

## II. ДИНАМИКА ЗЕМЛИ

УДК 550.348

*О.Д.Воевода. Л.Н.Волынец*

ВЛИЯНИЕ РЕЛЬЕФА НА ОСТАТОЧНЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

*O.D.Voevoda, L.N.Volynets*

THE TOPOGRAPHY OF THE EARTH'S SURFACE AND POSTSEISMIC  
DISPLACEMENTS

The three dimensional problem concerning elastic equilibrium of the stressed homogeneous isotropic half-space with a relief-free surface and an interior fault has been solved by the perturbation method. The small parameter is the ratio of the maximum relief amplitude to the minimum distance between the fault and the surface. The results show, that the relief should be considered in the interpretation of seismotectonic crustal movements data.

### Введение

Геодезические, деформационные и наклономерные измерения являются элементом комплексных исследований геодинамических процессов. Этими измерениями установлено, что возникновение и развитие разрывных структур (тектонических разломов, очагов землетрясений) в земной коре вносит вклад в ее современные движения. Последние анализируются с целью извлечения из них различной информации, в том числе и для прогноза землетрясений [1-4].

Представляет интерес оценка качества такой информации для интерпретации сейсмотектонических движений и их проявлений на поверхности Земли. В силу сложности реальной ситуации наиболее естественно это сделать, исследуя типичную модельную задачу. Именно такой является задача о квазистатическом деформировании упругого однородного изотропного полупространства, в котором находится разрыв сплошности [5-13]. В наиболее общей постановке указанная задача

рассмотрена в работах [12,13], где получены явные выражения, связывающие перемещения, деформации и наклоны на плоской границе полупространства с характеристиками заглубленного разрыва сплошности. Одна из причин ограниченности применения результатов работ [12,13] для анализа и интерпретации данных соответствующих натуральных наблюдений состоит в предположении о том, что граничная поверхность полупространства является плоскостью. Поскольку интересующие нас измерения проводятся на поверхности Земли, представляется важным выявить влияние рельефа на перемещения и дисторсии, вызываемые на ней заглубленным разрывом. Следует заметить, что учету влияния рельефа граничной поверхности уделялось много внимания в геофизике и других областях физики и техники [14-18].

Тем не менее до настоящего времени, по-видимому, не рассматривалась трехмерная задача о равновесии напряженного упругого однородного изотропного полупространства, под незагруженной неплоской поверхностью которого находится разрыв сплошности. Основной целью настоящей работы является решение этой задачи, которое получено с использованием метода возмущений. В качестве малого параметра выбрано отношение максимальной амплитуды рельефа к минимальному расстоянию от разрыва до граничной поверхности полупространства.

### Постановка задачи

Рассмотрим находящееся в равновесии напряженное полупространство с гладкой граничной поверхностью  $\tilde{S}$ , под которой находится разрыв сплошности с гладкой поверхностью  $S$ , которая не имеет общих точек с  $\tilde{S}$ . На границе  $\tilde{S}$  вектор напряжений равен нулю. На поверхности разрыва вектор перемещений имеет скачок, который является заданной функцией координат точки на  $S$ . Материал полупространства линейно-упругий, однородный и изотропный, его деформации малы. Наличие разрыва не влияет на массовые силы.

Введем декартову систему координат  $(0, x_1, x_2, x_3)$ , координатную плоскость  $(0, x_1, x_2)$  которой обозначим  $S^0$  (рис. 1). В этой системе координат вызванные наличием разрыва возмущения характеристик начального напряженно-деформированного состояния полупространства удовлетворяют известным уравнениям равновесия, граничным условиям на  $\tilde{S}$  и  $S$ , а также соответствующим определяющим уравнениям:

$$\sigma_{j,jj} + U_{i,jj} = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} \tilde{n}_j = 0, \quad \text{на } \tilde{S}, \quad (2)$$

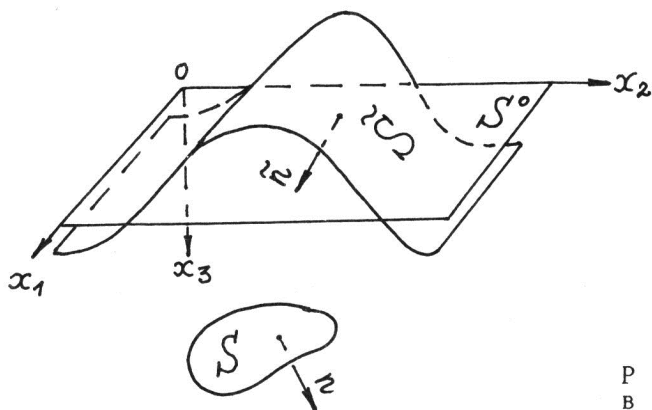
$$[\sigma_{ij} n_j] = 0, [U_i] = b_i, \text{ на } S, \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} U_{k,l}, \quad (4)$$

где тензор коэффициентов жесткости материала полупространства

$$c_{ijkl} = \mu((c-1)\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}). \quad (5)$$

В формулах (1)-(5)  $i, j, k, l = 1, 2, 3$ ;  $c = 1 + \lambda/\mu$ ,  $\lambda$  и  $\mu$  - коэффициенты Ламе;  $\sigma_{ij}, U_i, b_i, n_j, \tilde{n}_j$  - соответственно компоненты тензора напряжений, вектора перемещений, скачка вектора перемещений, единичных нормалей к  $S$  и  $\tilde{S}$ . Запятая между индексами обозначает частную производную по соответствующей координате. Квадратные скобки обозначают скачок заключенной в них величины. По допустимым значениям повторяющихся индексов производится суммирование.



Р и с. 1. Разрыв сплошности в полупространстве

Рассматриваемое полупространство будем считать моделью земной коры. Необходимо найти вызванные разрывом перемещения и дисторсии точек граничной поверхности  $\tilde{S}$ , которую отождествим с поверхностью Земли. Если разрыв образовался в очаге землетрясения после окончания динамического процесса разрушения материала земной коры, то искомые перемещения принято называть остаточными.

#### Решение задачи методом возмущений

В общем случае решение граничной задачи (1)-(4) можно найти только численными методами. Однако некоторые весьма общие предположения позволяют использовать метод возмущений для определения перемещений, деформаций или напряжений, вызванных в полупространстве заглубленным разрывом сплошности.

Возможность использования метода возмущений определяется наличием некоторого малого безразмерного параметра. Геометрия рассматриваемой задачи позволяет ввести несколько характерных безразмерных параметров, каждый из которых в определенной ситуации может быть малым. Ниже будет развит метод возмущений по одному из таких параметров.

Пусть в выбранной системе координат поверхность  $\tilde{S}$  однозначно задана уравнением

$$\zeta_3 = H_3(\zeta_\alpha), \quad (6)$$

где  $\alpha=1,2$ , а  $\zeta_3$  - уровень рельефа поверхности  $\tilde{S}$  относительно плоскости  $S^0$ . Рассмотрим практически интересный случай, для которого максимальное значение абсолютной величины  $|H_3|$  много меньше минимального из расстояний  $x_3$  от разрыва до плоскости  $S^0$ . Введем малый по сравнению с единицей параметр  $\varepsilon \ll 1$  :

$$\varepsilon = |H_3|_{\max} / x_{3\min}. \quad (7)$$

Не нарушая общности можно положить  $H_3(\zeta_\alpha) = \varepsilon h_3(\zeta_\alpha)$ , т.е.

$$\zeta_3 = \varepsilon h_3(\zeta_\alpha). \quad (8)$$

С учетом (8) компоненты единичной нормали  $\bar{n} = \text{grad}H_3 / |\text{grad}H_3|$  к поверхности  $\tilde{S}$  имеют вид

$$\tilde{n}_j(\zeta_\alpha) = \frac{\delta_{j3} - \varepsilon h_{3,\alpha}(\zeta_\alpha) \delta_{j\alpha}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 h_{3,\beta}(\zeta_\alpha) h_{3,\beta}(\zeta_\alpha)}}, \quad (9)$$

где  $\beta=1,2$ .

Будем считать, что перемещения, а следовательно и напряжения вне разрыва представимы в виде рядов по степеням  $\varepsilon$ :

$$U_i = \sum_{\nu=0}^{\infty} \varepsilon^\nu U_i^{(\nu)}, \quad \sigma_{ij} = \sum_{\nu=0}^{\infty} \varepsilon^\nu \sigma_{ij}^{(\nu)}. \quad (10)$$

Компоненты единичной нормали (9) разложим в ряд по степеням  $\varepsilon$ :

$$\tilde{n}_j(\zeta_\alpha) = (\delta_{j3} - \varepsilon h_{3,\alpha}(\zeta_\alpha) \delta_{j\alpha}) \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^\nu \frac{(2\nu+1)!!}{2^\nu!!} \times \\ \times \varepsilon^{2\nu} (h_{3,\beta}(\zeta_\alpha) h_{3,\beta}(\zeta_\alpha))^\nu, \quad -1 < \varepsilon \sqrt{\frac{h_{3,\beta}}{x_{3,\beta}} \frac{h_{3,\beta}}{x_{3,\beta}}} \leq 1, \quad (11)$$

где неравенство определяет область допустимых значений крутизны рельефа.

Поскольку скачок перемещений на разрыве считается заданным, то граничное условие (3) представим в виде:

$$[U_i] = \begin{cases} b_i & \text{при } \nu=0 \\ 0 & \text{при } \nu \geq 1 \end{cases} \quad (12)$$

Условимся, что независимое от  $\varepsilon$  нулевое приближение соответствует решению известной [12.13] задачи о разрыве внутри полупространства с плоской незагруженной границей.

Сформулированные предположения позволяют методом возмущений найти решение граничной задачи (1)-(4).

Подставим ряды (10) в уравнения равновесия (1) и в определяющие уравнения (4). В получившихся выражениях, приравняв к нулю коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$ , получим

$$c U_{j,ji}^{(\nu)} + U_{i,jj}^{(\nu)} = 0, \quad (13)$$

$$\sigma_{ij}^{(\nu)} = c_{ijkl} U_{k,l}^{(\nu)}. \quad (14)$$

Из выражений (2), (10), (11) следует:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\nu} (-1)^{\mu} \frac{(2\mu+1)!!}{2\mu!!} (h_{z,\beta}(\zeta_{\alpha}) h_{z,\beta}(\zeta_{\alpha}))^{\mu} \varepsilon^{\nu+\mu} \times \\ \times (\sigma_{i3}^{(\nu-\mu)}(\zeta_i) - \varepsilon h_{z,\alpha}(\zeta_{\alpha}) \sigma_{i\alpha}^{(\nu-\mu)}(\zeta_i)) = 0. \quad (15)$$

Независимое от  $\varepsilon$  граничное условие (15) должно соответствовать граничному условию принятой за нулевое приближение задачи. Для выполнения этого требования в выражении (15) разложим напряжения в ряд Маклорена по степеням  $\zeta_3 = \varepsilon h_3$  при  $\zeta_3 = 0$ , что дает:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\mu=0}^{\nu} (-1)^{\mu} \frac{(2\mu+1)!!}{2\mu!!} (h_{z,\beta}(\zeta_{\alpha}) h_{z,\beta}(\zeta_{\alpha}))^{\mu} \varepsilon^{\nu+\mu} \times \\ \times \sum_{k=0}^{\infty} \varepsilon^k \frac{h_3^k(\zeta_{\alpha})}{k!} \left( \frac{\partial^k}{\partial \zeta_3^k} \sigma_{i3}^{(\nu)}(\zeta_i) - \varepsilon h_{z,\alpha}(\zeta_{\alpha}) \frac{\partial^k}{\partial \zeta_3^k} \sigma_{i\alpha}^{(\nu)}(\zeta_i) \right) \Bigg|_{\zeta_3=0} = 0. \quad (16)$$

В формуле (16) приравняв к нулю коэффициенты при одинаковых степенях  $\varepsilon$  с точностью до  $\varepsilon^2$ , получим

$$\sigma_{i3}^{(0)}(\zeta_{\alpha}) = 0, \\ \sigma_{i3}^{(1)}(\zeta_{\alpha}) = h_{z,\alpha}(\zeta_{\alpha}) \sigma_{i\alpha}^{(0)}(\zeta_{\alpha}). \quad (17)$$

Применение метода возмущений позволило свести исходную граничную задачу (1)-(4) к совокупности граничных задач (12)-(14), (17). Для  $\nu=0$  имеем граничную задачу о деформировании заглубленным разрывом полупространства с незагруженной плоской границей. Для каждого  $\nu \geq 1$  имеем граничную задачу о деформировании сплошного полупространства некоторыми нагрузками, которые распределены по границе  $S^0$ .

Решение каждой из указанных задач может быть представлено в виде [19] :

$$U_m^{(0)}(\xi_i) = \int_S G_{im,j}(x_i - \xi_i) m_{ij}(x_i) dS, \quad \text{при } \nu=0, \quad (18)$$

$$U_m^{(\nu)}(\xi_i) = \int_{S^0} \sigma_{i3}^{(\nu)}(\zeta_\alpha) G_{im}(\zeta_i - \xi_i) \Big|_{\zeta_3=0} dS, \quad \text{при } \nu \geq 1,$$

где  $x_i \in S$ ,  $\xi_i \notin S$ ;  $\sigma_{i3}^{(\nu)}$  определяется соответствующей из формул (17);  $G_{im}$  - функция Грина уравнений равновесия сплошного полупространства [12,19-21], а  $m_{ij} = \mu((c-1)b_k n_k \delta_{ij} + b_i n_j + b_j n_i)$  - плотность тензора сейсмического момента разрыва;  $b_k = b_k(x_i)$ ;  $n_k = n_k(x_i)$ .

Таким образом, в рамках метода возмущений соотношения (10), (11), (18) позволяют представить решение исходной граничной задачи (1)-(4) с точностью до  $o(\varepsilon^2)$  в виде

$$U_m(\xi_i) = \int_S G_{im,j}(x_i - \xi_i) m_{ij}(x_i) dS + \varepsilon \int_{S^0} h_{3,\alpha}(\zeta_\alpha) \sigma_{\beta\alpha}^{(0)}(\zeta_\alpha) G_{\beta m}(\zeta_\alpha - \xi_\alpha) dS + o(\varepsilon^2). \quad (19)$$

Дифференцируя перемещения (19) по  $\xi_k$ , получаем дисторсии  $U_{mk}$  материала полупространства. Подставив дисторсии в определяющие уравнения (4), можно получить соответствующие напряжения.

Совместный анализ формул (17)-(19) показывает, что топография свободной поверхности влияет на перемещения, а следовательно, на деформации и напряжения, вызванные в полупространстве заглубленным разрывом.

#### Перемещения и дисторсии поверхности Земли

Найдем с точностью до  $o(\varepsilon^2)$  перемещения и дисторсии, вызванные на поверхности Земли (при  $\zeta_3=0$ ) заглубленным разрывом.

Поскольку в нулевом приближении  $\sigma_{i3}^{(0)} = \sigma_{3i}^{(0)} = 0$  на  $S^0$ , то вторая из формул (17) и первое приближение для перемещений (18) соответственно принимают вид

$$\sigma_{\beta 3}^{(1)}(\zeta_\alpha) = h_{3,\alpha}(\zeta_\alpha) \sigma_{\beta\alpha}^{(0)}(\zeta_\alpha),$$

$$U_m^{(1)}(\xi_\alpha) = \int_{S^0} h_{3,\alpha}(\zeta_\alpha) \sigma_{\beta\alpha}^{(0)}(\zeta_\alpha) G_{\beta m}(\zeta_\alpha - \xi_\alpha) dS.$$

Из условия  $\sigma_{33}^{(0)} = 0$  на  $S^0$  и определяющих уравнений (4), (5) получаем

$$(\epsilon-1)U_{k,k}^{(0)} + 2U_{3,3}^{(0)} = 0, \text{ следовательно, } U_{3,3}^{(0)} = -\frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} U_{\nu,\nu}^{(0)} (\nu=1,2).$$

Тогда

$$\sigma_{\beta\alpha}^{(0)}(\zeta_\alpha) = 2\mu \left[ \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} U_{\nu,\nu}^{(0)}(\zeta_\alpha) \delta_{\beta\alpha} + [U_{\alpha,\beta}^{(0)}(\zeta_\alpha) + U_{\beta,\alpha}^{(0)}(\zeta_\alpha)]/2 \right].$$

Таким образом, первые приближения перемещений  $U_m^{(1)}$  поверхности Земли определяются следующей формулой:

$$U_m^{(1)}(\xi_\alpha) = 2\mu \int_{S^0} \left[ \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} U_{\nu,\nu}^{(0)}(\zeta_\alpha) \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} [U_{\alpha,\beta}^{(0)}(\zeta_\alpha) + U_{\beta,\alpha}^{(0)}(\zeta_\alpha)] \right] \times \\ \times h_{3,\alpha}(\zeta_\alpha) G_{\beta m}(\zeta_\alpha - \xi_\alpha) dS, \quad (20)$$

где  $G_{\beta m}$  можно найти из соответствующей функции Грина [12, 20, 21].

Перемещениям (20) соответствуют дисторсии  $U_{mn}^{(1)}(\xi_\alpha) = \partial U_m^{(1)}(\xi_\alpha) / \partial \xi_n$ , где  $n=1,2$ . Поскольку функция Грина  $G_{\beta m}(\zeta_\alpha - \xi_\alpha)$  имеет особенность при  $\zeta_\alpha = \xi_\alpha$ , то для внесения оператора дифференцирования под знак интеграла в (20) введем новую переменную  $z_\alpha = \zeta_\alpha - \xi_\alpha$ . Заменяя соответствующие переменные в формуле (20), после очевидных преобразований получим первые приближения для дисторсий:

$$U_{mn}^{(1)}(\xi_\alpha) = 2\mu \int_{S^0} \left[ \left( \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} \frac{\partial}{\partial \xi_n} U_{\nu,\nu}^{(0)}(z_\alpha + \xi_\alpha) \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \xi_n} [U_{\alpha,\beta}^{(0)}(z_\alpha + \xi_\alpha) + U_{\beta,\alpha}^{(0)}(z_\alpha + \xi_\alpha)] \right) h_{3,\alpha}(z_\alpha + \xi_\alpha) + \left( \frac{\epsilon-1}{\epsilon+1} U_{\nu,\nu}^{(0)}(z_\alpha + \xi_\alpha) \delta_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} [U_{\alpha,\beta}^{(0)}(z_\alpha + \xi_\alpha) + U_{\beta,\alpha}^{(0)}(z_\alpha + \xi_\alpha)] \right) \frac{\partial}{\partial \xi_n} h_{3,\alpha}(z_\alpha + \xi_\alpha) \right] G_{\beta m}(z_\alpha) dS. \quad (21)$$

В соответствии с первым из выражений (10), перемещения и дисторсии поверхности Земли с точностью до  $o(\varepsilon^2)$  равны

$$U_m = U_m^{(0)} + \varepsilon U_m^{(1)}, \quad U_{m\eta} = U_{m\eta}^{(0)} + \varepsilon U_{m\eta}^{(1)}. \quad (22)$$

Компоненты дисторсий  $U_{m\eta}$  образуют экспериментально измеряемые деформации  $U_{11}$ ,  $U_{22}$ ,  $(U_{12}+U_{21})/2$ , а  $U_{31}$ ,  $U_{32}$  - наклоны поверхности Земли.

Приведенные выше формулы в принципе позволяют оценить влияние конкретного рельефа на перемещения и дисторсии, вызванные на поверхности Земли заглубленным разрывом с заданными характеристиками. По-видимому, невозможно аналитическое исследование указанного влияния. В силу этого для иллюстрации степени влияния рельефа на перемещения поверхности Земли целесообразно использовать численное моделирование.

#### Перемещения поверхности Земли вдали от разрыва

Наиболее просто численное моделирование можно провести при условии, когда минимальное расстояние от точки наблюдения на  $\tilde{S}$  до поверхности разрыва много больше его максимального размера.

Пусть разрыв имеет плоскую поверхность, на которой направление вектора скачка перемещений неизменно. В этом случае кинематика разрыва полностью характеризуется следующим тензором сейсмического момента [12]:

$$M_{k1} = \mu BS (\cos \alpha ((c-1) \delta_{k1} + 2n_k n_1) + \sin \alpha (\tau_k n_1 + \tau_1 n_k)),$$

где  $B$  - средняя по  $S$  абсолютная величина вектора скачка перемещений  $\bar{b}$ ;  $S$  - площадь разрыва;  $\alpha \in [0, \pi/2]$  - угол между векторами  $\bar{b}$  и  $\bar{n}$ ;  $\tau_k$  - компоненты единичного вектора, совпадающего по направлению с проекцией вектора скачка перемещений на плоскость разрыва. Скаляр  $M = \mu BS$  определяет сейсмический момент разрыва, а тензор  $T_{k1} = \cos \alpha ((c-1) \delta_{k1} + 2n_k n_1) + \sin \alpha (\tau_k n_1 + \tau_1 n_k)$  - его механизм.

Введем следующие углы:  $\theta$  - угол между направлением координатной оси  $(0, x_3)$  и нормалью к плоскости разрыва;  $\varphi$  - угол между линией пересечения плоскости разрыва с координатной плоскостью  $S^0$  и направлением оси  $(0, x_1)$ ;  $\psi$  - угол между той же линией и направлением касательной компоненты скачка смещений. Углы  $\theta \in [0, 2\pi]$  и  $\varphi \in [0, \pi]$  определяют ориентацию плоскости разрыва, а  $\psi \in [0, 2\pi]$  - направление касательного к ней скачка смещения. Тогда компоненты векторов  $\bar{n}$  и  $\bar{\tau}$  имеют вид [22]:



$$n_1 = \sin\varphi \sin\theta, \quad n_2 = -\cos\varphi \sin\theta, \quad n_3 = \cos\theta,$$

$$\tau_1 = -\cos\varphi \sin\varphi - \sin\varphi \cos\varphi \cos\theta,$$

$$\tau_2 = -\sin\varphi \sin\varphi + \cos\varphi \cos\varphi \cos\theta,$$

$$\tau_3 = \cos\varphi \sin\theta.$$

Обозначим через  $\hat{x}_i^0$  - координаты гипоцентра разрыва. Поскольку разрыв заглублен ( $\hat{x}_3^0 \neq 0$ ), то удобно ввести безразмерные координаты

$$\hat{x}_i = \hat{x}_i^0 / \hat{x}_3^0, \quad \hat{\xi}_i = \hat{\xi}_i^0 / \hat{x}_3^0.$$

Таким образом, с учетом введенных обозначений и результатов работы [12] нулевые приближения нормированных перемещений  $u_m^{(0)} = 4\pi\mu x_3^2 U_m^{(0)} / M$  и дисторсий  $u_{m\eta}^{(0)} = 4\pi\mu x_3^3 U_{m\eta}^{(0)} / M$  поверхности Земли соответственно определяются формулами

$$\begin{aligned} u_m^{(0)} = & \frac{R_m}{R} \left( \left( \frac{1}{c(1+R)^2} - \frac{1}{R^2} \right) T_{kk} + \frac{3}{R^4} R_k R_l T_{kl} - \frac{1}{c(1+R)^2} \left( \frac{1+3R}{(1+R)R^2} \times \right. \right. \\ & \times R_l R_\gamma T_{\gamma l} - \frac{1+2R}{R^2} R_l T_{3l} + \frac{2}{1+R} R_\gamma T_{\gamma 3} \left. \right) + \frac{2}{c(1+R)^2 R} R_\gamma T_{\gamma m} - \frac{\delta_{m3}}{c(1+R)^2} \times \\ & \times \left( \frac{2}{1+R} \left( \frac{1}{R} R_l R_\gamma T_{\gamma l} + R_\gamma T_{\gamma 3} \right) - T_{\gamma\gamma} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} u_{m\eta}^{(0)} = & \frac{R_m R_\eta}{R^3} \left( \left( \frac{1+3R}{c(1+R)^3} - \frac{3}{R^2} \right) T_{kk} + \frac{15}{R^4} R_k R_l T_{kl} - \frac{3}{c(1+R)^3 R} \times \right. \\ & \times \left( \frac{(1+3R)(1+2R)}{(1+R)R} - 1 \right) R_l R_\gamma T_{\gamma l} + \frac{1}{c(1+R)^2 R} \left( \frac{(1+2R)(3+5R)}{(1+R)R} - 2 \right) R_l T_{3l} - \\ & - \frac{2(1+4R)}{c(1+R)^4} R_\gamma T_{\gamma 3} + \frac{2(1+3R)}{c(1+R)^3} T_{\gamma\gamma} \left. \right) - \frac{6}{R^5} R_m R_l T_{nl} + \frac{2(1+3R)}{c(1+R)^3 R^3} R_\eta R_\gamma T_{\gamma m} - \\ & - \frac{2}{c(1+R)^2 R} T_{nm} - \frac{\delta_{m\eta}}{R} \left( \left( \frac{1}{c(1+R)^2} - \frac{1}{R^2} \right) T_{kk} + \frac{3}{R^4} R_k R_l T_{kl} - \frac{1+3R}{c(1+R)^3 R^2} \times \right. \\ & \times R_l R_\gamma T_{\gamma l} + \frac{1+2R}{c(1+R)^2 R^2} R_l T_{3l} - \frac{2}{c(1+R)^3} R_\gamma T_{\gamma 3} \left. \right) - \frac{2\delta_{m3}}{c(1+R)^3} \left( \frac{R_\eta}{R} \times \right. \\ & \times \left( \frac{1+4R}{(1+R)R^2} R_l R_\gamma T_{\gamma l} + \frac{3}{1+R} R_\gamma T_{\gamma 3} - 2T_{\gamma\gamma} \right) - \frac{1}{R} R_l T_{nl} - T_{n3} \left. \right), \end{aligned} \quad (24)$$

где  $R = (R_i R_i)^{1/2}$  - гипоцентральное расстояние,  $R_i = \hat{x}_i - \hat{\xi}_i$  - координаты гипоцентра разрыва, а  $\hat{\xi}_3 = 0$ .

Введем безразмерные координаты  $\hat{\zeta}_i = \zeta_i / x_3^0$ . Тогда выражения (20), (23), (24) позволяют записать первые приближения для перемещений в виде

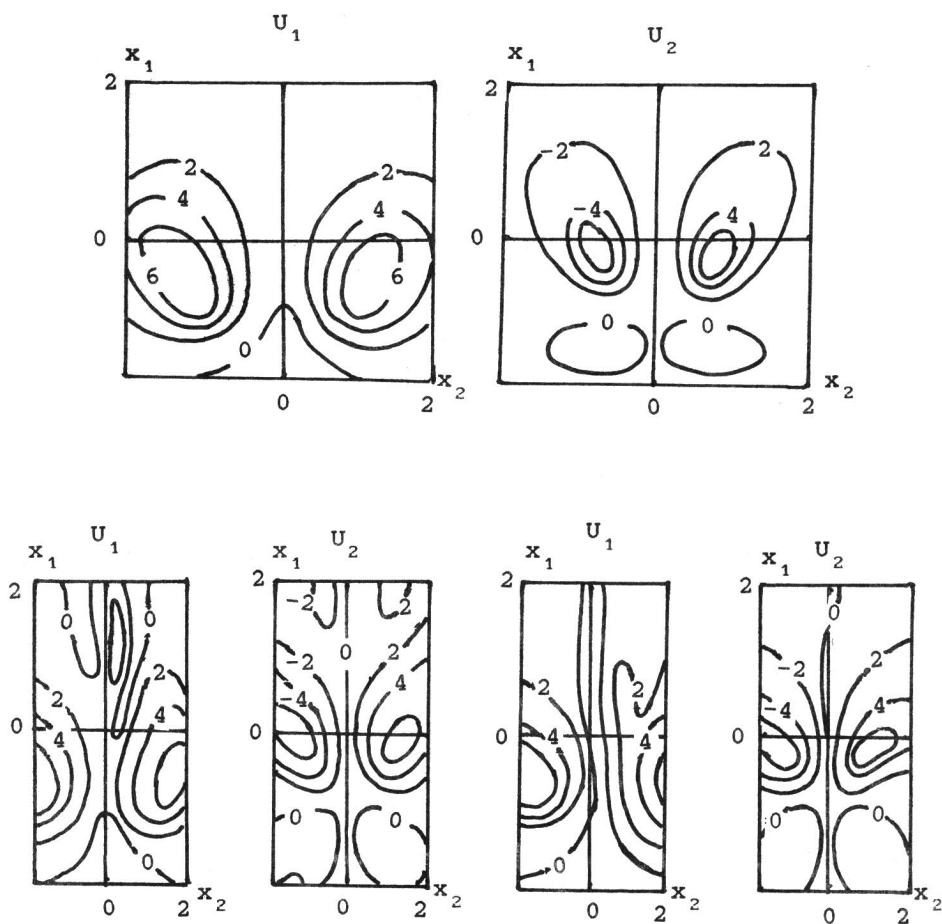
$$\begin{aligned}
 u_m^{(1)}(\xi_\alpha) = & \frac{1}{2\pi} \int_{S^0} \left[ \left( \frac{1}{R^3} \left( \frac{1+3R}{c(1+R)^3} - \frac{3}{R^2} \right) T_{kk} + \frac{15}{R^7} R_k R_l T_{kl} - \frac{3}{c(1+R)^3 R^4} \times \right. \right. \\
 & \times \left( \frac{(1+3R)(1+2R)}{(1+R)R} - 1 \right) R_l R_\nu T_{\nu l} + \frac{1}{c(1+R)^2 R^4} \left( \frac{(1+2R)(3+5R)}{(1+R)R} - 2 \right) R_l T_{3l} - \\
 & - \frac{2(1+4R)}{c(1+R)^4 R^3} R_\nu T_{\nu 3} + \left. \frac{2(1+3R)}{c(1+R)^3 R^3} T_{\nu\nu} \right] \left( \frac{c-1}{c+1} R_\nu R_\gamma H_{3,\beta} + R_\alpha R_\beta H_{3,\alpha} \right) - \\
 & - \frac{6}{R^5} \left( \frac{c-1}{c+1} R_\nu R_l T_{\nu l} H_{3,\beta} + R_\alpha R_l T_{\beta l} H_{3,\alpha} \right) + \frac{2(1+3R)}{c(1+R)^3 R^3} \left( \frac{c-1}{c+1} \times \right. \\
 & \times \left. R_\nu R_\gamma T_{\nu\gamma} H_{3,\beta} + R_\beta R_\gamma T_{\nu\alpha} H_{3,\alpha} \right) - \frac{2}{c(1+R)^2 R} \left( \frac{c-1}{c+1} T_{\nu\gamma} H_{3,\beta} + \right. \\
 & \left. + T_{\alpha\beta} H_{3,\alpha} \right) - \frac{3c-1}{c+1} \left( \frac{1}{R} \left( \frac{1}{c(1+R)^2} - \frac{1}{R^2} \right) T_{kk} + \frac{3}{R^5} R_k R_l T_{kl} - \right. \\
 & - \left. \frac{1+3R}{c(1+R)^3 R^3} R_l R_\nu T_{\nu l} - \frac{1+2R}{c(1+R)^2 R^3} R_l T_{3l} - \frac{2}{c(1+R)^3 R} R_\nu T_{\nu 3} \right) H_{3,\beta} \frac{1}{r} \times \\
 & \times \left( \left( 1 + \frac{1}{c} \right) \delta_{\beta m} + \left( 1 - \frac{1}{c} \right) \frac{r_\beta r_m}{r^2} - \frac{1}{c} \frac{r_\beta}{r} \delta_{m3} \right) dS, \tag{25}
 \end{aligned}$$

где  $\nu=1,2$ ;  $R=(R_i R_i)^{1/2}$ ,  $R_i = \hat{\zeta}_i - \hat{x}_i$ ,  $\hat{\zeta}_3=0$ ;  $r=(r_\alpha r_\alpha)^{1/2}$ ,  $r_\alpha = \hat{\zeta}_\alpha - \hat{\xi}_\alpha$ ;  $H_{3,\beta} = h_{3,\beta}(\zeta_\alpha)/x_3$ .

При заданном рельефе и параметрах разрыва формулы (22)–(25) позволяют оценить влияние рельефа на перемещения, вызванные заглубленным разрывом на поверхности Земли, вдали от него.

При численном моделировании проводились расчеты для двух видов рельефа:  $H_3(\zeta_1, \zeta_2) = \varepsilon \exp[-(\zeta_1/d_1)^2 - (\zeta_2/d_2)^2]$  (при  $\varepsilon < 0$  – возвышенность, при  $\varepsilon > 0$  – впадина) и  $H_3(\zeta_1, \zeta_2) = \varepsilon \exp[-(\zeta_1/d_1)^2]$  (при  $\varepsilon < 0$  – хребет, при  $\varepsilon > 0$  – каньон);  $d_\alpha$  – параметр рельефа. Для устранения особенности подынтегральной функции, связанной со структурой  $G_{\beta m}$ , в (25) делаем соответствующую (21) замену переменных, переходим к полярным координатам и проводим численное интегрирование.

Расчеты показали, что протяженный хребт или каньон оказывают большее влияния на перемещения по сравнению с локальной возвышенностью или впадиной. Влияние рельефа сосредоточено в окрестности впадины (хребта) и проявляется на значительных расстояниях от гипоцентра. Удалось также установить, что наличие рельефа в основном влияет не на вертикальные, а на горизонтальные перемещения поверхности полупространства. В связи с этим интересно отметить, что в аналогичной по содержанию двумерной задаче [23], наличие рельефа вообще не влияет на вертикальные перемещения.



Р и с. 2. Горизонтальные перемещения, вызванные разрывом ( $\alpha=90^\circ$ ,  $\epsilon=45^\circ$ ,  $\phi=0^\circ$ ,  $\psi=90^\circ$ ) на плоской границе (а); вблизи хребта ( $\epsilon=-0,2$ ,  $d_1=0,1$ ) (б); вблизи каньона ( $\epsilon=0,2$ ,  $d_1=0,1$ ) (в)

На рис. 2 приведены некоторые результаты, иллюстрирующие влияние плоской граничной поверхности (рис.2,а), а также протяженного вдоль координатной оси  $(0, x_1)$  хребта (рис.2,б) или каньона (рис.2,в) на горизонтальные перемещения, вызванные разрывом с координатами гипоцентра  $\frac{0}{x_1} = 0$ ,  $\frac{0}{x_2} = -1$ ,  $\frac{0}{x_3} = 1$ . Наблюдаемые изменения, связанные с присутствием хребта (каньона), позволяют с уверенностью утверждать, что в местности со сложным рельефом поля перемещений и деформаций могут иметь весьма необычный характер, а их интерпретация без учета рельефа будет некорректной.

Как уже отмечалось, в рамках рассматриваемой задачи невозможно аналитическое исследование влияния рельефа на перемещения и дисторсии поверхности Земли. По-видимому, более общие выводы можно получить при вероятностном описании рельефа и анализе соответствующих статистических характеристик перемещений и дисторсий.

## Выводы

Изложенное выше позволяет сделать следующие выводы:

1. В рамках рассмотренной модельной задачи установлено влияние рельефа поверхности Земли на перемещения, деформации и наклоны, вызванные на этой поверхности заглубленным разрывом.

2. Степень этого влияния в первом приближении определяется крутизной рельефа, а начиная со второго приближения – как крутизной, так и амплитудой рельефа совместно.

3. В первом приближении рельеф гораздо сильнее влияет на горизонтальные, а не на вертикальные перемещения поверхности Земли.

Для геофизических приложений наиболее важен следующий вывод:

4. При интерпретации проявлений на поверхности Земли сейсмотектонических движений в областях с ярко выраженным рельефом необходимо учитывать его влияние на измеряемые величины.

Авторы благодарны Я.Невядомскому и В.Ф.Писаренко за консультации.

## Литература

1. Латынина Л.А., Кармалеева Р.М. Деформографические измерения. М.: Наука. 1978. 276с.
2. Рикитаке Т. Предсказание землетрясений. М.: Мир, 1979. 389 с.
3. Методы прогноза землетрясений / Под ред. Т.Асада. М.: Недра, 1984. 396с.
4. Касахара К. Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264с.
5. Steketee J.A. On Volterra's dislocations in an semi-infinite elastic medium //Canad. J. Phys. 1958. Vol.36, N.2. P.192-205.

6. *Chinnery M.A.* The deformation of the ground around surface faults // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1961. V.51, N.3. P.355-372.
7. *Maruyama T.* Static elastic dislocations in an infinite and semi-infinite medium // *Bull. Earthquake Res. Inst.* 1964. V.42, N.2. P.289-368.
8. *Press F.* Displacements, strains and tilts at teleseismic distances // *J. Geophys. Res.* 1965. V.70, N.10. P.2395-2412.
9. *Savage J.C., Hastie L.M.* Surface deformations associated with dip-slip faulting // *J. Geophys. Res.* 1966. V.71, N.20. P.4897-4904.
10. *Mansinha L., Smyle D.* The displacement field of inclined faults // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1971. V.61, N.5. P.1433-1440.
11. *Sato R., Matsuura M.* Strain and tilts on the surface of a semi-infinite medium // *J. Phys. Earth.* 1974. V.22, N.2. P.213-221.
12. *Воевода О.Д.* Связь остаточных перемещений, деформаций и наклонов поверхности Земли с характеристиками очага землетрясения // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1984. N2. С.27-33.
13. *Okada Y.* Surface deformation due to a shear and tensile faults in a half-space // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1985. V.75, N.4. P.1135-1154.
14. *Ishii. H., Takagi A.* Theoretical study on the crustal movements. Part 1. The influence of surface topography // *Sci.Rep. Tohoku Univ. Ser. 5. Geophys.* 1967. Vol.19, N 1. P.77-94.
15. *Harrison J.C.* Cavity and topographic effects in the tilt and strain measurements // *J.Geophys.Res.* 1976. Vol.81. P.319-328.
16. *Ломакин В.А.* Статистические задачи механики твердых деформируемых тел. М.: Наука, 1970. 343с.
17. *Хусу А.П., Витенберг Ю.Р., Пальмов В.А.* Шероховатость поверхностей. М.: Наука, 1975. 343 с.
18. *Гузь А.Н., Немиш Ю.Н.* Метод возмущения формы границы в механике сплошных сред. Киев.: Выща школа. 1989. 352 с.
19. *Лурье А.И.* Теория упругости. М.: Наука, 1970. 670с.
20. *Mindlin R.* Force at a point in the interior of a semiinfinite solid // *Physics*, 1936. V.7, N.5. P.195-202.
21. *Гринфельд М.А., Лангман С.Л.* Термоупругие перемещения в однородном полупространстве с эллипсоидальным включением // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1988. N9. С.15-28.
22. *Голдстейн Г.* Классическая механика. М.: Наука, 1975. 416 с.
23. *Волынец Л.Н., Воевода О.Д.* Деформации свободной границы, вызванные заглубленным разрывом // *Современные методы интерпретации сейсмологических данных.* М.: Наука. 1991. С.85-102. (Вычисл. сейсмология; Вып.24).