент магнитного поля для станции CZT в 2015 году, 525600 отсчетов с шагом по времени 1 минута



Представлены ежесуточные вейвлет-корреляции для результатов наблюдений за магнитным полем Земли для станций из 7 кластеров. Зелеными линиями представлены графики скользящих средних в окне длиной 57 суток. Временной ряд вейвлет-корреляций для кластера #6 можно определить лишь начиная с 2000 года, поскольку ранее для этого кластера число работающих станций равно 0.



$$\tilde{\lambda}_1 = \lambda_1 / \sum_{k=1}^q \lambda_k$$

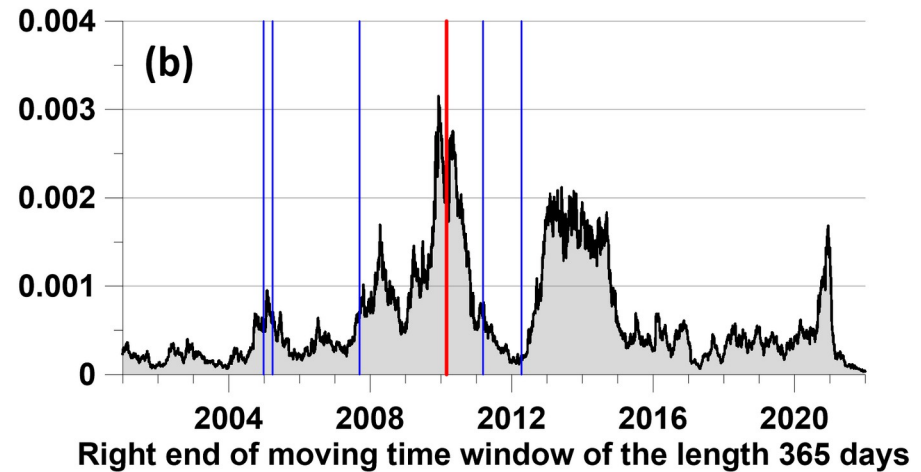
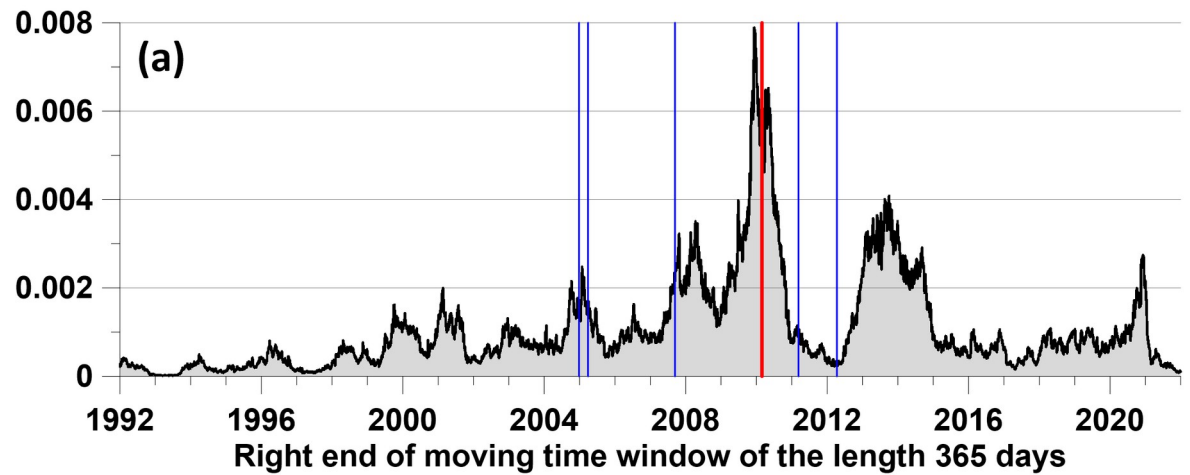


(a) – график максимального нормализованного собственного числа корреляционной матрицы 6-мерного временного ряда вейвлет-корреляций для кластеров #1-5 и #7 во временном окне длиной 365 суток; (b) – график собственного числа корреляционной матрицы 7-мерного временного ряда для всех кластеров #1-7. Вертикальными линиями отмечены моменты времени 6 крупнейших землетрясений с магнитудой не ниже 8,5, из которых красной линией отмечен момент времени землетрясения Мауле в Чили 27 февраля 2010 года, M=8.8.

$$\mu = \prod_{i=1}^q \nu_i$$

$$\nu_i^2 = S_i^T (S_{ZZ}^{(i)})^{-1} S_i / P_i$$

Здесь $S_{ZZ}^{(i)}$ является самосопряженной матрицей размера $(q-1) \times (q-1)$, которая получается из полной корреляционной матрицы S_{ZZ} размера $q \times q$ многомерного временного ряда $Z(t)$ путем удаления i -ого столбца и i -ой строки, S_i является $(q-1)$ -мерным вектором, состоящим из коэффициентов корреляции между i -ой компонентой вектора $Z(t)$ со всеми остальными его скалярными компонентами. Величина P_i является дисперсией i -ой компоненты вектора $Z(t)$.



(a) – график множественного коэффициента корреляции 6-мерного временного ряда вейвлет-корреляций для кластеров #1-5 и #7 во временном окне длиной 365 суток; (b) – график множественного коэффициента корреляции 7-мерного временного ряда для всех кластеров #1-7. Вертикальными линиями отмечены моменты времени 6 крупнейших землетрясений с магнитудой не ниже 8.5, из которых красной линией отмечен момент времени землетрясения Мауле в Чили 27 февраля 2010 года, M=8.8.

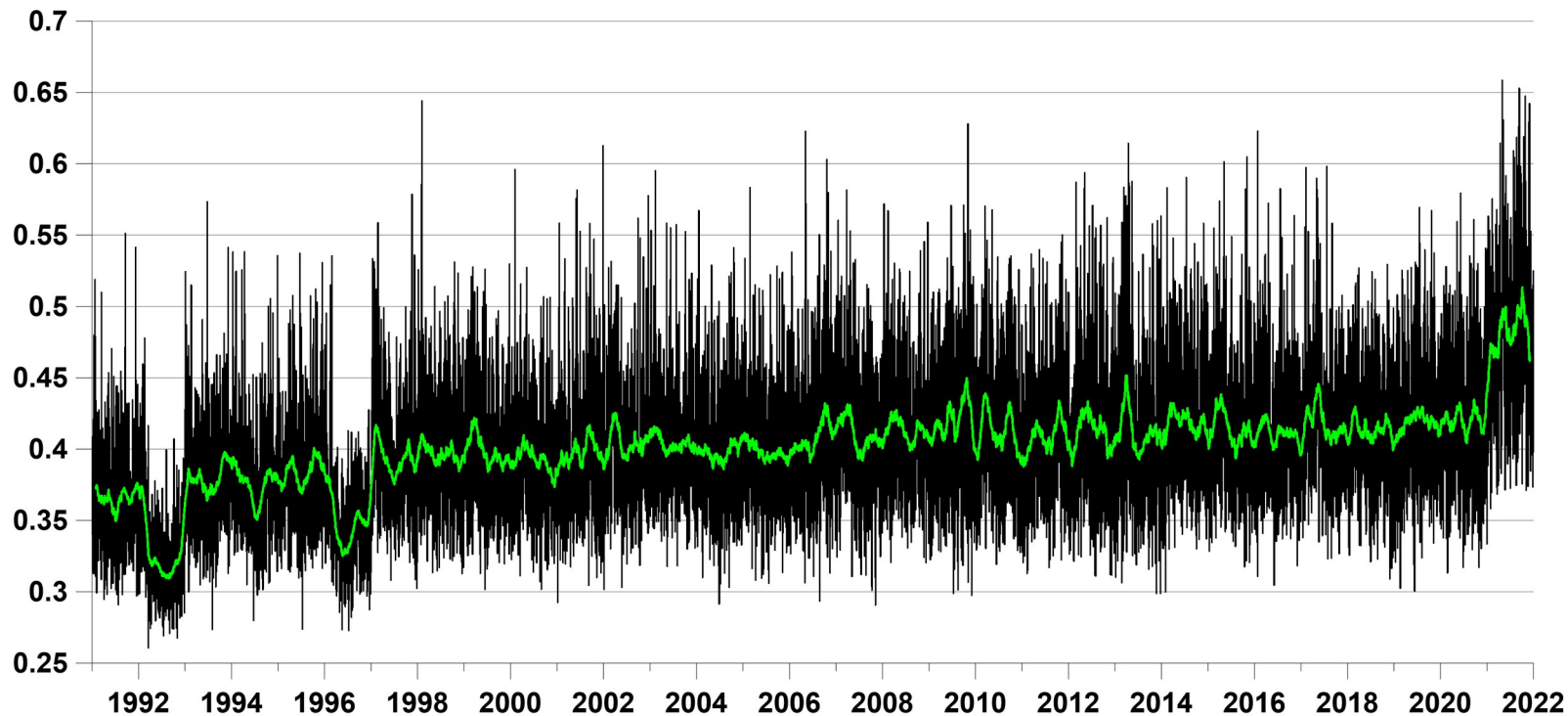


График ежегодных вейвлет-корреляций для результатов наблюдений за магнитным полем Земли для всех станций. Зеленой линией представлен график скользящего среднего в окне длиной 57 суток.

Матрица влияния для двух последовательностей случайных событий

Пусть $t_j^{(\alpha)}, j=1, \dots, N_\alpha; \alpha=1, 2$ be – моменты времени 2-х последовательностей событий. Представим их интенсивности в виде: $\lambda^{(\alpha)}(t) = b_0^{(\alpha)} + \sum_{\beta=1}^2 b_\beta^{(\alpha)} \cdot g^{(\beta)}(t)$ где $b_0^{(\alpha)} \geq 0, b_\beta^{(\alpha)} \geq 0$ – параметр, $g^{(\beta)}(t)$ is – функция влияния событий $t_j^{(\beta)}$ из потока с номером β : $g^{(\beta)}(t) = \sum_{t_j^{(\beta)} < t} \exp(-(t-t_j^{(\beta)})/\tau)$. Из этой формулы следует, что вес события с номером j неотрицателен для моментов времени $t > t_j^{(\beta)}$ и затухает с временем релаксации τ . Параметр $b_\beta^{(\alpha)}$ определяет степень влияния потока событий β на последовательность α . Параметр $b_0^{(\alpha)}$ определяет самовозбуждающееся влияние потока событий на себя, тогда как $b_0^{(\alpha)}$ соответствует чисто случайной (пуассоновской) части интенсивности. Время релаксации τ является свободным параметром. Рассмотрим проблему определения параметров $b_0^{(\alpha)}, b_\beta^{(\alpha)}$ путем максимизации логарифмических функций правдоподобия нестационарного пуассоновского процесса на интервале времени $[0, T]$:

$\ln(L_\alpha) = \sum_{j=1}^{N_\alpha} \ln(\lambda^{(\alpha)}(t_j^{(\alpha)})) - \int_0^T \lambda^{(\alpha)}(s) ds, \alpha=1, 2$. Нетрудно получить следующую формулу: $b_0^{(\alpha)} \frac{\partial \ln(L_\alpha)}{\partial b_0^{(\alpha)}} + \sum_{\beta=1}^2 b_\beta^{(\alpha)} \frac{\partial \ln(L_\alpha)}{\partial b_\beta^{(\alpha)}} = N_\alpha - \int_0^T \lambda^{(\alpha)}(s) ds$. В точке максимума функции

$\ln(L_\alpha)$ каждый член в левой части формулы равен нулю в силу условий $b_0^{(\alpha)} \geq 0, b_\beta^{(\alpha)} \geq 0$, поскольку если параметры положительны, то в точке максимума частные производные обращаются в нуль в силу необходимых условий экстремума, а если максимум достигается на границе, то параметры обращаются в нуль. Поэтому в точке максимума $\int_0^T \lambda^{(\alpha)}(s) ds = N_\alpha$. Подставляя формулы для интенсивностей, получаем: $b_0^{(\alpha)} + \sum_{\beta=1}^m b_\beta^{(\alpha)} \cdot \bar{g}^{(\beta)} = \lambda_0^{(\alpha)} \equiv N_\alpha / T$, где $\bar{g}^{(\beta)} = \int_0^T g^{(\beta)}(s) ds / T$ – средние значения

функций влияния, $\lambda_0^{(\alpha)}$ – средняя интенсивность последовательности α . Подставляя выражение для $b_0^{(\alpha)}$ в $\ln(L_\alpha)$, получаем следующую задачу на максимум:

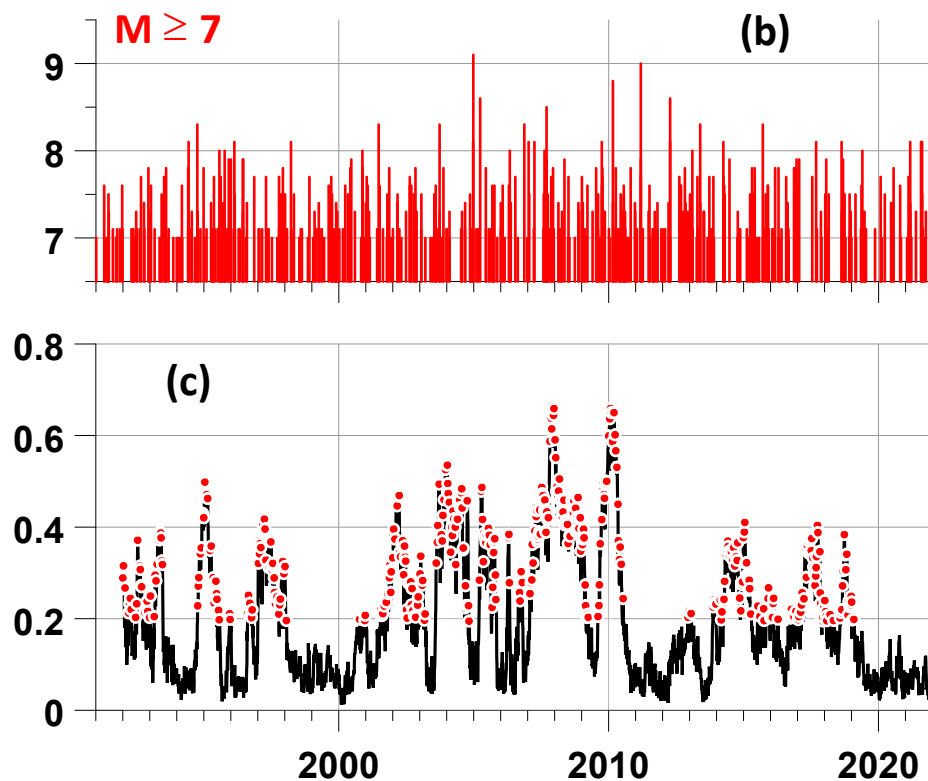
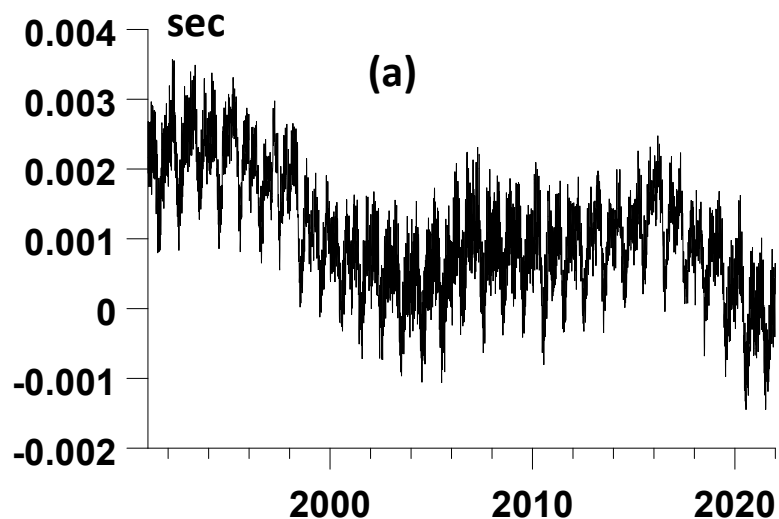
$\Phi^{(\alpha)}(b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}) = \sum_{j=1}^{N_\alpha} \ln(\lambda_0^{(\alpha)} + \sum_{\beta=1}^2 b_\beta^{(\alpha)} \cdot \Delta g^{(\beta)}(t_j^{(\alpha)})) \rightarrow \max$, где $\Delta g^{(\beta)}(t) = g^{(\beta)}(t) - \bar{g}^{(\beta)}$, при условиях: $b_1^{(\alpha)} \geq 0, b_2^{(\alpha)} \geq 0, \sum_{\beta=1}^2 b_\beta^{(\alpha)} \bar{g}^{(\beta)} \leq \lambda_0^{(\alpha)}$. Функция $\Phi^{(\alpha)}$ выпукла с неотрицательно определенным гессианом. Поэтому решение задачи на максимум существует и единственно для любого данного параметра релаксации τ . Элементы матрицы

влияния $\kappa_\beta^{(\alpha)}, \alpha=1, 2; \beta=0, 1, 2$ определяются по формулам: $\kappa_0^{(\alpha)} = \frac{b_0^{(\alpha)}}{\lambda_0^{(\alpha)}} \geq 0, \kappa_\beta^{(\alpha)} = \frac{b_\beta^{(\alpha)} \cdot \bar{g}^{(\beta)}}{\lambda_0^{(\alpha)}} \geq 0$. Величина $\kappa_0^{(\alpha)}$ есть чисто случайная часть средней интенсивности $\lambda_0^{(\alpha)}$ последовательности α , часть $\kappa_\alpha^{(\alpha)}$ соответствует самовозбуждающейся части интенсивности $\alpha \rightarrow \alpha$ и $\kappa_\beta^{(\alpha)}, \beta \neq \alpha$ является частью интенсивности,

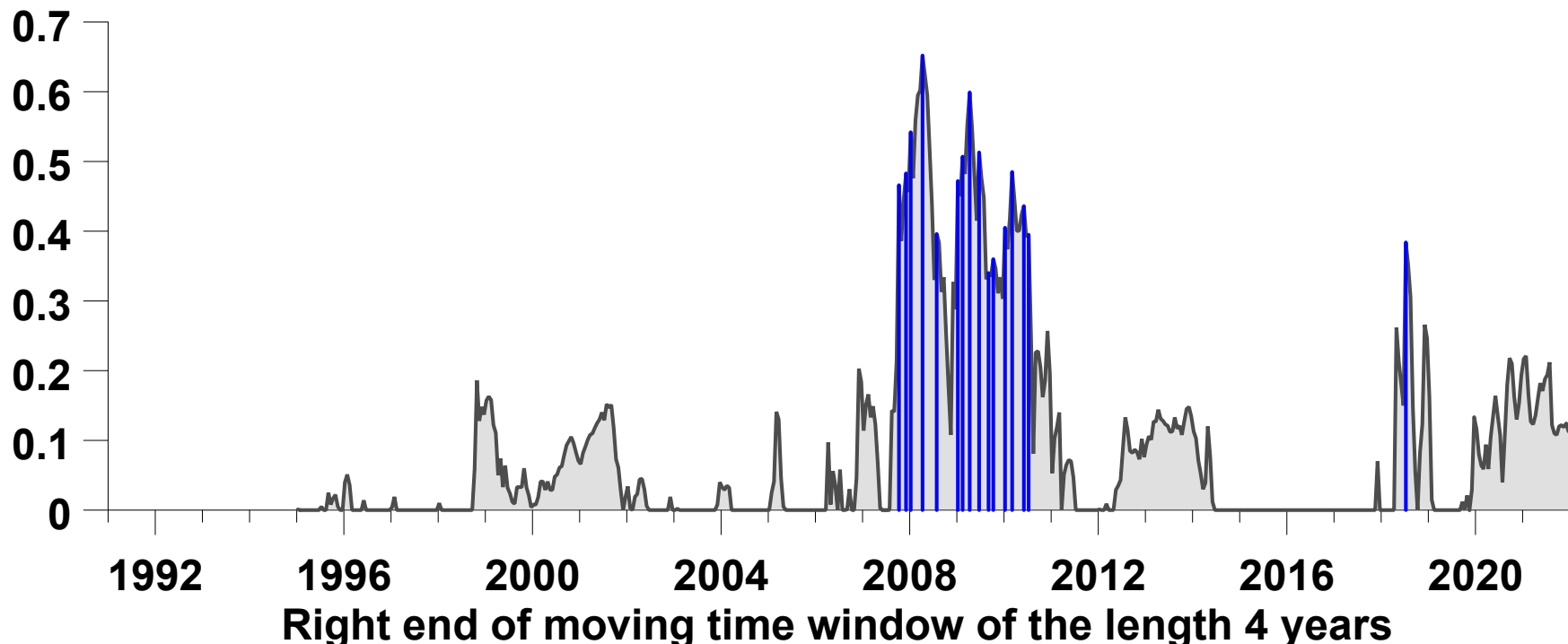
обусловленной внешнему влиянию $\beta \rightarrow \alpha$. Выполнено условие нормировки: $\kappa_0^{(\alpha)} + \sum_{\beta=1}^2 \kappa_\beta^{(\alpha)} = 1, \alpha=1, 2$. Матрица влияния размером 3×2 имеет вид:

$$\left(\begin{array}{c|cc} \kappa_0^{(1)} & \kappa_1^{(1)} & \kappa_2^{(1)} \\ \kappa_0^{(2)} & \kappa_1^{(2)} & \kappa_2^{(2)} \end{array} \right)$$

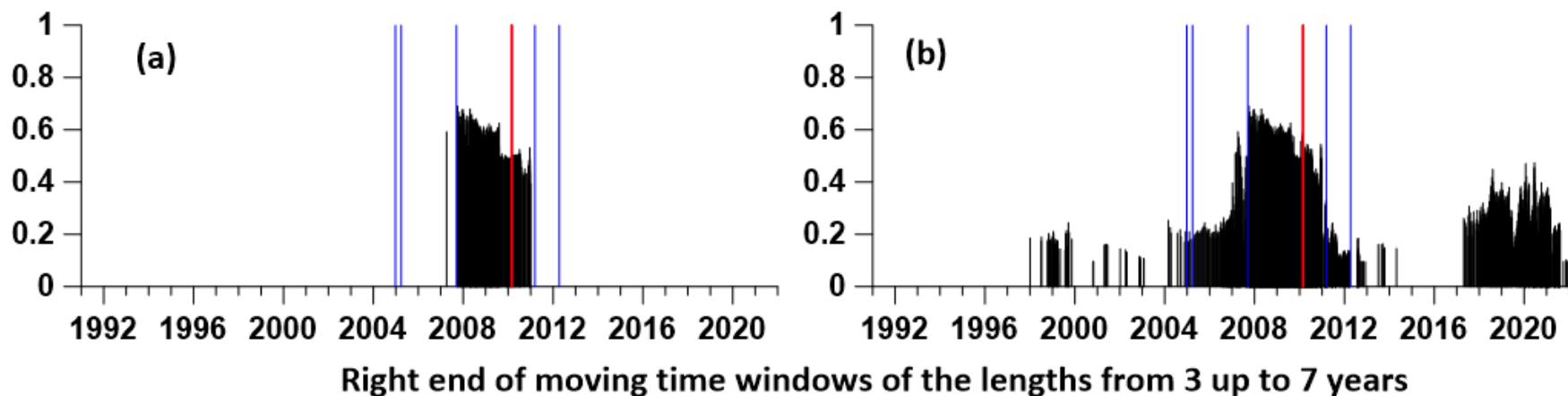
Первый столбец матрицы состоит из случайных частей средней интенсивности. Диагональные элементы правой подматрицы размером 2×2 состоят из самовозбуждающихся частей средней интенсивности, тогда как недиагональные элементы этой подматрицы соответствуют взаимному возбуждению. Суммы элементов по строкам равны 1.



(a) – график длины суток; (в) – последовательность 467 землетрясений с магнитудой не ниже 7 для интервала времени 1991-2022; (с) – отклик максимальных вейвлет-корреляций магнитного поля на неравномерность вращения Земли, красными точками помечены моменты времени 467 наибольших локальных максимумов отклика. Под откликом понимается максимальная квадратичная когерентность между длиной суток (неравномерностью вращения Земли) и ежесуточными максимальными вейвлет-корреляциями, вычисляемая в скользящем временном окне длиной 365 суток со смещением 3 суток с помощью модели авторегрессии 5-го порядка.

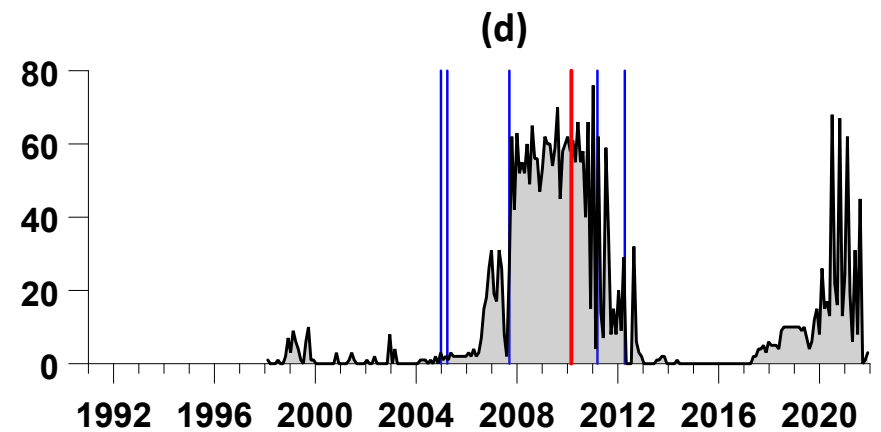
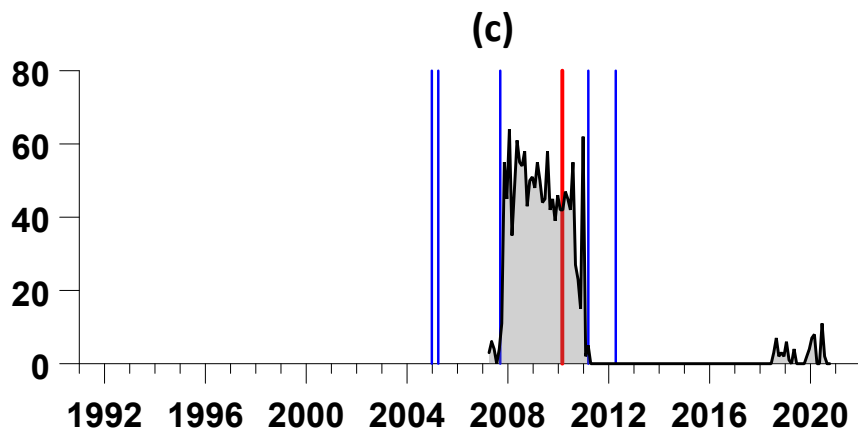
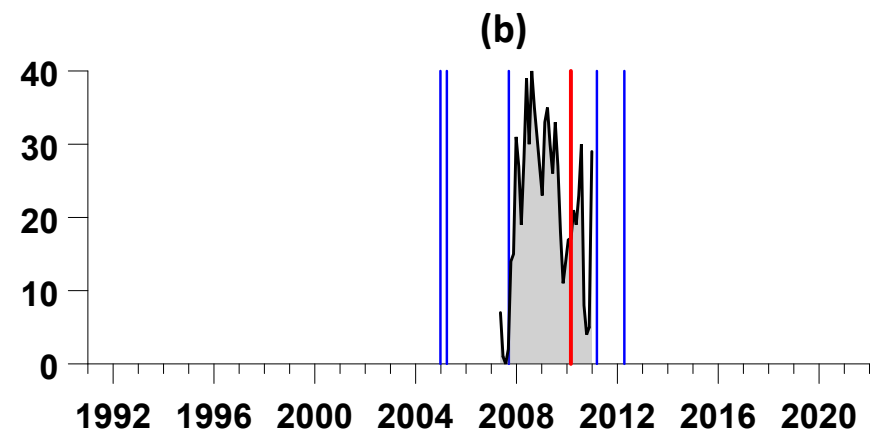
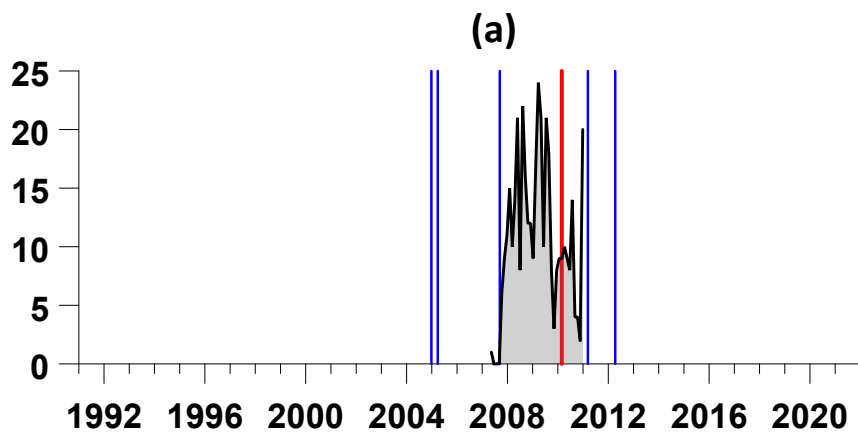


Серой линией представлен график компоненты матрицы влияния соответствующей «влиянию» моментов времени 467 наибольших локальных максимумов отклика вейвлет-корреляций магнитного поля на неравномерность вращения Земли на последовательность сейсмических событий с магнитудой не ниже 7; вертикальными синими линиями представлены моменты времени и значения 16 наибольших локальных максимумов отклика. Графики построены для оценки в скользящем временном окне длиной 4 года со смещением 0.05 года для времени релаксации 0.25 года.



Моменты и величины локальных максимумов матриц влияния в скользящих временных окнах длиной от 3 до 7 лет со сдвигом 0.05 года, время релаксации 0.25 года; график (a) соответствует использованию 4-х наибольших локальных максимумов компоненты матриц влияния, график (b) соответствует использованию 32 максимальных локальных максимумов в каждом временном окне. Вертикальными линиями отмечены моменты времени 6 крупнейших землетрясений с магнитудой не ниже 8.5, из которых красной линией отмечен момент времени землетрясения Мауле в Чили 27 февраля 2010 года, $M=8.8$.

Вертикальные линии соответствуют последовательности 6 сильнейших землетрясений: 2004.12.26, Суматра $M=9.1$; 2005.03.28, Суматра $M=8.6$; 2007.09.12, Суматра $M=8.5$; 2010.02.27, Чили, $M=8.8$; 2011.03.11, Тохоку, $M=9.0$; 2012.04.11, Суматра $M=8.6$.



Right end of moving time windows of the lengths from 3 up to 7 years

(a, b, c, d) – числа наибольших локальных максимумов в последовательных коротких временных интервалах длиной 0.05 года соответственно для 4, 8, 16 и 32 наибольших локальных максимумов для всех временных окон. Вертикальными линиями отмечены моменты времени 6 крупнейших землетрясений с магнитудой не ниже 8.5, из которых красной линией отмечен момент времени землетрясения Мауле в Чили 27 февраля 2010 года, $M=8.8$.

Выводы

Предложен метод анализа длительных временных рядов наблюдений за магнитным полем Земли с шагом по времени 1 минута, основанный на разложении по ортогональным вейвлетам. Введено понятие ежесуточных вейвлет-корреляций. Получены оценки корреляционных мер синхронизации временных рядов вейвлет-корреляций из 7 кластеров станций в скользящем временном окне длиной 365 суток (1 год). Согласно оценкам максимального собственного числа корреляционной матрицы для большинства сильнейших землетрясений мира имеет место нарастание синхронизации перед событиями и последующий спад после него. Время длительности предвестниковой синхронизации составляет примерно 1 год.

Множественный коэффициент корреляции на основе использования канонических корреляций выделил землетрясение Мауле в Чили 2010.02.27 среди всех сильнейших землетрясений мира, как событие с наиболее сильными как предвестниковой синхронизацией и амплитудой всплеска корреляций.

Этот факт косвенно подтверждает гипотезу, сформулированную в работах [Lyubushin, 2020с, 2021а, 2022, 2023] о том, что пара сильнейших землетрясений мира, недалеко разнесенных по времени друг от друга, Мауле в Чили 2010.02.27 и Тохоку в Японии, 2011.11.03 явились событиями дестабилизации поведения поля низкочастотных сейсмических шумов. Таким образом, событие Мауле также наиболее сильным образом отражается в поведении магнитного поля Земли.

Установлено, что отклик вейвлет-корреляций магнитного поля на неравномерность вращения Земли при оценке матриц влияния для последовательностей скользящих временных окон с длиной от 3 до 7 лет совпадает с интервалом времени землетрясений. Всплески компонент матриц влияния в 2018-2022 году независимо подтверждают ранее сделанные выводы об увеличении текущей сейсмической опасности на основе анализа отклика свойств сейсмического шума на LOD [Lyubushin, 2022, 2023].