

*Ю.В.Рослов, Т.Б.Яновская*

## СПОСОБ РАСЧЕТА ВОЛН, ОТРАЖЕННЫХ ОТ ПЕРЕХОДНЫХ ЗОН

*U.V.Roslov, T.B.Yanovskaya*A METHOD FOR CALCULATION OF WAVES REFLECTED FROM  
TRANSITION LAYERS

Reflection and transmission of seismic waves at the second-order boundaries are treated in the framework of the ray theory, the first higher term of the ray series being taken into account. The method was applied for calculation of the wave field reflected from a transition layer between two homogeneous half-spaces. The results are compared with those obtained by Thomson-Haskell technique, when transition layer is approximated by a set of homogeneous layers. Inferences about applicability of the proposed method are made.

## Введение

Вопрос о том, происходит ли на границах внутри Земли резкий скачок упругих постоянных или плавный переход в пределах слоя некоторой конечной толщины, остается до сих пор дискуссионным. Чтобы его решить, необходимо сравнивать записи упругих волн, отраженных или проходящих через такие границы с рассчитанными теоретически для случаев контакта сред и переходных слоев. Расчеты полей волн, образованных при пересечении переходных зон, обычно выполняются по методу Томсона-Хаскелла (или его модификациям), при этом переходные зоны аппроксимируются пачкой тонких слоев. Главный недостаток этой вычислительной процедуры заключается в том, что такие расчеты требуют большого объема машинного времени, которое возрастает пропорционально числу слоев. В то же время ясно, что добиться адекватного описания переходных градиентных зон путем слоисто-однородной аппроксимации можно лишь при сильном увеличении числа слоев.

В данной работе рассматривается иной подход, основанный на использовании лучевого метода при учете первого приближения (напомним, что главный член лучевого ряда, которым обычно и ограничиваются во всех лучевых расчетах, принято называть нулевым приближением). При таком подходе переходная зона аппроксимируется градиентным слоем с границами 2-го рода, что позволяет ограничиться

рассмотрением отраженных и преломленных волн только на этих двух границах. При падении на границу второго рода волны, поле которой описывается лучевым рядом, образуются отраженные волны, для которых главный член лучевого разложения является следующим по порядку по отношению к главному члену разложения поля падающей волны. Такой подход к анализу волн, образующихся на границах второго рода, был предложен еще в работах [1,2], но не был тогда реализован в виде вычислительных алгоритмов и программ, и соответственно не были исследованы пределы его применимости. Поэтому он не мог быть применен к решению практических задач.

### Основы метода

Согласно лучевому методу поле сейсмической волны можно представить в виде следующего ряда:

$$u(\mathbf{r}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(\mathbf{r}) f_k(t - \tau(\mathbf{r})), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(x, y, z)$  - радиус-вектор;  $\tau$  - эйконал; а функции  $f_k(s)$  связаны следующим рекуррентным соотношением:

$$f'_k(s) = f_{k-1}(s).$$

Обозначим компоненты вектора смещения в лучевой системе координат следующим образом: вдоль луча -  $U$ , в плоскости перпендикулярной лучу -  $V$ . В нулевом приближении ( $k=0$ ) волна  $P$  поляризована вдоль луча, т.е. имеет только компоненту  $U$ , а волна  $S$  имеет только компоненту перпендикулярную лучу. В каждом из последующих приближений обе волны имеют уже все три компоненты, которые подразделяются на два типа: основные, т.е. соответствующие поляризации, характерной для данного типа волны в нулевом приближении, и так называемые примесные, отвечающие аномальной поляризации.

Свойства примесных компонент первого приближения, соответствующих волнам, отраженным от границы первого рода, исследованы в [3,4]. В данной работе мы рассмотрим образование основных компонент  $P$ - и  $S$ -волн в первом приближении при прохождении волны через границу второго рода. Известно [5], что при прохождении волны через границу  $k$ -го рода, на которой претерпевает разрыв  $(k-1)$ -я производная скорости, в то время как предыдущие  $k-2$  производных сохраняются непрерывными, возникают отраженные волны в  $(k-1)$ -м приближении, т.е. такие, для которых главный член лучевого разложения является  $(k-1)$ -м по отношению к падающей волне. Амплитуда этих волн определяется из системы граничных условий для  $(k-1)$ -го при-

ближения, матрица которой совпадает с матрицей системы для нулевого приближения, а правые части содержат кроме основных компонент  $(k-1)$ -го приближения падающей волны также примесные компоненты падающей и всех образованных волн и производные по координатам амплитуд  $(k-2)$ -го приближения [5]. Для случая падения P- или SV-волны на плоскую границу второго рода  $z=0$  эта система для первого приближения принимает вид

$$A \begin{pmatrix} U_1^{(1)} \\ V_1^{(2)} \\ U_1^{(3)} \\ V_1^{(4)} \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} U_1^{(0)} \\ V_1^{(0)} \end{pmatrix} - B \begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ U_1^{(2)} \\ V_1^{(3)} \\ U_1^{(4)} \end{pmatrix} + F, \quad (2)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} -\sin\theta_p & \cos\theta_s & \sin\theta_p & \cos\theta_s \\ \cos\theta_p & -\sin\theta_s & \cos\theta_p & -\sin\theta_s \\ \frac{\lambda+2\mu\cos^2\theta_p}{a} & \frac{\mu\sin 2\theta_s}{b} & \frac{\lambda+2\mu\cos^2\theta_p}{a} & -\frac{\mu\sin 2\theta_s}{b} \\ \frac{\mu\sin 2\theta_p}{a} & \frac{\mu\cos 2\theta_s}{b} & \frac{\mu\sin 2\theta_p}{a} & \frac{\mu\cos 2\theta_s}{b} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} -\cos\theta_p & -\sin\theta_s & \cos\theta_p & \sin\theta_s \\ -\sin\theta_p & \cos\theta_s & -\sin\theta_p & \cos\theta_s \\ \frac{\mu\sin 2\theta_p}{a} & -\frac{\lambda+2\mu\cos^2\theta_s}{b} & -\frac{\mu\sin 2\theta_p}{a} & \frac{\lambda+2\mu\cos^2\theta_s}{b} \\ \frac{\mu\cos 2\theta_p}{a} & \frac{\mu\sin 2\theta_s}{b} & \frac{\mu\cos 2\theta_p}{a} & \frac{\mu\sin 2\theta_s}{b} \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} \sin\theta_0 & \cos\theta_0 \\ \cos\theta_0 & -\sin\theta_0 \\ \frac{\lambda+2\mu\cos^2\theta_0}{v_0} & \frac{\mu\sin 2\theta_0}{v_0} \\ \frac{\mu\sin 2\theta_0}{v_0} & \frac{\mu\cos 2\theta_0}{v_0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}^T = (0, 0, F_3, F_4),$$

$$F_3 = - \sum_{m=0}^2 \left[ \lambda \operatorname{div} \mathbf{U}_0^{(m)} + 2\mu \frac{\partial U_{0z}^{(m)}}{\partial z} \right] + \sum_{m=3}^4 \left[ \lambda \operatorname{div} \mathbf{U}_0^{(m)} + 2\mu \frac{\partial U_{0z}^{(m)}}{\partial z} \right],$$

$$F_4 = \sum_{m=0}^2 \mu \left[ \frac{\partial U_{0x}^{(m)}}{\partial z} + \frac{\partial U_{0z}^{(m)}}{\partial x} \right] - \sum_{m=3}^4 \mu \left[ \frac{\partial U_{0x}^{(m)}}{\partial z} + \frac{\partial U_{0z}^{(m)}}{\partial x} \right].$$

В этих выражениях  $U$  в соответствии с принятыми выше обозначениями представляет собой компоненту волны вдоль луча, а  $V$  — компоненту  $V$  в плоскости падения: верхний индекс обозначает тип волны: 0 — падающая, 1 — отраженная  $P$ , 2 — отраженная  $S$ , 3 — проходящая  $P$ , 4 — проходящая  $S$ , нижний индекс  $y$  компонент смещения обозначает приближение. Значения параметров Ламэ  $\lambda, \mu$ , скоростей  $P$  и  $S$  волн  $a, b$  и плотности  $\rho$  — значения на границе,  $\theta_{P(S)}$  — угол падения (отражения, прохождения)  $P(S)$  волны,  $\theta_0$  — угол падения, равный соответственно  $\theta_P$  или  $\theta_S$  в зависимости от типа падающей волны,  $v_0$  — скорость падающей волны ( $a$  или  $b$ ).

Будем для простоты считать, что волна падает на границу во всех точках под одним и тем же углом и кроме того, что ее амплитуда не зависит от  $x$ . Учитывая это обстоятельство, а также то, что в нулевом приближении волна проходит границу второго рода как бы не замечая ее (т.е. амплитуда проходящей волны равна амплитуде падающей, а амплитуды всех остальных волн равны нулю) можно записать компоненты вектора  $\mathbf{F}$  в следующем виде:

$$F_3 = (\lambda + 2\mu) \left[ \frac{\partial U_{0z}}{\partial z} \right], \quad F_4 = \mu \left[ \frac{\partial U_{0x}}{\partial z} \right],$$

где  $[f] = f^{(q)} - f^{(0)}$ ,  $q=3$ , если падающая волна продольная и  $q=4$ , если падающая волна поперечная.

В выражении (2) первый член в правой части представляет собой вклад в амплитуду первого приближения за счет первого приближения в падающей волне. Коэффициенты отражения-преломления основной компоненты первого приближения будут совпадать с соответствующими коэффициентами для нулевого приближения, а они, как уже было упомянуто, на границе второго рода равны единице для проходящей волны того же типа, что и падающая, и нулю для всех остальных волн. Отсюда мы можем заключить, что и основная компонента в первом приближении проходит границу как бы не замечая ее. Поэтому в дальней-

шем ее мы рассматривать не будем: нас будут интересовать только те основные компоненты всех образовавшихся волн в первом приближении, которые порождены нулевым приближением в падающей и проходящей волнах (сюда включаются и примесные компоненты первого приближения, поскольку они образуются за счет нулевого приближения).

В случае падения волны Р отличными от нуля будут только примесные компоненты первого приближения падающей и проходящей Р-волн  $V_1^{(0)}$  и  $V_1^{(3)}$ . Учитывая, что 3-й столбец матрицы В совпадает со 2-м столбцом матрицы С, можно объединить два первых члена правой части (2) в следующей форме:

$$-\left(\cos\theta_0, -\sin\theta_0, -\frac{u\sin 2\theta_0}{a}, \frac{u\cos 2\theta_0}{a}\right)[V_1],$$

где в соответствии с введенным выше обозначением  $[V_1] = V_1^{(3)} - V_1^{(0)}$ .

Используя выражение для примесной компоненты Р волны в первом приближении через нулевое приближение, можно легко вывести, что

$$[V_1] = U_0 a \sin\theta_0 \left\{ \frac{1}{2\cos^2\theta_0} \frac{[a']}{a} - \frac{4}{1-\gamma^2} \frac{[b']}{b} + \frac{1-3\gamma^2}{2(1-\gamma^2)} \frac{[\rho']}{\rho} \right\},$$

где  $\gamma = b/a$ , а штрих обозначает производную по  $z$ . Также нетрудно получить, что

$$\left[ \frac{\partial U_{0x}}{\partial z} \right] = -\frac{U_0 \sin\theta_0}{2} \left\{ -\frac{1}{\cos^2\theta_0} \frac{[a']}{a} + \frac{[\rho']}{\rho} \right\},$$

$$\left[ \frac{\partial U_{0z}}{\partial z} \right] = -\frac{U_0 \cos\theta_0}{2} \left\{ \frac{1}{\cos^2\theta_0} \frac{[a']}{a} + \frac{[\rho']}{\rho} \right\}.$$

Подставляя полученные выражения в (2) и производя элементарные преобразования, получим, что (2) можно записать в следующем виде:

$$AW = U_0 \left\{ P \frac{[a']}{a} + Q \frac{[b']}{b} + R \frac{[\rho']}{\rho} \right\}, \quad (3)$$

где  $W^T = (U_1^{(1)}, V_1^{(2)}, U_1^{(3)}, V_1^{(4)})$ , а вектора P, Q, R имеют следующий вид:

$$R = \frac{1}{2(1-\gamma^2)} \begin{vmatrix} -\frac{(1-3\gamma^2)b(1-\cos 2\theta)}{2} \\ -\frac{(1-3\gamma^2)b\sin 2\theta}{2} \\ \mu \sin \theta [3(1-\gamma^2) - \cos 2\theta(1-3\gamma^2)] \\ \mu \cos \theta [2\gamma^2 + \cos 2\theta(1-3\gamma^2)] \end{vmatrix}$$

$$P = 0.$$

Здесь  $\theta = \theta_0$ .

Используя полученные результаты, можно легко построить решение для поля волн, отраженных от переходного слоя, верхняя и нижняя границы которого являются границами второго рода. В этом случае поле отраженной от слоя волны будет отлично от нуля в первом приближении и будет являться суперпозицией двух волн: отраженной от верхней границы (первое приближение, порожденное падением волны, имеющей отличное от нуля нулевое приближение) и такой же волны, отраженной от нижней границы. Как уже упоминалось выше, поле, отвечающее первому приближению в падающей волне, не отражается от такой границы, а проходит через нее без изменений. Поэтому в данном случае волны, многократно отраженные внутри слоя, отсутствуют. Таким образом, суммарное поле отраженной от переходного слоя волны будет определяться следующим выражением:

$$U_1^{PP} = \kappa_{01}^1(\theta) f_1(t) + \kappa_{12}^1(\theta_1) f_1(t-t'),$$

где  $t'$  — время запаздывания волны, отраженной от нижней границы, по отношению к волне, отраженной от верхней границы:  $\kappa_{01}^1$  и  $\kappa_{12}^1$  — коэффициенты отражения в первом приближении от верхней и нижней границ соответственно:  $f_1(t)$  — форма волны в первом приближении.

**З а м е ч а н и е.** Выведенные формулы для коэффициентов отражения-прохождения применимы при не слишком больших перепадах градиента скорости в контактирующих средах, в противном случае вклад первого приближения в поля образующихся волн может оказаться больше, чем нулевого, и соответствующие лучевые ряды окажутся расходящимися. Поэтому их нельзя использовать при рассмотрении переходных слоев с высокими градиентами упругих параметров, и соответственно эти формулы не переходят в формулы для коэффициентов отражения-прохождения на границе первого рода при стремлении толщины переходного слоя к нулю.

## Количественные оценки

На рис.1, а, б изображены зависимости от угла падения коэффициентов отражения-прохождения Р- и S-волн на границе второго рода, характеризующейся следующими параметрами:

$$\frac{[a']}{a} = 3,83 \text{ км}^{-1}, \quad \frac{[b']}{b} = 5,87 \text{ км}^{-1}, \quad \frac{[\rho']}{\rho} = 5,4 \text{ км}^{-1},$$

$$a = 3,0 \text{ км/ч}, \quad b = 1,732 \text{ км/ч}, \quad \rho = 2,0 \text{ г/см}^2.$$

Видно, что в случае падения Р-волн при  $\theta \rightarrow 90^\circ$ , а в случае падения S-волн при  $\theta \rightarrow 37^\circ$ , коэффициенты неограниченно возрастают. Это является следствием того, что в этих случаях лучевые ряды отраженных и проходящих Р-волн расходятся начиная с первого приближения из-за того, что производная от геометрического расхождения этих волн стремится к бесконечности.

Заметим, что приведенные коэффициенты не являются безразмерными (в отличие от коэффициентов отражения-прохождения в нулевом приближении), поскольку функции  $f_0(t)$  и  $f_1(t)$  имеют разную размерность. Поэтому для того, чтобы по этим графикам оценить истинный вклад первого приближения, необходимо умножить эти величины на  $|f_1(t)/f_0(t)|$  (в случае гармонической волны это отношение равно  $\omega$ ).

Так как скачки градиентов скорости и плотности  $[a']$ ,  $[b']$ ,  $[\rho']$  входят линейно в выражения для коэффициентов, изменение этих величин в  $n$  раз меняет в  $n$  раз и величины коэффициентов отражения-прохождения. Если  $n = -1$ , т.е. волна падает из нижней среды в верхнюю, все коэффициенты просто меняют знак.

Рассмотрим теперь отражение волны с конкретной формой сигнала от переходного слоя с постоянным градиентом скорости в нем. Будем считать, что слой разделяет два однородных полупространства с параметрами:

$$a_1 = 3,0 \text{ км/с}, \quad b_1 = 1,732 \text{ км/с}, \quad \rho_1 = 2,0 \text{ г/см}^3,$$

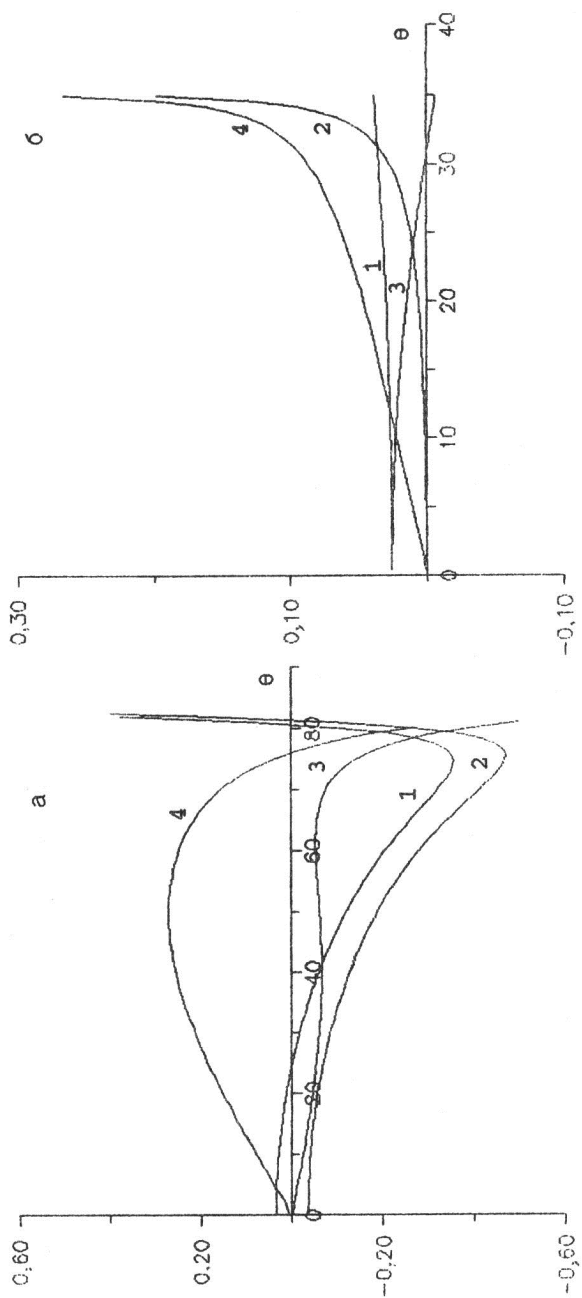
$$a_2 = 4,0 \text{ км/с}, \quad b_2 = 2,5 \text{ км/с}, \quad \rho_2 = 3,0 \text{ г/см}^3.$$

Форму сигнала  $f_0(t)$  в нулевом приближении примем следующей:

$$f_0(t) = \begin{cases} \cos \Omega t - \cos 2\Omega t, & 0 < \Omega t < 2\pi, \\ 0, & \Omega t < 0; 2\pi > \Omega t. \end{cases} \quad (6)$$

Соответственно форма сигнала в первом приближении -

$$f_1(t) = \begin{cases} \sin t(1 - \cos \Omega t) / \Omega, & 0 < \Omega t < 2\pi, \\ 0, & \Omega t < 0; 2\pi > \Omega t. \end{cases}$$



Р и с. 1. Коэффициент отражения-преломления на слабой границе Р-волн (а) и S-волн (б). Номера кривых соответствуют индексации в тексте



$$P = \frac{a}{2} \begin{vmatrix} -\operatorname{tg}\theta \\ \operatorname{tg}^2\theta \\ -\frac{\lambda+2\mu\cos^2\theta}{a\cos\theta} \\ \frac{2\mu\sin^3\theta}{a\cos^2\theta} \end{vmatrix}, \quad Q = \frac{4a\sin\theta}{1-\gamma^2} \begin{vmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \\ \frac{\mu\sin 2\theta}{a} \\ \frac{\mu\cos 2\theta}{a} \end{vmatrix}, \quad (4)$$

$$R = \frac{1}{2(1-\gamma^2)} \begin{vmatrix} -\frac{(1-3\gamma^2)a\sin 2\theta}{2} \\ -\frac{(1-3\gamma^2)a(1-\cos 2\theta)}{2} \\ -\cos\theta [\lambda+3\mu\gamma^2+\mu\cos 2\theta(1-3\gamma^2)] \\ \mu\sin\theta [1-\gamma^2-\cos 2\theta(1-3\gamma^2)] \end{vmatrix}.$$

Здесь для краткости обозначено  $\theta = \theta_p$ .

Формулы существенно упрощаются при нормальном падении волны. В этом случае матрица  $A^{-1}$  принимает вид:

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1/\rho a & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1/\rho b \\ 0 & 1 & 1/\rho a & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1/\rho b \end{vmatrix},$$

Очевидно, что  $Q=0$ , а у векторов  $P$  и  $R$  оказывается отличной от нуля только третья компонента. В частности, для коэффициента отражения  $P$ -волны в первом приближении получаем следующее выражение:

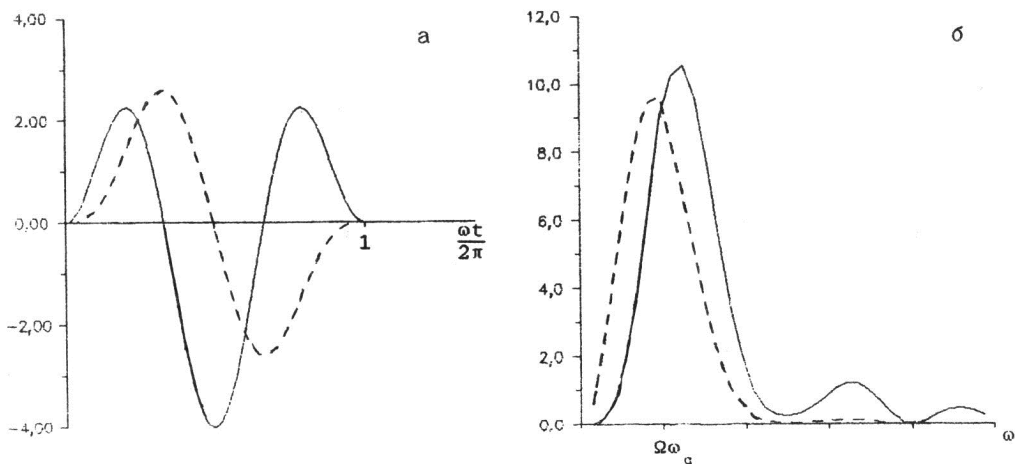
$$U_1/U_0 = \frac{a}{4} \left( \frac{[a']}{a} + \frac{[\rho']}{\rho} \right). \quad (5)$$

В случае падения волны  $SV$  на границу второго рода получаем решение также в виде (3), но вектора  $P, R, Q$  имеют следующий вид:

$$Q = \frac{1}{2(1-\gamma^2)} \begin{vmatrix} b\operatorname{tg}^2\theta(5\gamma^2-1+4\gamma^2\cos 2\theta) \\ b\operatorname{tg}\theta(5\gamma^2-1+4\gamma^2\cos 2\theta) \\ \frac{\mu\sin\theta}{\cos^2\theta} [9(1-\gamma^2)-(1-9\gamma^2)\cos 2\theta] \\ \frac{\mu}{\cos\theta} [8\gamma^2+(1-9\gamma^2)\cos 2\theta] \end{vmatrix},$$

Функции  $f_0(t)$  и  $f_1(t)$  и их спектры изображены на рис.2.

Результаты расчетов будем сравнивать с соответствующими результатами, полученными методом Томсона-Хаскелла при замене переходного слоя пачкой тонких слоев одинаковой мощности [4].



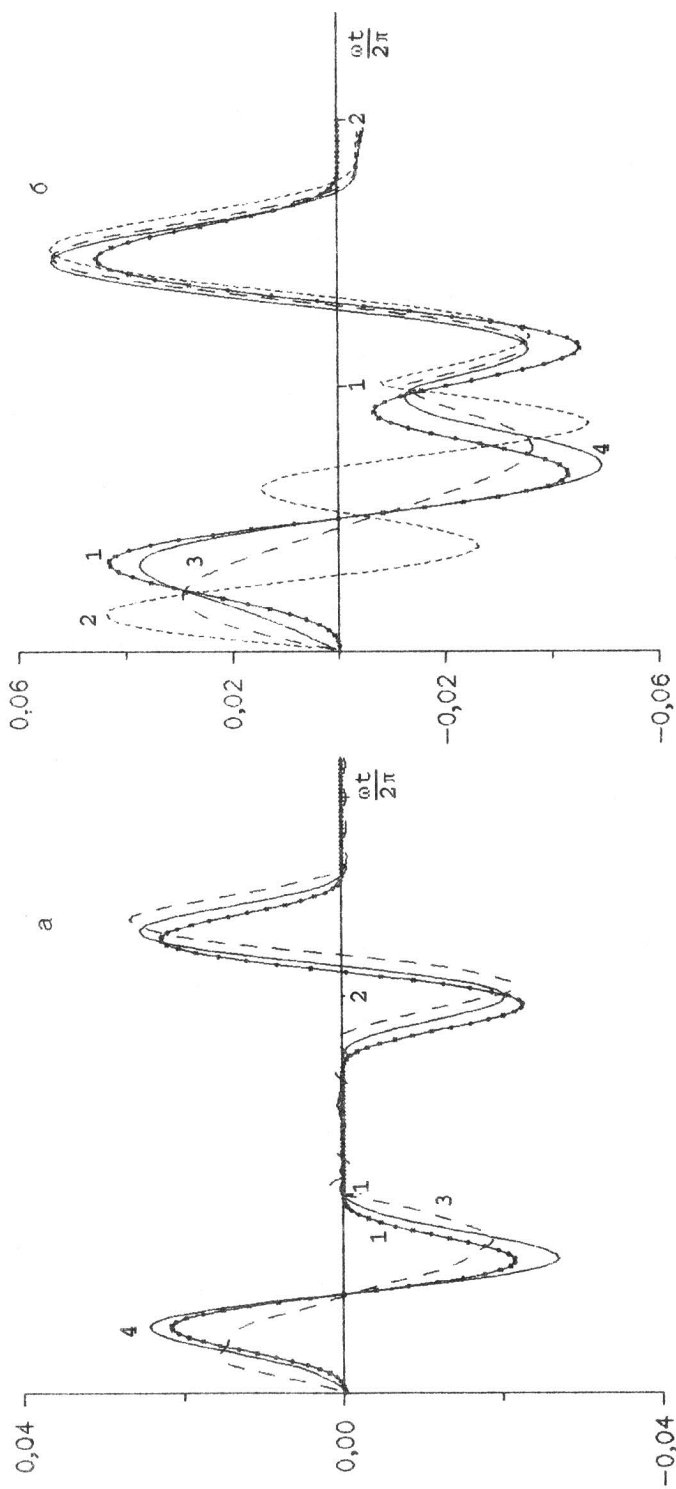
Р и с. 2. Форма сигналов в нулевом (сплошная линия) и первом (пунктир) приближениях (а) и их спектры (б)

На рис.3 изображен сигнал в отраженной волне при вертикальном падении Р-волны для разных соотношений между мощностью слоя Н и величиной  $L=2\pi a_2/\omega_g$  (которую условно будем называть длиной волны), где  $\omega_g$  - доминирующая частота в спектре падающей волны (см.рис.2,б) Поскольку перепад скоростей принят постоянным ( $a_2 - a_1 = 1 \text{ км/с}$ ), то это соотношение непосредственно связано с величиной

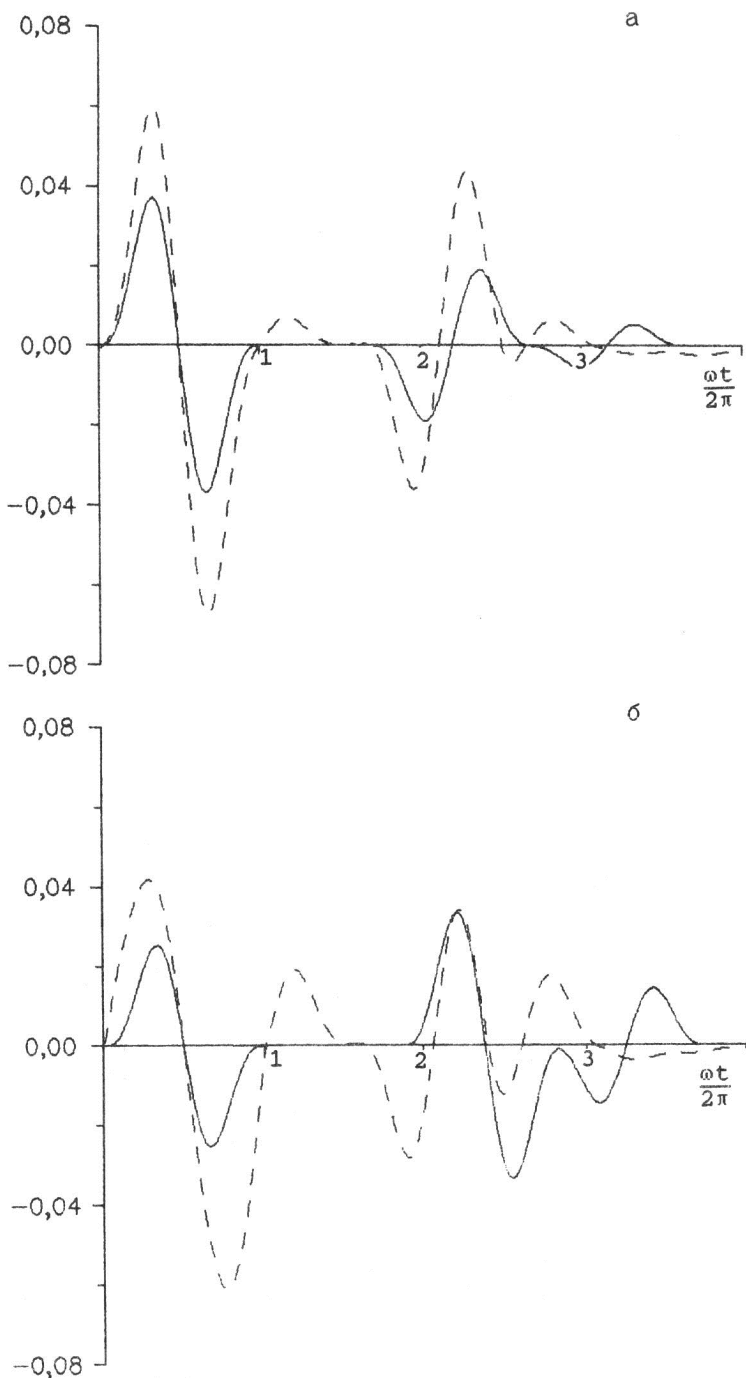
$$[a']_{\omega_g} = \frac{(a_2 - a_1)L}{2\pi a_1 H}$$

и, как уже было выше упомянуто, отношение вклада первого приближения к вкладу нулевого должно быть порядка этой величины. Поэтому можно ожидать, что когда это отношение меньше единицы, расчеты по лучевому методу должны совпадать с расчетами по методу Томсона-Хаскелла.

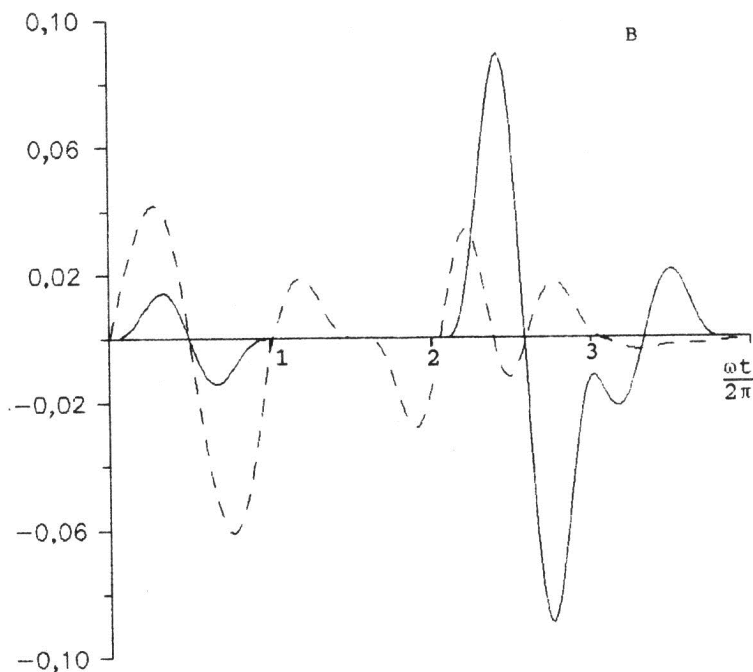
В случае  $L/H=1$ ,  $[a']_{\omega_g}=1/4$  и, действительно, результаты расчетов по обоим методам практически совпадают, причем, как и следовало ожидать, согласие улучшается при увеличении числа слоев, аппроксимирующих градиентный слой в методе Томсона-Хаскелла (рис.3,а). Сейсмограмма, рассчитанная по обоим методам, содержит две волны, которые можно интерпретировать как отраженные от нижней и верхней границ переходной зоны. И хотя отраженный сигнал, рассчитанный по методу Томсона-Хаскелла, формируется за счет наложения множества волн, многократно отраженных на всех границах пачки, эти волны взаимно компенсируются так, что остаются только две указанные волны, форма которых совпадает с формой сигнала в первом приближении.



Р и с. 3. Форма волн, отраженных от переходного слоя при вертикальном падении, рассчитанная по лучевому методу (1) и по методу Томсона-Хаскелла при аппроксимации 10 (2), 20 (3) и 40 слоями (4); а -  $L/H=1$ ; б -  $L/H=2$



Р и с. 4. Форма волн, отраженных от переходного слоя при наклонном падении: при  $\theta_0 = 13^\circ$  (а);  $\theta_0 = 23^\circ$  (б);  $\theta_0 = 33^\circ$  (в): сплошная линия - лучевой метод, пунктир - метод Томсона-Хаскелла при аппроксимации 20 слоями



Р и с . 4 (окончание)

При этом видно, что компенсация улучшается с увеличением числа слоев.

При увеличении отношения  $L/H$  (рис.3,б) ухудшается согласие между сигналами, рассчитанными по методу Томсона-Хаскелла при аппроксимации разным числом слоев, но в пределе, при увеличении числа слоев сейсмограмма приближается к той, которая рассчитана лучевым методом.

Увеличение угла падения волны приводит к расхождению результатов, полученных двумя методами. На рис.4,а-в представлены результаты расчета отраженной Р-волны при  $L/H=1$  (ср.рис.3,а) при разных углах падения. Из формул (4) видно, что увеличение угла падения приводит к увеличению коэффициентов отражения-прохождения в первом приближении из-за наличия  $\cos\theta$  в знаменателе, так что при больших углах лучевой ряд может стать расходящимся даже при не слишком больших градиентах скорости в слое. Увеличение числа слоев (до 40) в рамках возможностей программы, реализующей метод Томсона-Хаскелла, не привело к улучшению совпадения результатов. Видимо, здесь начинают сказываться принципиальные различия в подходах.

Приведенные результаты показывают, что в случае, когда рассчитанные по лучевому методу коэффициенты отражения-прохождения в первом приближении не слишком велики, что имеет место при не очень больших градиентах скорости и углах падения, отличных от  $\pi/2$ , этот метод дает точность, сопоставимую с точностью метода Томсона-Хаскелла при аппроксимации переходного градиентного слоя большим числом однородных слоев. Преимущество же лучевого метода в его экономичности. Чтобы достичь одних и тех же результатов, например, для случая, изображенного на рис. 3, а, метод Томсона-Хаскелла требует приблизительно в 2000 раз больше машинного времени, чем лучевой.

В заключение авторы выражают глубокую признательность Г.Л.Косареву, Т.Л.Кронрод, А.Л.Левшину и Л.И.Ратниковой за помощь в работе и предоставление программы, реализующей метод Томсона-Хаскелла.

#### Литература

1. Цепелев Н.В. Об отражении упругих волн в неоднородной среде // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1959. №1. С.11-17.
2. Чекин Б.С. Отражение и преломление сейсмических волн на слабой границе раздела // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1959. №1. С.18-26.
3. Киселев А.П., Рослов Ю.В. Использование примесных компонент при численном моделировании аномалий поляризации объемных упругих волн // Геология и геофизика. 1991. №4. С.16-23.
4. Кучер В.И. Алгоритм вычисления составляющих первого приближения лучевого метода в случае изотропных кусочно-однородных сред // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л.: 1989. Вып.29. С.8-21.
5. Алексеев А.С., Бабич В.М., Гельчинский Б.Я. Лучевой метод вычисления интенсивности волновых фронтов // Вопросы динамической теории распространения сейсмических волн. Л.: 1965. Вып.5. С.3-24.
6. Ратникова Л.И. Методы расчета сейсмических волн в тонкослоистых средах. М.: Наука, 1973. 124 с.