

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛА АФТЕРШОКОВ В СЕЙСМИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ЭПИДЕМИЧЕСКОГО ТИПА

Г. Молчан
12 марта 2024

Molchan, G., Varini, E., Peresan, A. . Productivity within the ETAS
seismicity model. *Geophys. J. Int.*,(2022), 231, 1545–1557.

Molchan, G., Varini, E The strongest aftershock in seismic models of
epidemic type. *Geophys. J. Int.* (2024) 236, 1440–1454

Законы продуктивности

m_0 – событие, порождающее кластер, или главное событие

$v_{\Delta}(m_0) = \# \{ \text{прямые афтершоки } m \geq m_0 - \Delta \}$

$V_{\Delta}(m_0) = \# \{ \text{афтершоки } m \geq m_0 - \Delta \};$

$V_{\Delta}(M|m_0) = \# \{ \text{афтершоки } m \geq M - \Delta \};$

I. *Shebalin et al., Geophys. J. Int, 222 (2020)*

$P(v_{\Delta} = n) = p^n(1 - p)$ (геометрическое распределение G)

II. *Соловьев С&Соловьева О. (1962)*

Шебалин и др. ДАН 481:3 (2018)

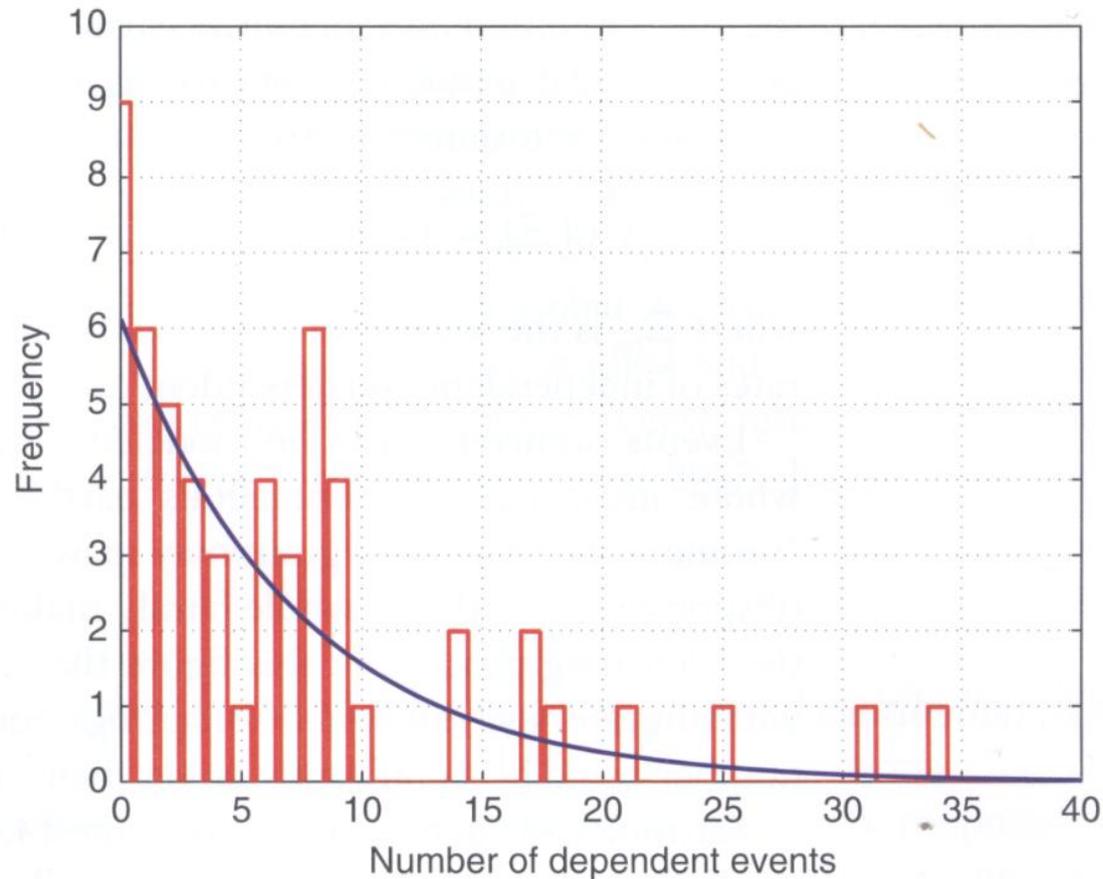
Данные: ANSS (1975-2018) $m_0 \approx 6.5, \Delta = 2$

$V_{\Delta}(m_0) \sim \mathbf{G}$ распределение

Альтернативные наблюдения:

Кagan (2010): PDE (1977-2007), $m_0 = 7.1 - 7.2$ -

$V_{\Delta}(m_0\text{-главное событие}) \sim$ - распределение бимодально

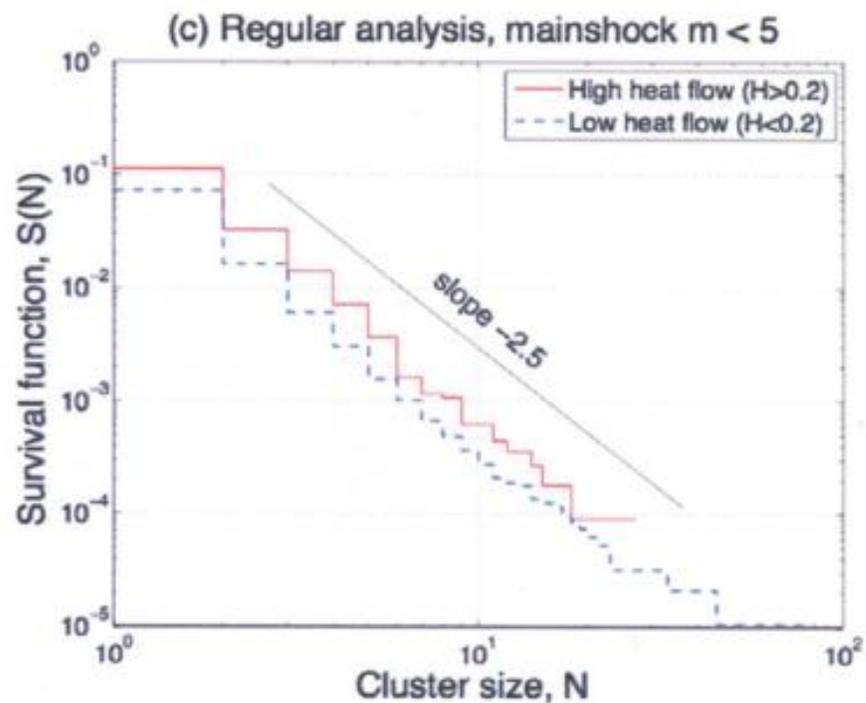
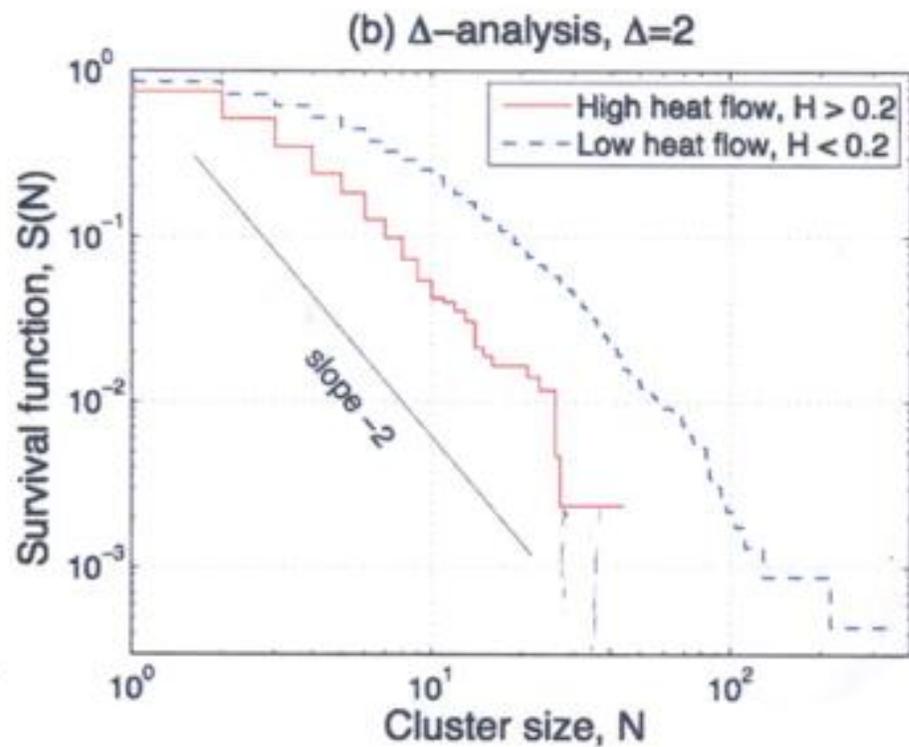


Zaliarin, BenZion, 2016 (NCEDC, 1975-2015, $m_c = 4, \Delta = 2$)

Распределение V_Δ (m_0 -любое событие)

- степенное (high heat flow)

- логнормальное (в противном)



ВОПРОСЫ (в рамках теоретических моделей типа ETAS)

- **идентичность типов распределений $\nu_{\Delta}(m_0)$ и $V_{\Delta}(m_0)$?**

Ответ: НЕТ (Molchan et al, 2022)

- **условия легких и тяжелых хвостов (Molchan et al, 2022)**

- **что можно сказать о распределении $V_{\Delta}(M|m_0)$?**

Почему не $V_{\Delta}(m_0)$:

Если гЭП Бота (сильнейший афтершок μ_a, m_0) растет с m_0 тогда

$$P(\mu_a \in (m_0 - \Delta, m_0) \rightarrow 0$$

ETAS (F) модель:

начальное событие

$$x_0 = (t_0, g_0, m_0)$$



1-ое поколение

$$\{(t, g, m)_1, (t, g, m)_2, \dots, (t, g, m)_{v(m_0)}\} \text{ (A)}$$



последующие поколения

аналогичны *in law* и независимы

При фиксированном $v(m_0)$ события (A) независимы и распределены согласно:

$$p(x|x_0) = f_1(m) f_2(t - t_0) f_3[(g - g_0) \cdot |m]$$

$$P(v(m) \leq n) = F(n|m) \quad Ev(m) = \lambda(m)$$

Основные характеристики модели

- $P(\nu(m) = n) = F(n|m)$ -

- $\lambda(m) = E\nu(m) = \lambda_0 e^{\alpha \cdot m}, m \geq 0$

$f_1(m) = C \exp(-\beta m) 1_{0 < m < M_1}, \beta \geq \alpha$

$n = E\lambda(m) = \int \lambda(m) f_1(m) dm$

$n \leq 1$

распределение F:

- **закон продуктивности Утсу**

- **закон Гутенберга-Рихтера**

- **параметр критичности**

- **условие конечности кластера**

Режимы: субкритический ($n < 1$) и критический ($n = 1$)

Класс распределений F с *RT* (*Random Thinning*)- свойством и конечной дисперсией

Пример. Совокупность событий ν с P/G- распределением и средним λ после независимого прореживания каждого события с вероятностью p дает новую совокупность с P/G распределением и средним λp

Этим свойством обладают все распределения с производящей функцией

$$\phi_F(z) = Ez^{\nu(m)} = \phi_F(\lambda(m)(z-1))$$

$\phi_F(w)$ – тип распределения

Пример : отрицательно биномиальное (NB) распределение

$$\phi(w) = (1 - w/\tau)^{-\tau}, \tau > 0$$

$$\tau = 1 \Leftrightarrow G \quad \tau = \infty (\phi = e^w) \Leftrightarrow P$$

Следствие:

RT тип распределения $\nu(m)$ сохраняется для $\nu_{\Delta}(m)$ при всех Δ

Распределение сильнейшего афтершока μ_a

**В режиме $n < 1, \alpha / \beta < 1$ при $m_0 \gg 1$ верна |
линейная регрессия μ_a vs. m_0**

$$\mu_a = L(m_0) + \zeta / \beta \quad P(\zeta < x) = \phi_F(-e^{-x})$$

$$L(m_0) = \alpha \beta^{-1} m_0 + \beta^{-1} \ln(\lambda_0 / (1 - n))$$

$$= E \max(\mu_1, \dots, \mu_{[\bar{V}(m_0)]}) (1 + o(1)), m_0 \gg 1$$

Для NB модели F, $L(m_0)$ есть мода предельного распределения μ_a

Другие режимы

В предельных распределениях μ_a есть точки фазовых переходов

$$n < 1: \alpha / \beta = 1$$

$$n = 1: \alpha / \beta = 1/2$$

$V_{\Delta}(M|m_0)$: как выбрать M ?

Если $n < 1$,

$$EV_{\Delta}(M|m_0) \approx e^{\alpha m_0 - \beta(M-\Delta)} \lambda_0 / (1-n), \quad M_1 \gg 1.$$

Нетривиальность предельного распределения $V_{\Delta}(M|m_0)$:

$$0 < c < EV_{\Delta}(M|m_0) < C < \infty \Rightarrow M = (\alpha/\beta)m_0 + const.$$

\Rightarrow Годится мода распределения μ_a

Связь распределений $V_{\Delta}(M|m_0)$ и μ_a

$$P\{\mu_a(m_0) < M - \Delta\} = P(V_{\Delta}(M|m_0) = 0)$$

Распределение числа афтершоков $V_{\Delta}(L(m_0)|m_0)$, $m_0 \gg 1$

Режим: $n < 1, \alpha / \beta < 1;$ $L(m_0) = \alpha / \beta \cdot m_0 + \beta^{-1} \ln(\lambda_0 / (1 - n))$

$n < 1, \alpha / \beta = 1$ $L(m_0) = m_0 - \beta^{-1} \ln m_0 + c$

$$V_{\Delta}(L(m_0)|m_0) \approx_{\text{law}} \nu(m_{\Delta}), \quad \lambda(m_{\Delta}) = e^{\beta \Delta}$$

Режим: $n = 1, \quad 1/2 < \alpha / \beta < 1,$ $L(m_0) = m_0 + C$

a) m_0 – главное, $\alpha / \beta \sim 1,$

$$V_{\Delta}(m_0) \approx_{\text{law}} \nu(m_{\Delta}), \quad \lambda(m_{\Delta}) = \lambda_0 (e^{\beta \Delta} - 1)$$

(Шебалин и др. 2018, **G \Rightarrow G**)

b) m_0 – любое, $\alpha / \beta \sim 1,$

$$P(V_{\Delta}(m_0) = n) \approx c \lambda(\Delta) (1 - \alpha / \beta) \cdot n^{-(1 + \alpha / \beta)}, n \gg 1 \text{ (тяжелый хвост)}$$

(Zaliapin, BenZion, 2016; $O(n^{-3})$, high heat flow)

Заключение

1. Важные составляющие результата

-выбор порога $L(m_0) - \Delta$ вместо $m_0 - \Delta$

-выбор семейства распределений F с RT свойством

2. Теоретические результаты качественно согласуются с наблюдениями в условиях $\alpha / \beta \sim 1$ для кластеров с доминирующей начальной магнитудой m_0

3. Задача: непараметрическое тестирование результатов



Спасибо за внимание!