

О связи наклона графика повторяемости и фрактальной размерности в пространствах разной размерности по данным компьютерного и лабораторного моделирования

Смирнов В.Б.^{1,2,3}, Черепанцев А.С.^{3,4}, Пономарев А.В.², Патонин А.В.^{2,5}



¹ Физический факультет МГУ имени М. В. Ломоносова, г. Москва, vs60@mail.ru

² Институт физики Земли им. О. Ю. Шмидта РАН, г. Москва

³ Камчатский филиал ФИЦ ЕГС РАН, г. Петропавловск-Камчатский

⁴ Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

⁵ Геофизическая обсерватория «Борок» ИФЗ РАН, п. Борок

Представленные в докладе
результаты опубликованы в
журнале «Физика Земли»,
№4, 2025

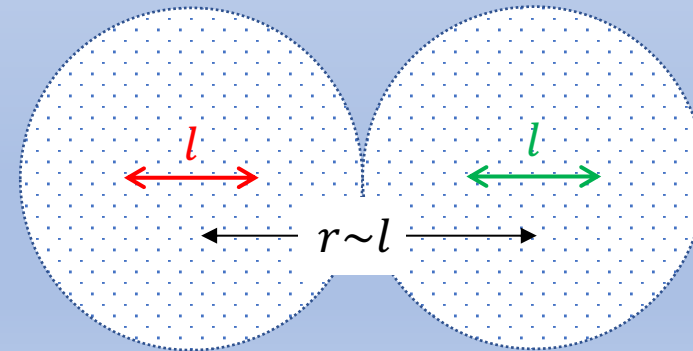
<https://journals.rcsi.science/0002-3337/article/view/319830>

Формула Аки

- *Aki K. Probabilistic synthesis of precursory phenomena in earthquake prediction / Amer. Geophys. Union, Wash., An International Review. — 1981. — P. 556–574.*
- $d = \alpha b$
- α определяется типом магнитуд
 - $d = 2b$ для рихтеровских магнитуд ($\lg E = 1.5M + \text{const}$)
 - $d = 3b$ для энергетических классов («энергетических» магнитуд $\lg E = K$)
 - Если в качестве «магнитуды» землетрясения рассматривать логарифм размера очага, то формула Аки примет вид $d = b$
- Интерпретация Аки (в современных обозначениях)
 - 1) Распределение дефектов среды, определяющих размеры очагов землетрясений (asperities на разломе в оригинальной статье Аки), является «фрактальным» — подчиняется степенному распределению:
 - $N \sim l^{-d}$
 - 2) Сейсмическая энергия землетрясения определяется высвобождением упругой энергии из области, определяемой размером очага:
 - $E \sim l^3$
 - Закон Гутенберга-Рихтера
 - $N \sim E^{-b} \sim (l^3)^{-b} = l^{-3b} = l^{-d}$
 - Следовательно $d = 3b$

Формула Аки: современная интерпретация

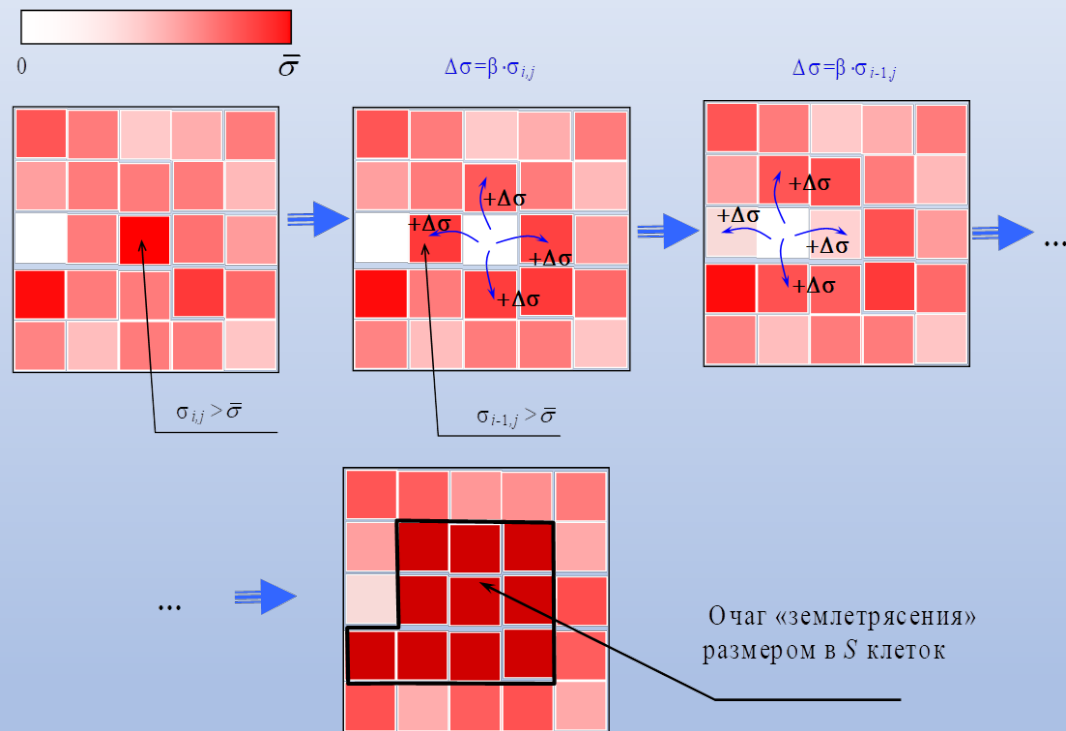
- Закон Гутенберга-Рихтера – статистика **размеров** очагов l
 - $3b$ – показатель в функции распределения размеров очагов
 - $N \sim E^{-b} \sim l^{-3b}$
 - Фрактальная геометрия множества гипоцентров – статистика **расстояний** между очагами
 - d – показатель в функции распределения расстояний Δ между очагами
 - $P(\Delta \leq r) \sim r^d$
 - $d = 3b$ – связь показателей распределений **размеров** очагов и **расстояний** между очагами
- Григорян, 1988; Turcotte, 1992; Смирнов, 1995; Bak et al., 2002; Corral, 2005
- Григорян, 1988:
- 1) Расстояние между очагами землетрясений пропорционально размеру очага
 - $r \sim l$
 - 2) Фрактальное распределение расстояний r между очагами (гипоцентрами)
 - $N \sim r^{-d}$
- Тогда $N \sim r^{-d} \sim l^{-d}$ и $d = 3b$
- Смирнов, 1995 Постулативная модель:
 - **Запрет** на повторение землетрясения той же величины в окрестности очага радиуса $R \sim l^\beta$ в течение определенного времени $\tau \sim l^\gamma$
 - **Физика запрета:** необходимо время для накопления напряжений после предыдущего землетрясения - **сценарий сейсмического цикла**
 - $ab - \beta d - \gamma d_t = 0$
 - При $\gamma = 0$ (этому есть как физические, так и статистические подтверждения) получаем формулу Аки $d = (a/\beta)d$



Цель работы

- Исследование взаимосвязи параметров Гутенберга-Рихтера b и фрактальной размерности множества гипоцентров d на основе моделирования процесса разрушения в клеточном автомате Олами–Федера–Кристенсена (ОФК) **в пространствах разной размерности**
- Сопоставление результатов такого компьютерного моделирования с результатами проведенного ранее лабораторного моделирования сейсмичности при разрушении образцов горных пород

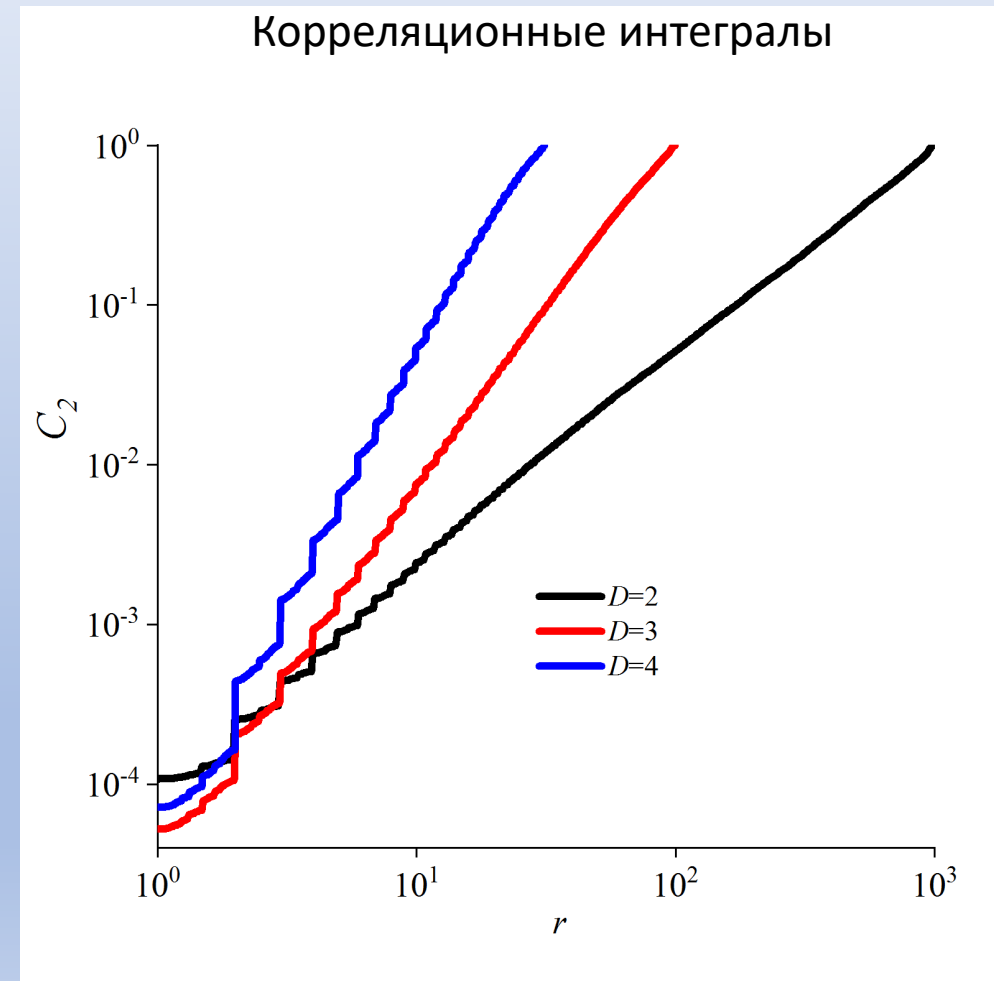
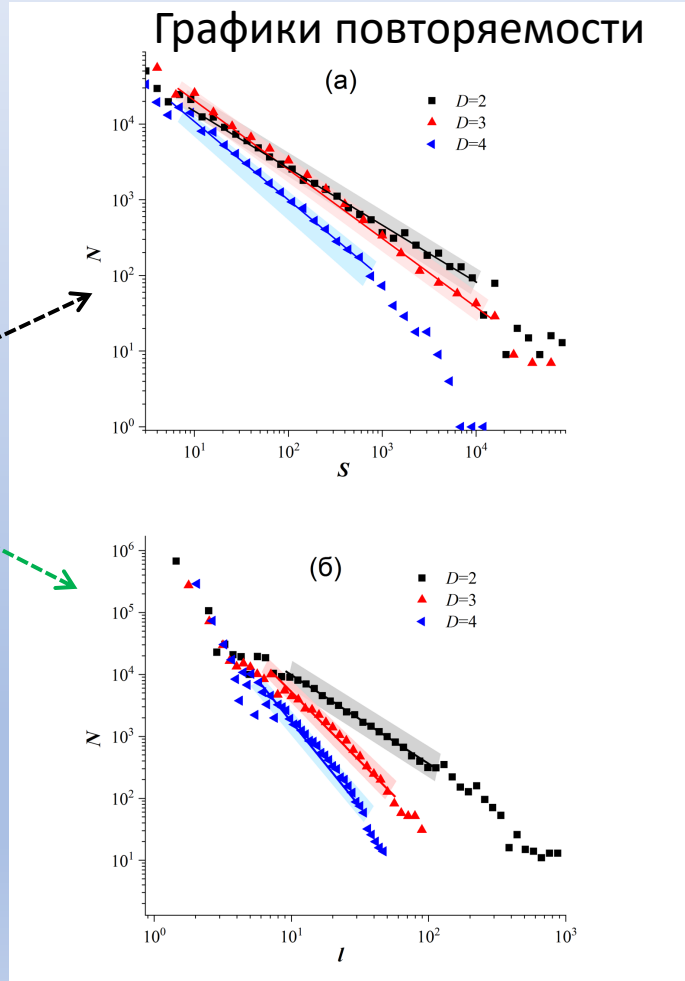
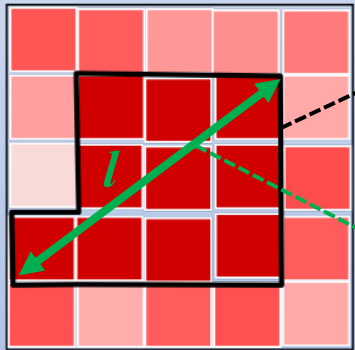
Модель Олами–Федера–Кристенсена (ОФК)



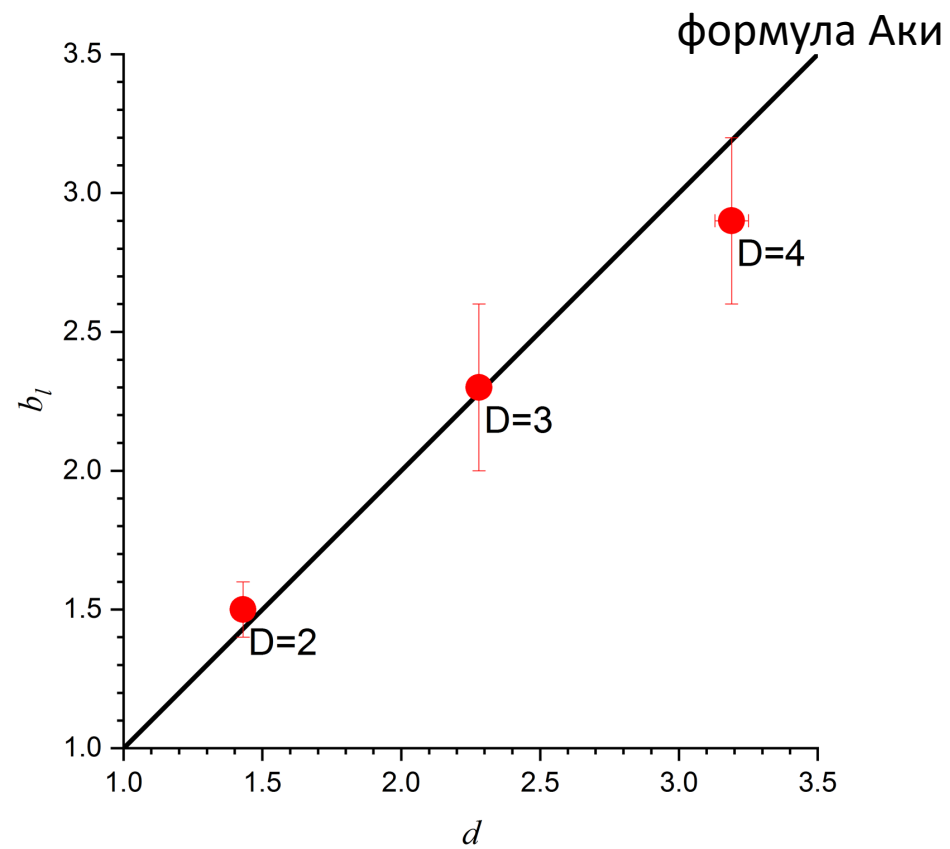
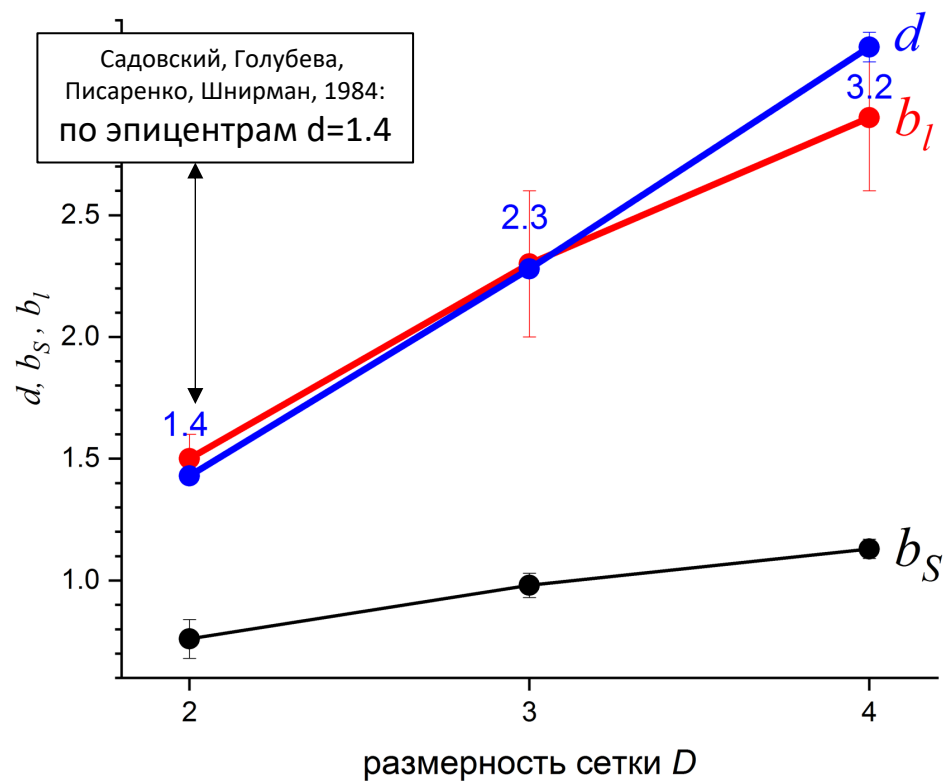
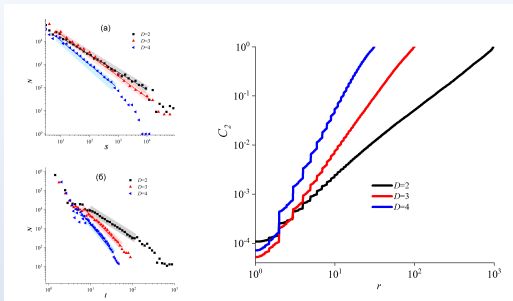
В модели генерируется каталог «землетрясений», содержащий сведения о времени, координатах и величине S «землетрясения»

- Сценарий сейсмического цикла:
 - Рост напряжений в клетках сетки
 - Разрушение клеток по достижении порога прочности со сбросом напряжений
 - Снова рост напряжений в клетках сетки
- Во многих публикациях показано, что модель ОФК воспроизводит закон **Гутенберга-Рихтера** и **фрактальную геометрию** множества очагов «землетрясений» (см. обсуждение этой темы в [Черепанцев, Смирнов, ФЗ-2024])
- Идея работы – смоделировать в автомате ОФК процесс разрушения в пространствах **разной размерности**: на
 - **двумерной** сетке
 - **трехмерной** сетке
 - **четырёхмерной** сетке

Графики повторяемости и корреляционные интегралы в моделях ОФК разной размерности



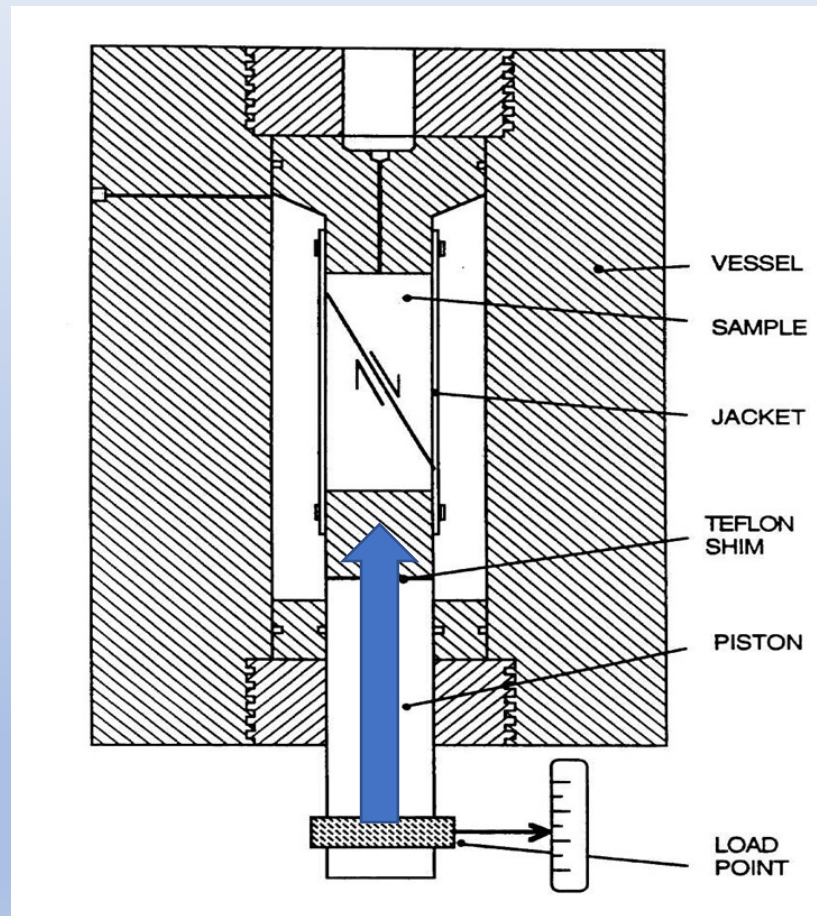
Формула Аки в модели ОФК



Компьютерное моделирование

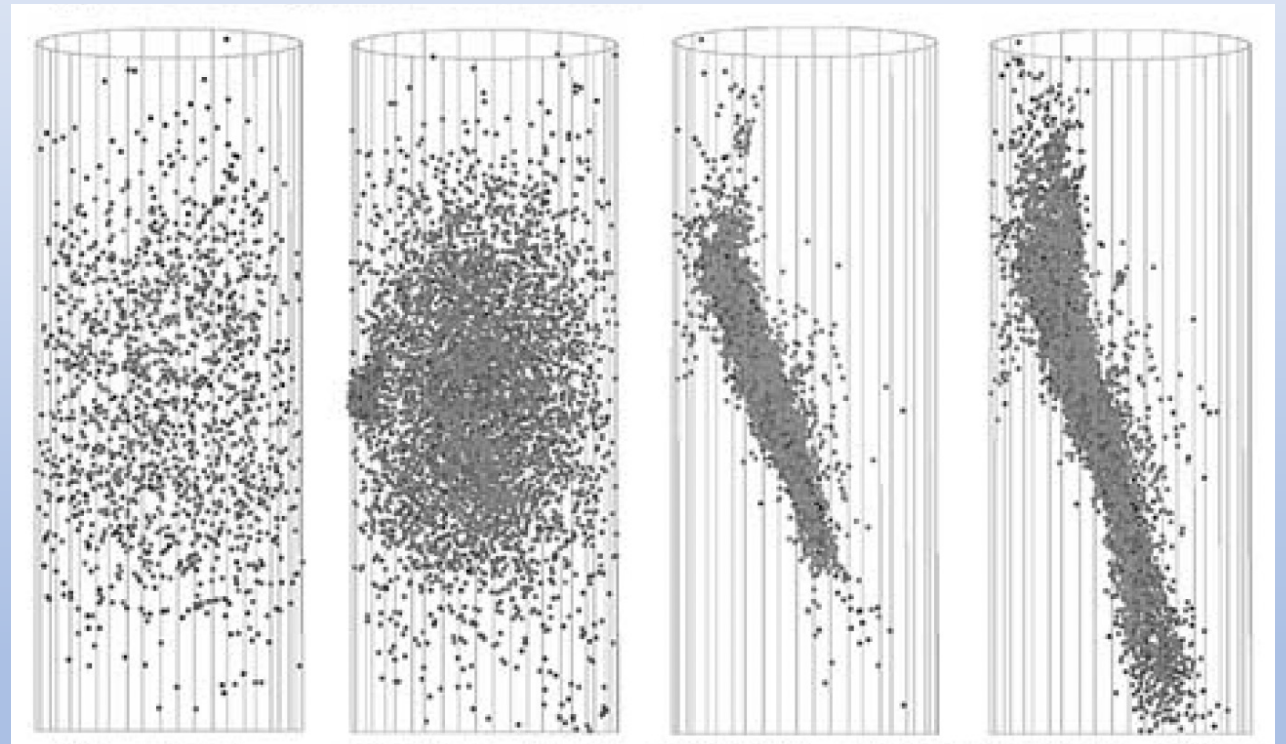
- Полученные результаты свидетельствуют, что величины b и d закономерно отличаются в пространствах **различной размерности** и линейно зависят от размерности пространства D
- В компьютерной модели реализуется **формула Аки**
- Компьютерное моделирование позволило выйти за рамки натурных исследований и физического моделирования в трехмерном пространстве и дало **возможность рассмотреть формирование очагов разрушения в пространствах разной размерности**, как реализуемых в природе (двух- и трехмерном), так и в абстрактном четырехмерном

Лабораторные эксперименты (Rock Friction Laboratory, USGS, Menlo Park)



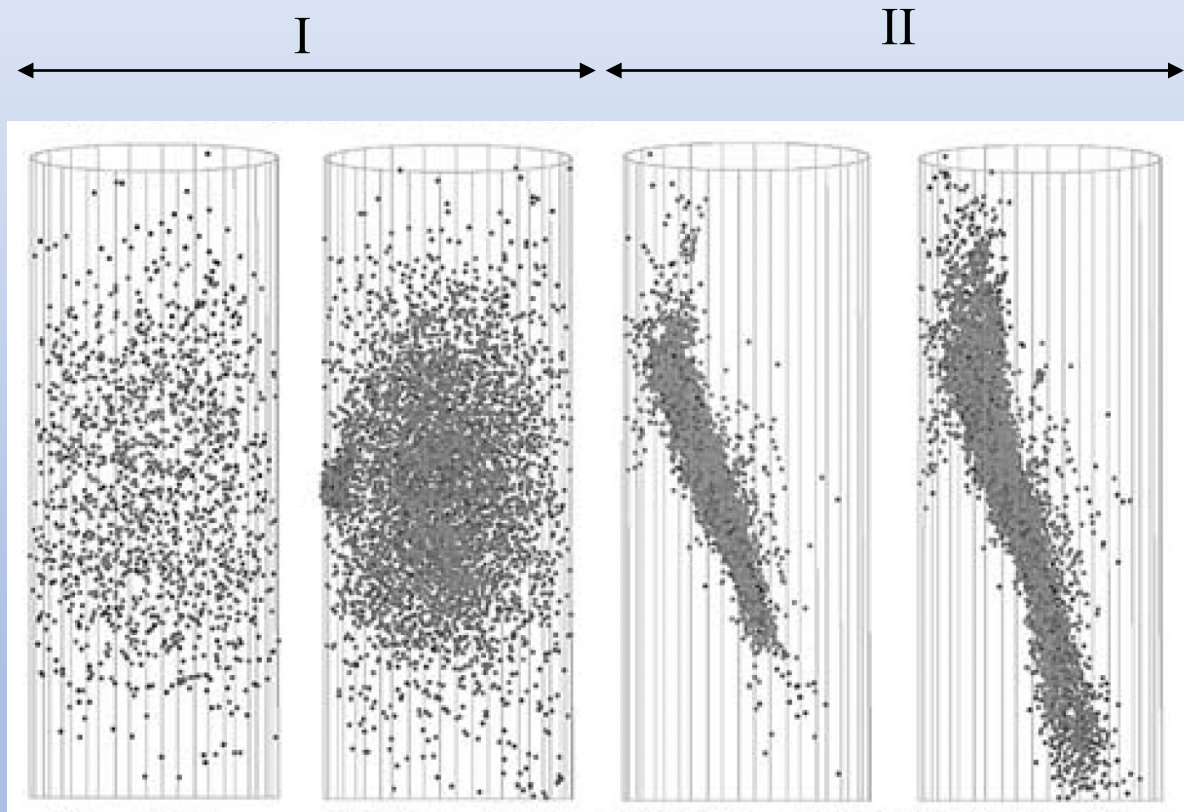
Одноосное нагружение
в условиях всестороннего сжатия

Образец гранита Вестерли

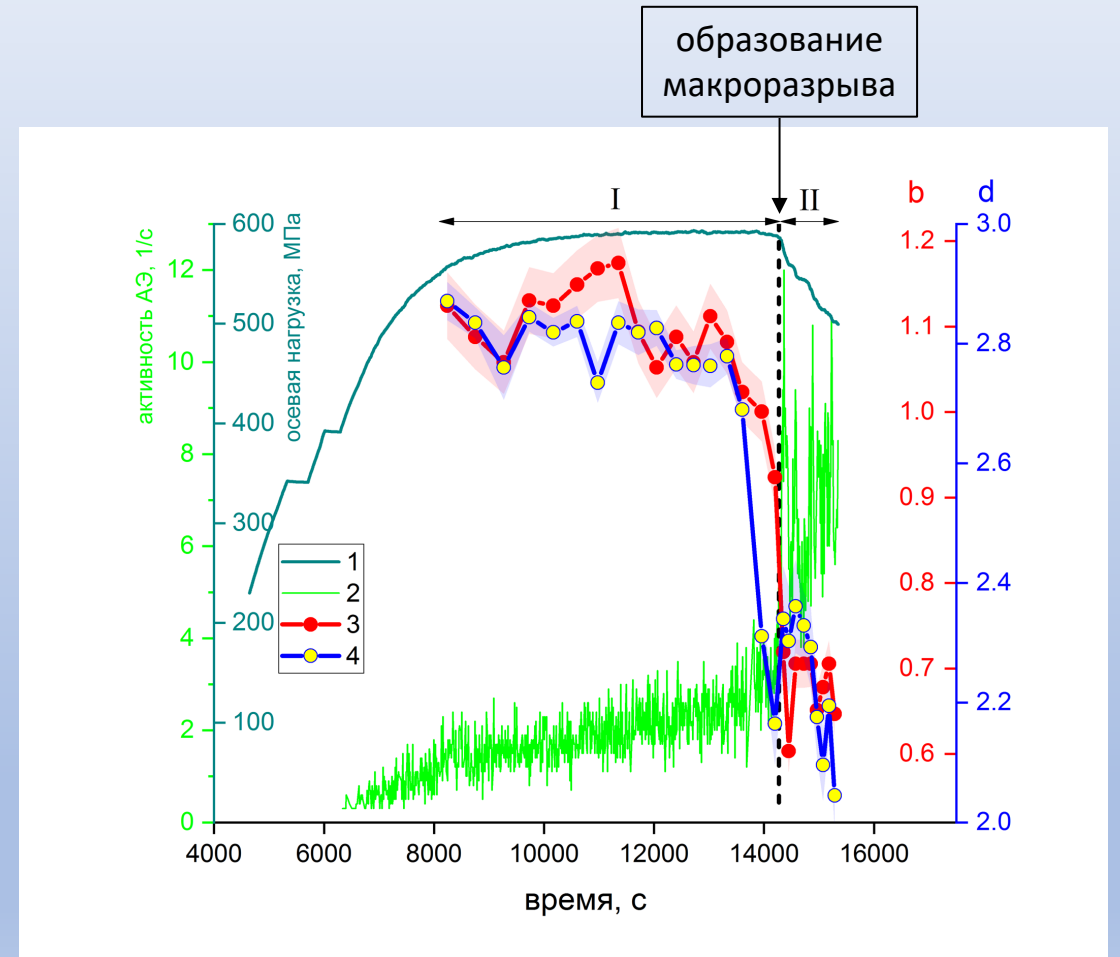


Образование макроразрыва

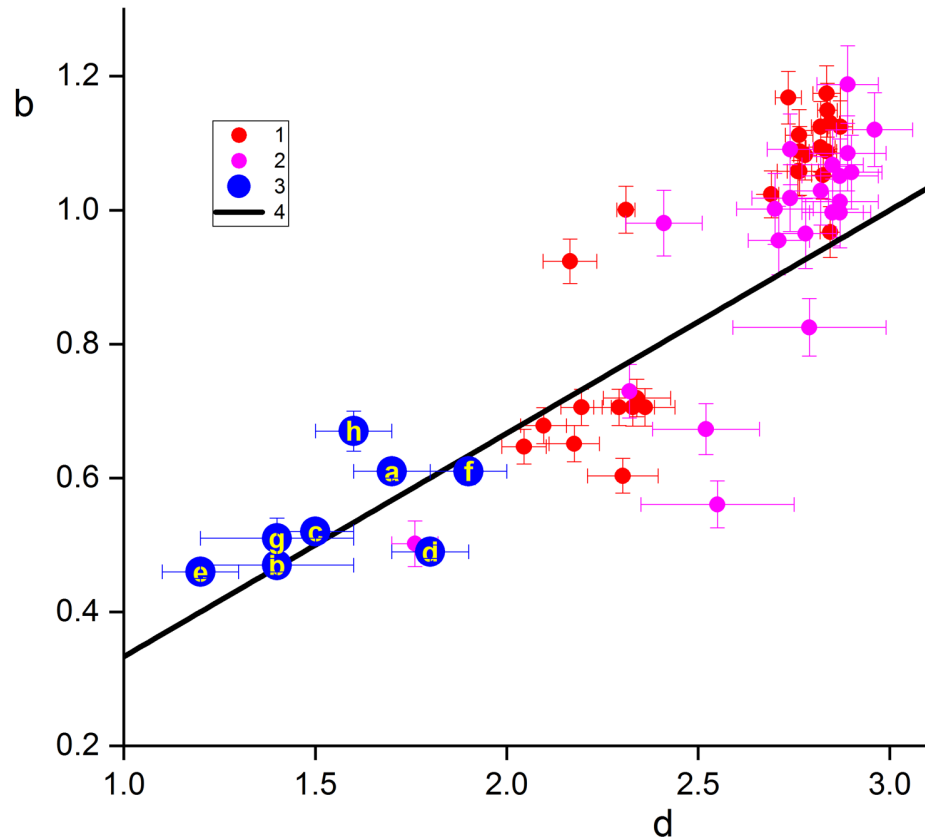
Параметры b и d в эксперименте



Переход от трех- к двумерному разрушению



db-диаграмма

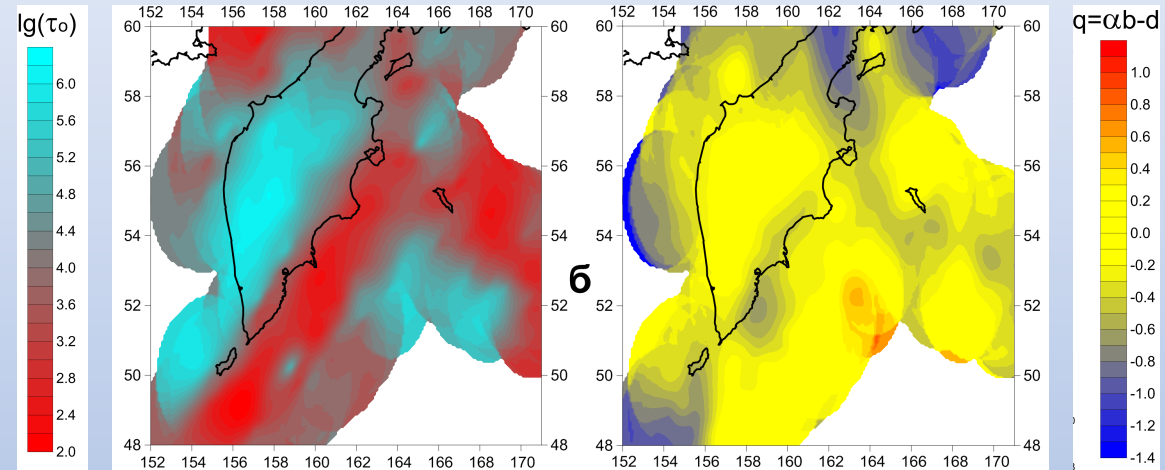


- 1, 2 – данные лабораторных экспериментов;
- 3 – сейсмические данные по регионам:
а – Греция, b – Северо-Восточный Китай, c – Юго-Западный Китай, d – Туркмения, e – Киргизия, f – Камчатка, g – Кавказ, h – Новая Зеландия;
- 4 – прямая - формула Аки
- (из [Смирнов, Пономарев, 2020])

Повторяемость землетрясений в области, равной размеру их очага (длительность сейсмического цикла)

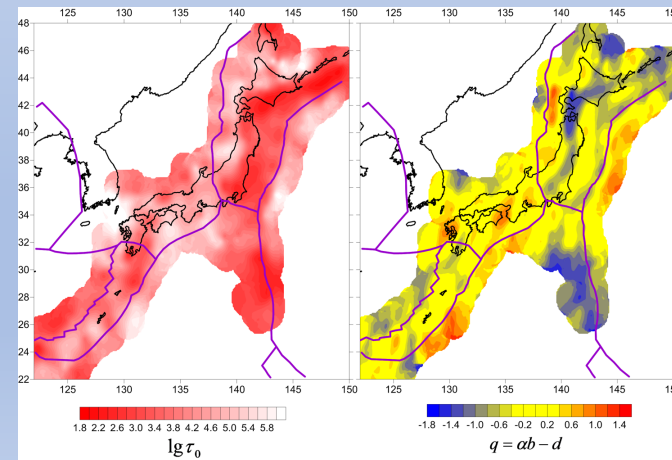
- Обобщенный закон повторяемости [Kossobokov, Mazhkenov, 1988; Кейлис-Борок и др., 1989; Челидзе, 1990; Вас et al., 2002] позволяет статистически оценить длительность цикла разрушения землетрясений различного размера в области **равной размеру очага** [Смирнов, 2003]:

- $\tau(l) = \tau_0(l/l_0)^q$
- $q = \alpha b - d$



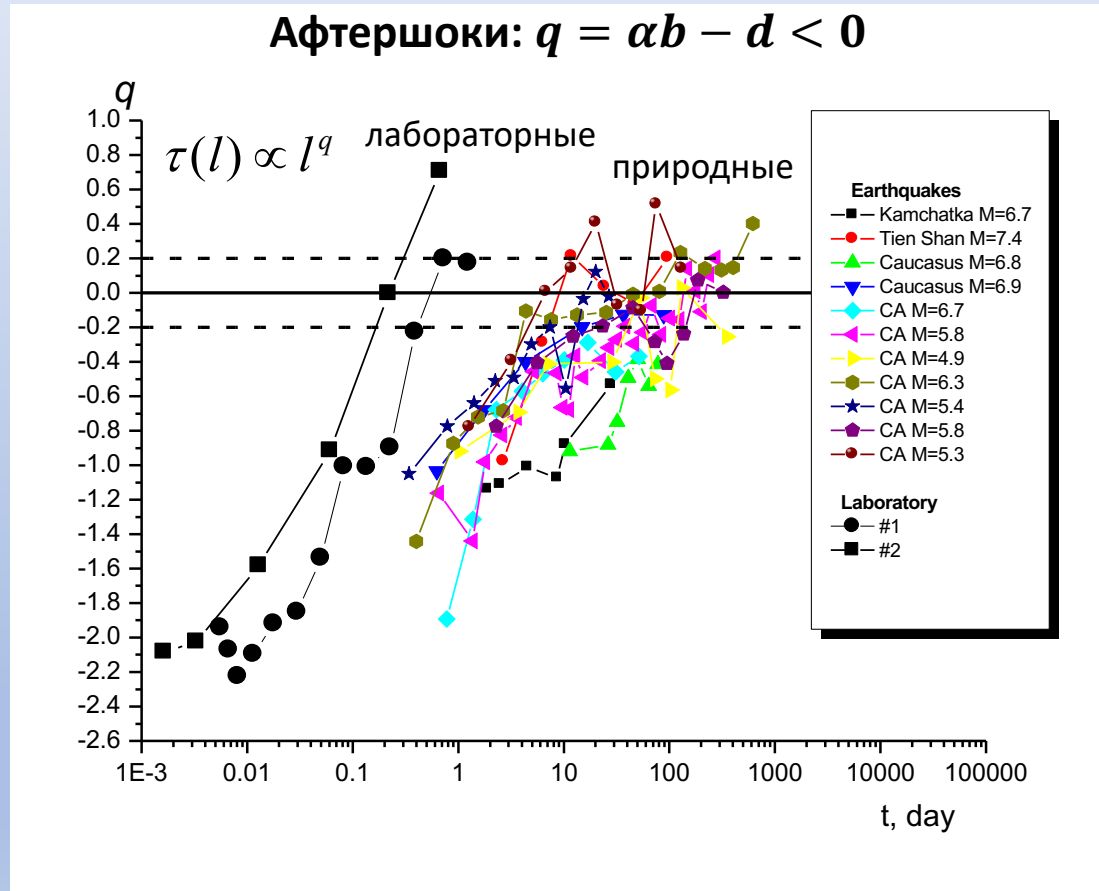
Камчатка

Япония

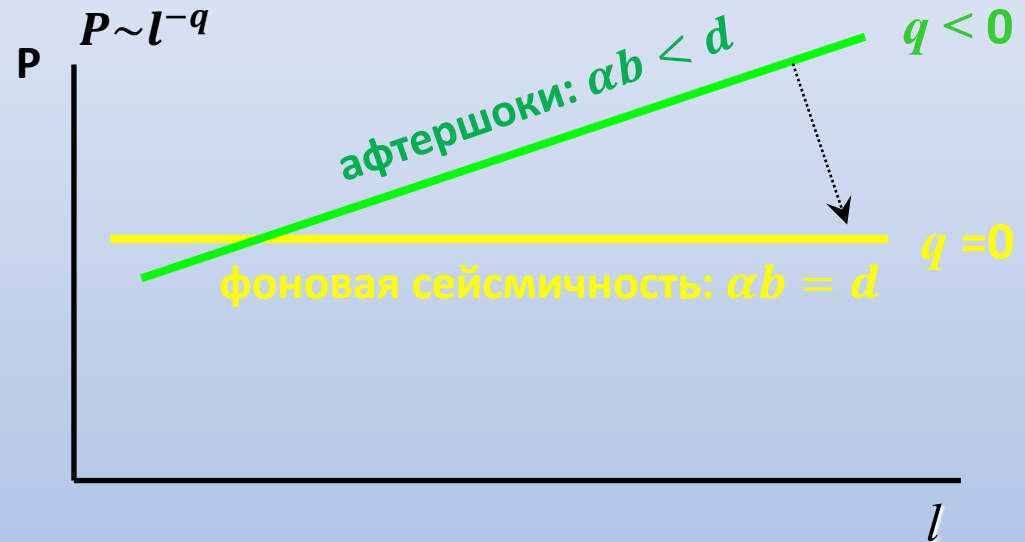


Желтый цвет:
 $q = \alpha b - d \approx 0$

Отклонения от формулы Аки: аномальные режимы сейсмичности



вероятность разрушения «дефекта» размера l



- В афтершоках мы связываем отклонение от формулы Аки с перераспределением напряжений после главного события [Смирнов, Пономарев, 2020]
- Перераспределение напряжений при подготовке землетрясений -> отклонение от формулы Аки как предвестниковая аномалия?

Лабораторное моделирование и натурная сейсмичность

- В лабораторных условиях **переход** разрушения от объемного (**трехмерного**) к локализованному вдоль макроразрыва (**двумерному**) сопровождается уменьшением параметров **b** и **d** в соответствии с **формулой Аки** – также, как и в компьютерной модели, что подтверждает адекватность компьютерной модели
- Для натурной сейсмичности наблюдается **корреляция** на межрегиональном уровне параметров **b** и **d** , соответствующая **формуле Аки**
- На региональном уровне **отклонение b и d** от формулы Аки ($q=ab-d$) **близко к нулю**

ИТОГИ

- Компьютерное моделирование показало, что параметры b и d , входящие в две из основных статистических закономерностей сейсмичности (закон Гутенберга-Рихтера и фрактальная геометрия сейсмичности), **зависят от размерности пространства**, в котором развивается разрушение.
- **С физической точки зрения**, в пространствах различной размерности накопленная **упругая энергия высвобождается при образовании очага разрушения из областей различной размерности**. В случае трехмерного пространства – из области определенного объема (определяемого размером очага), в случае двумерного пространства – из области определенной площади.
- **b -value**. Очевидно, что при том же размере очага и той же критической плотности упругой энергии **в трехмерном (объемном) случае высвобождается больше энергии, чем в двумерном (площадном)**. Можно предположить, что с этим связано различие показателей энергетического спектра процесса разрушения (параметра b в законе Гутенберга-Рихтера) в пространствах разной размерности.
- **d -value**. Природу фрактальности сейсмичности связывают с геометрической структурой разломов и их иерархичной организацией. Можно предположить, что **структура разломов окажется различной при разрушении в двумерном и трехмерном пространствах**. Исследование этого вопроса, как в лабораторных экспериментах, так и на основе модифицированных моделей клеточных автоматов, представляется нам перспективным.

Перспективы

- На натурном масштабе особенности свойств разрушения **в двумерном случае**, возможно, нужно искать в **свойствах достаточно сильных землетрясений**, размеры очагов которых соизмеримы с толщиной литосферы, в **отличие от более слабых землетрясений**, очаги которых много меньше толщины литосферы.
- В частности, любопытно, есть ли **отличия в соотношении сейсмической энергии и размера очага** для относительно сильных и слабых землетрясений.
- Если величина высвобождаемой энергии при разрушении в двумерном и трехмерном пространствах при одном том же размере очага l различна (и это определяет различие b в этих случаях) то **в смешанном случае следует ожидать излома графика повторяемости**.
- Если принять, что трехмерное разрушение реализуется при $l \ll L$, а двумерное при $l \gg L$, где L — толщина литосферы (или толщина слоя литосферы, в котором возможно хрупкое разрушение), то **в области магнитуд землетрясений с очагами порядка L можно ожидать излома графика повторяемости**.
- Факты излома графиков повторяемости известны в сейсмологической литературе, а их природа дискутируется (см., например, [Vorobieva et al., 2016; Шебалин и др., 2021; Pisarenko, Rodkin, 2022; Крушельницкий и др., 2024] и ссылки в них).
- Представляется перспективным рассмотреть вопрос о предвестниковых свойствах отклонения от формулы Аки.