

8. Global Hypocenter Data Base CD-ROM, 1989. NEIC-USGS and continuation.
9. Kelleher J., Sykes L., Oliver J. Possible criteria for predicting earthquake locations and their application to major plate boundaries of the Pacific and Caribbean // J. Geophys. Res. 1973. N 78. P. 2547–2585.
10. Healy J.H., Kossobokov V.G., Dewey J.W. A test to evaluate the earthquake prediction algorithm, M8 // U.S. Geological Survey Open-File Report. 92–401, 1992. 121 p.
11. Keilis-Borok V.I., Kossobokov V.G. Premonitory activation of earthquake flow: algorithm M8 // Phys. Earth and Planet. Inter. 1990. Vol. 61, N 1–2. P. 73–83.
12. Keilis-Borok V.I., Rotwain I.M. Diagnosis of time of increased probability of strong earthquakes in different regions of the world: algorithm CN // Phys. Earth and Planet. Inter. 1990. Vol. 61, N 1–2. P. 57–72.
13. Кейлис-Борок В.И., Кузнецов И.В., Пацца Д., Ротвайн И.М. Диагностики периодов повышенной вероятности сильных землетрясений в Центральной Италии // Теория и алгоритмы интерпретации геофизических данных. М.: Наука, 1989. С. 24—28. (Вычисл. сейсмология, вып. 22).
14. De Bekker M., Dmitrieva O., Keilis-Borok V. et al. Premonitory seismicity patterns in a platform region (Ardenne–Rehinish and Brabant massifs, lower Rhine graben) // Phys. Earth and Planet. Inter. 1989. Vol. 57, N 3–4. P. 260–265.
15. Arieh E., Rotwain I., Steinberg J. et al. Diagnosis of time of increased probability of strong earthquakes in Jordan–Dead Sea rift zone // Tectonophysics. 1992. Vol. 202. P. 351–359.
16. Bulletins seismiques 1979–1991 – Observatoires volcanologiques. Paris: France.
17. Girardin N., Fevillard M., Viode J.P. Réseau regional seismique de l'arc de Petites Antilles. Seismicité superficielle (1981–1988) // Bull. Geol. Soc. France. N 162. P. 1003–1015.

УДК 550.341

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ЭПИЦЕНТРОВ: "МУЛЬТИФРАКТАЛЬНЫЙ" ПОДХОД

Е.М. Блантер, М.Г. Шнирман

A SPATIO-TEMPORAL CLUSTERING OF EPICENTERS: THE "MULTIFRACTAL" APPROACH

E.M. Blanter and M.G. Shnirman

We suggest a multifractal approach to describe seismicity and study self-similarity properties of clustering in space and time. We construct models (synthetic catalogs), two fractal and two multifractal, and compare them with four real subcatalogs from southern California. The parameters of the models are found by fitting generalized dimensions. Relations are shown between the models and real catalogs.

Настоящая работа продолжает начатое в [1] изучение кластеризационных свойств как модельных, так и реальных точечных полей при помощи современной мультифрактальной технологии. В последние годы широкое распространение получила идея о самоподобии сейсмического процесса. Однако, как правило, пространственное распределение эпицентров и распределение событий во времени исследуются по отдельности. Между тем, если рассматривать сейсмический процесс в пространстве—времени, то очевидна корреляция между событиями, связанными, например, с возникновением после землетрясения серии афтершоков. В рамках только пространственной или только временной модели сейсмичности эту корреляцию учесть невозможно. Поэтому мы исследуем кластеризационные свойства поля эпицентров в пространстве—времени. Пространственно-временная кластеризация использовалась также Дэвисом и Фрелихом [2] для выделения афтершоков. Они проводили кластеризацию событий, вводя ST-метрику $D = \sqrt{d^2 + c^2 t^2}$, где d – расстояние между гипоцентрами землетрясений, t – длина интервала времени между ними, измеряемая в сутках, а c – оцениваемая константа, которая получилась равной 1 км/сут. Объединение двух событий в кластер определялось неравенством $D < D_{\text{best}}$ (характерные значения $D_{\text{best}} \approx 70$ км). Мы решили не вводить ST-метрики, а кластеризацию определять

системой неравенств $d \leq R$ и $t \leq R \cdot V$, (здесь d – расстояние между эпицентрами землетрясений, t – длина интервала времени между ними). Определенная таким образом пространственно-временная кластеризация является естественным обобщением описанных в [1] пространственной и временной кластеризаций. Разбиение на пространственные кластеры с радиусом R можно интерпретировать как пространственно-временную кластеризацию с радиусом R и бесконечной обратной скоростью V , а одномерная кластеризация по времени с радиусом T может рассматриваться как предел пространственно-временной кластеризации при $R \rightarrow \infty$ и $RV \rightarrow T$. Поэтому при таком подходе можно будет сравнить полученные ниже результаты с результатами кластеризации по пространству и по времени [1].

Значения радиуса кластеризации меняются от 7 до 50 км, а значения параметра обратной скорости V – от 1 ч/км до 3 сут/км. При столь малых значениях R (7 км) очень существенно, чтобы координаты событий определялись достаточно точно. Поэтому мы не рассматривали глубины землетрясений, точность определения которых невелика, и для исследований использовали каталог Южной Калифорнии за 1980–1985 гг., в котором ошибка в определении координат эпицентров составляет ± 2 км.

В первой части работы описывается "стандартная" мультифракционная технология. Во второй части определяется правило кластеризации и предлагается способ описания кластеризационных свойств по аналогии с мультифрактальным подходом. В третьей части предлагаются две фрактальные и две мультифрактальные модели, сравнение которых с реальным каталогом позволяет лучше понять особенности последнего.

1. ФУНКЦИЯ $D(q)$

Когда мы имеем дело со сложными неоднородными множествами в R^n (например, с областью очагов землетрясений), требуется характеристика, при помощи которой такие объекты можно было бы сравнивать между собой. Такой характеристикой может служить фрактальная размерность исследуемого множества [3]. Однако, очень разные по своей структуре множества могут иметь, тем не менее, одинаковую фрактальную размерность. Поэтому представляется более правильным использовать для описания сейсмического процесса семейство обобщенных размерностей $D(q)$ [4].

Рассматриваемая область $D \subseteq \mathbb{R}^n$ делится на непересекающиеся кубики со стороной r . Путем перенормировки объем D делается равным единице. Пусть имеется вероятностная мера μ , которая на i -й ячейке принимает значение $p_i(r)$ (например, если рассматривается область очагов землетрясений, то $p_i(r)$ – вероятность попадания эпицентра в i -я ячейку). Тогда обобщенная q -энтропия Реньи составит следующим образом:

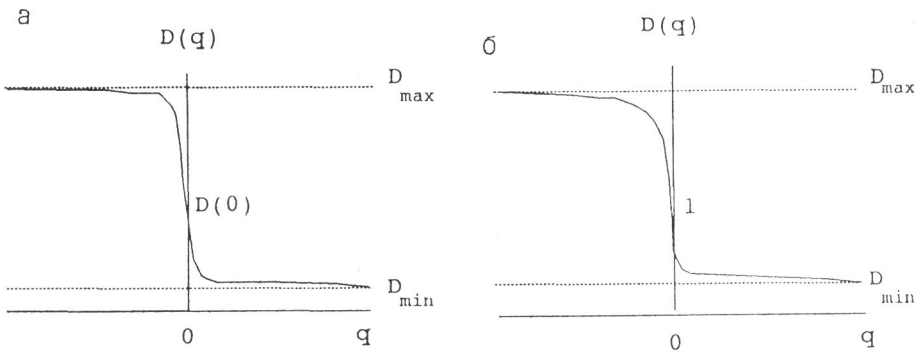
$$\ln I_q(r) = \begin{cases} \frac{\ln \sum p_i^q(r)}{1 - q}, & q \neq 1, \\ -\sum p_i(r) \ln(p_i(r)), & q = 1, \end{cases} \quad (1)$$

причем суммирование ведется по всем ячейкам с ненулевой вероятностью. Обобщенная размерность $D(q)$ меры μ определяется равенством:

$$D(q) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln I_q(r)}{\ln(1/r)}. \quad (2)$$

Для равномерно распределенной меры в евклидовом пространстве \mathbb{R}^n определенная таким образом функция $D(q)$ тождественно равна размерности пространства [5]:

$$D(q) = n. \quad (3)$$



Р и с. 1. Общий вид функции $D(q)$ при "стандартном" (а) и авторском (б) способе кластеризации

Если же построить функцию $D(q)$ для поля эпицентров, определяя $p_i(r) = N_i(r) / N$ (где N – общее число землетрясений, а $N_i(r)$ – число эпицентров находящихся в i -й ячейке), то она будет существенно отличаться от константы [4]. Общий вид функции $D(q)$ показан на рис. 1, а.

В своей работе [1] мы предложили использовать функцию $D(q)$ для характеристики сейсмичности, но вместо дробления исследуемой области на ячейки проводить кластеризацию другим способом. Здесь мы обобщаем этот способ кластеризации на пространственно-временной случай.

2. ПРАВИЛО КЛАСТЕРИЗАЦИИ

Каждое рассматриваемое событие – это точка с двумя пространственными и одной временной координатами. Близость двух точек по пространству означает, что они находятся на расстоянии, не большем R . Близость двух точек по времени означает, что $|t_1 - t_2| \leq RV$, где $t_i (i = 1, 2)$ – временная координата i -точки. Точка x принадлежит кластеру K , если существует точка y , принадлежащая кластеру K и близкая к x по пространству и по времени. R называется радиусом кластеризации, а V – обратной скоростью. Для каждой пары (R, V) можно построить единственное разбиение данного множества на непересекающиеся кластеры. Число точек, принадлежащих кластеру, называется его размером.

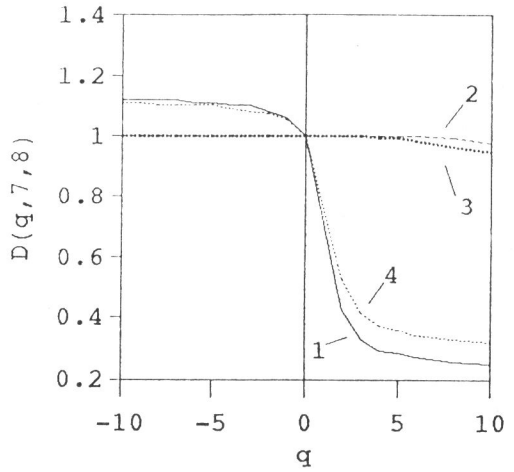
Для характеристики распределения эпицентров по кластерам использовалась функция $D(q)$, построенная по аналогии с функцией $D(q)$ в [4]:

$$D(q) = \begin{cases} \frac{\ln \sum p_i^q}{(1-q) \ln(N_{cl})}, & q \neq 1, \\ -\frac{\sum p_i \ln(p_i)}{\ln(N_{cl})}, & q = 1, \end{cases} \quad (4)$$

где $p_i = N_i / N$ (N_i – число точек в i -м кластере, N – общее число точек); N_{cl} – число образовавшихся кластеров.

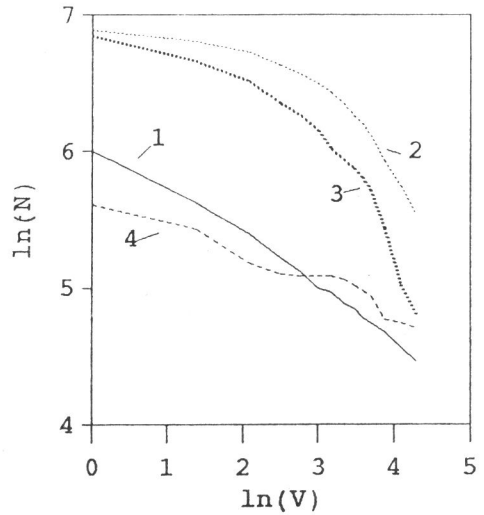
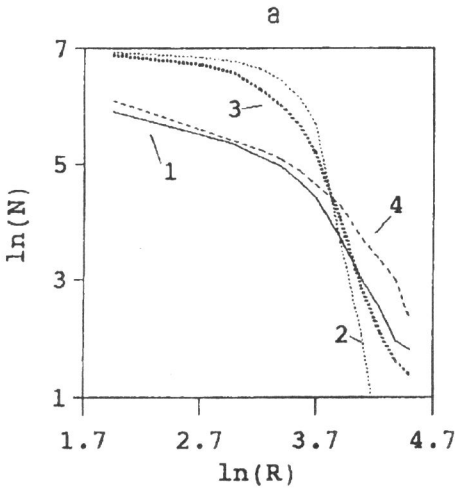
Поскольку $N_i(r)$ – числа точек в кластерах иной природы, чем в [4], эту работу нельзя причислить к работам по мультифракталам в традиционном смысле. Так как $D(q)$ определяется разбиением точек на кластеры, следует учесть неявную зависимость функции D от радиуса R и обратной скорости кластеризации V и, таким образом, $D = D(q, R, V)$. Для фиксированных R и V функция $D(q)$ – монотонно убывающая функция. Предел при $q \rightarrow +\infty$ функции $D(q)$ равен D_{\max} , а при

Р и с. 2. График функции $D(q)$ ($R = 7$ км и $V = 8$ ч/км) для третьего подкаталога (1) и моделей: равномерной (2), кладбища Серпинского (3) и мультифрактальной (4)



Р и с. 3. Зависимость числа кластеров от радиуса кластеризации при $V = 24$ ч/км (а) и от обратной скорости при $R = 30$ км (б)

1 – для третьего подкаталога; 2 – для равномерной модели; 3 – для кладбища Серпинского; 4 – для мультифрактальной модели



$q \rightarrow -\infty D(q)$ стремится к D_{\min} (рис. 1, б). Как видно из рис. 1, общий вид функции $D(q)$ при новом способе определения почти не изменился. На маленьких радиусах кластеризации R функция $D(q)$, соответствующая равномерному распределению, по-прежнему равна константе (рис. 2), но эта константа не совпадает с евклидовой размерностью пространства, так как из (4) следует, что $D(q) \neq 1$.

Значение D_{\max} определяется количеством кластеров минимального размера и растет с увеличением их числа. Значение D_{\min} определяется размером максимального кластера и уменьшается с его ростом. Значение $D(1)$ соответствует стандартной энтропии и определяется кластерами среднего размера. Таким образом, три величины D_{\min} , D_{\max} и $D(1)$ в значительной мере определяют всю кластеризацию.

Функция $D(q)$ в качестве нормировочного множителя включает величину N_{cl} (число образовавшихся кластеров), которую также можно рассматривать отдельно, как функцию R и V . Функция $N_{cl}(R, V)$ монотонно убывает по обоим переменным и угол наклона функции в двойном логарифмическом масштабе тем больше, чем ближе кластеризация к полной (образование одного кластера, содержащего все точки) (рис. 3, а, б).

Интервал рассматриваемых радиусов и скоростей определяется кластеризацией реального каталога – при больших V пространственно-временная кластеризация сводится к пространственной, которая уже рассматривалась ранее [1], а при малых V точки еще не успевают объединиться в кластеры и основную массу кластеров составляют единичные. Нижняя граница радиусов кластеризации связана с возможной ошибкой определения координат эпицентров. На слишком больших радиусах кластеризация приближается к полной.

3. РЕАЛЬНЫЕ И МОДЕЛЬНЫЕ КАТАЛОГИ

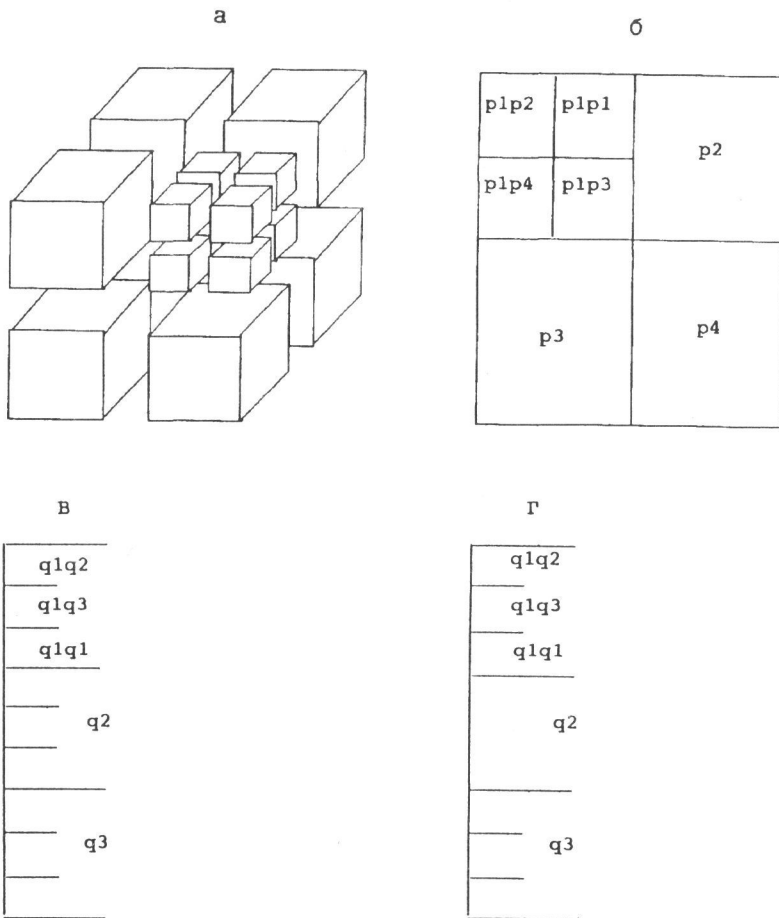
Мы исследовали пространственно-временную кластеризацию на материале Южной Калифорнии. В качестве реального каталога рассматривались подкаталоги, содержащие 1000 последовательных событий из каталога за 1980–1985 гг. с $M \geq 2.5$. Исследовались три таких подкаталога: первый – за период с 01.01.1980 по 03.06.1980, второй – с 15.11.1983 по 23.11.1984, третий – с 23.11.1984 по 04.08.1985. Первый подкаталог выбран случайно и содержит два последовательных сильных толчка (с магнитудами $M = 6.4$ и $M = 6.5$). Второй подкаталог содержит 1000 событий перед сильным ($M = 6.2$) землетрясением, в этом подкаталоге $M \leq 4.8$. Третий подкаталог содержит следующую за вторым 1000 событий, т.е. толчок с $M = 6.2$ и 999 событий после него. Кроме того, каталог с начала 1980 года очищался от афтершоков и в полученном подкаталоге брались 1000 последовательных событий. Выбранным четырем подкаталогам отвечают периоды времени длиной в 6, 12, 9 и 18 месяцев соответственно. Для каждого из этих подкаталогов созданы искусственные каталоги на основе четырех моделей: равномерной, трехмерного кладбища Серпинского и двух мультифрактальных. При этом для реальных подкаталогов и соответствующих им моделей сравнивалось поведение сечений функции $D(q, R, V)$, а именно

$D(q, R, V)|_{R=\text{const}}$ и $D(q, R, V)|_{V=\text{const}}$ при $q = 1$ и $q = \pm 10$ (в этих точках практически достигаются предельные значения D_{\min} и D_{\max}) и аналогично сечений $N(R, V)|_{R=\text{const}}$ и $N(R, V)|_{V=\text{const}}$.

Равномерная модель. N точек равномерно распределяются в объеме $V = S \times T$, где S – область пространства, T – временной интервал. Величины S , T и N определяются соответствующими параметрами реального каталога.

Кладбище Серпинского. Каждая сторона прямоугольного параллелепипеда с основанием S и высотой T делится на пять частей. Параллельно каждой грани вырезается средний слой шириной, составляющей $1/5$ от величины соответствующего ребра. На первом шаге получается восемь прямоугольных параллелепипедов, подобных исходному, с коэффициентом подобия $2/5$ и примыкающих к вершинам исходного параллелепипеда. На следующем шаге с каждым из них производится аналогичная операция (рис. 4, а). На полученном в результате n шагов самоподобном несвязном множестве равномерно распределяются N точек. В нашем случае мы ограничились шестью итерациями.

"Стандартный" мультифрактал. Известны примеры распределений [5,6], для которых график функции $D(q)$ такой же, как и на рис. 1, а. Такие распределения можно называть мультифрактальными. В [1] мы показали, что пространственное

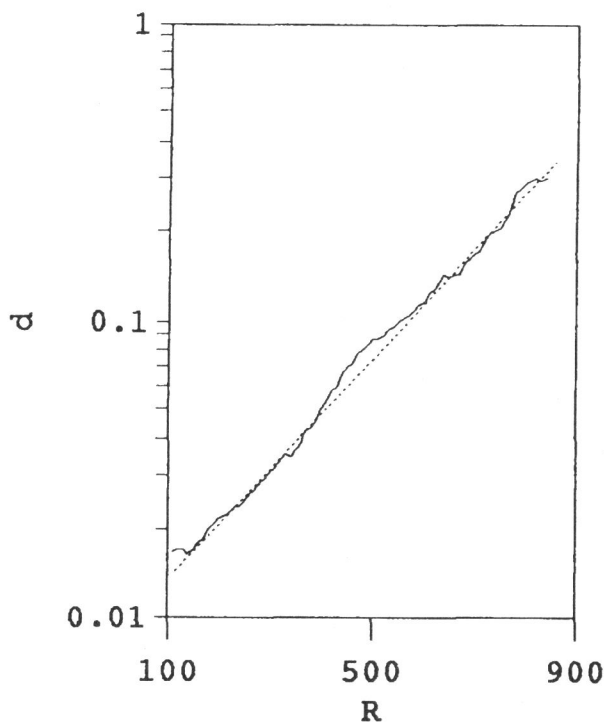


Р и с. 4. Модели распределения эпицентров землетрясений

a – трехмерное кладбище Серпинского; *б* – пространственные и *в* – временная координаты "стандартного" мультифрактала; *г* – временная координата мультифрактала, равномеризованного по времени

распределение эпицентров хорошо моделируется двумерным мультифракталом. Ниже будет описана пространственно-временная мультифрактальная модель.

Пространственные и временная координаты N точек распределены независимо: пространственные – в прямоугольнике S , а временная на отрезке T . В основу построения положена иерархическая процедура. На первом шаге прямоугольник S делится на четыре одинаковых прямоугольника (рис. 4, б). Полученные прямоугольники нумеруются цифрами 1, 2, 3, 4 в случайном порядке. Прямоугольнику с номером j ставится в соответствие вероятность p_j : $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$. На следующем шаге каждый прямоугольник также делится на четыре части, которые случайным образом нумеруются цифрами от 1 до 4; k -му прямоугольнику 2-го уровня, входящему в j -й прямоугольник 1-го уровня соответствует вероятность $p_j p_k$, и т.д. На $(n + 1)$ -ом шаге k -му прямоугольнику приписывается вероятность $p_i \dots p_n p_k$, где $p_i \dots p_n$ – вероятность, соответствующая объемлющему прямоугольнику n -го уровня. После t итераций в прямоугольнике S распределяются пространственные координаты N точек,



Р и с. 5. Зависимость дисперсии значений $D(-10)$ от радиуса кластеризации для одномерного мультифрактала. Видно, что логарифм дисперсии зависит линейно от радиуса кластеризации. Пунктиром обозначена аппроксимирующая прямая

причем в каждый прямоугольник k -го уровня точка попадает с соответствующей этому прямоугольнику вероятностью.

Временные координаты распределяются аналогично. Отрезок T делится на три части, которые случайным образом нумеруются цифрами 1, 2, 3 (рис. 4, в); k -му отрезку ставится в соответствие вероятность q_k : $q_1 + q_2 + q_3 = 1$. Каждый отрезок снова делится на три части и т.д. На $(n + 1)$ -ом шаге j -му отрезку приписывается вероятность $q_{i_1} \dots q_{i_n} q_j$, где $q_{i_1} \dots q_{i_n}$ – вероятность, соответствующая объемлющему отрезку n -го шага. Временные координаты N точек распределяются на отрезке T в соответствии с полученным распределением вероятностей.

Мультифрактал с равномеризацией по времени. Пространственные координаты распределены так же, как и в стандартном мультифрактале. Временная часть модели строится аналогично, но на каждом следующем шаге делятся только два из полученных на предыдущем шаге трех отрезков (рис. 4, з). Если на k -ом шаге получены три отрезка с вероятностями q_1q , q_2q , и q_3q , то на следующем шаге выбор отрезка, который больше не будет делиться, происходит с вероятностями

$\frac{1/q_i}{1/q_1 + 1/q_2 + 1/q_3}$ ($i = 1, 2, 3$). То есть, чем большая вероятность соответствует

отрезку, тем больше у него вероятность разделится на следующем шаге. После n итераций временные координаты N точек моделируются в соответствии с полученным распределением вероятностей.

Подкаталог	Период времени	Параметры					
		$p_1 = p_2$	p_3	p_4	q_1	q_2	q_3
1	01.01.80–03.06.80	0.07	0.02	0.84	0.94	0.055	0.005
2	15.11.83–23.11.84	0.06	0.31	0.57	0.79	0.20	0.01
3	23.11.84–04.08.85	0.10	0.08	0.72	0.92	0.05	0,03
4	01.01.80–30.04.81	0.07	0.18	0.68	0.765	0.215	0.02

(каталог основных толчков)

При построении мультифрактальных моделей мы ограничились шестью итерациями по пространству и восемью итерациями по времени.

Определение параметров мультифрактальных моделей. Мультифрактальная модель содержит пять независимых параметров: вероятности p_i ($i = 1, 2, 3$) и q_j ($j = 1, 2$). Чтобы сократить их число, мы полагаем $p_1 = p_2$. Значения параметров подбираются так, чтобы выполнялись условия

$$|D_r(q, R, V) - D_m(q, R, V)| \leq 2\sigma_m(q, R, V) \text{ для } q = \pm 10, R = R_0, V = \infty, \quad (5)$$

$$|D_r(q, R, V) - D_m(q, R, V)| \leq 2\sigma_m(q, R, V) \text{ для } q = \pm 10, R = R_0, V = V_0, \quad (6)$$

где $D_r(q, R, V)$ – функция $D(q, R, V)$, соответствующая реальному распределению эпицентров; $D_m(q, R, V)$ – функция $D(q, R, V)$, соответствующая мультифрактальной модели с параметрами p_i и q_j ; $\sigma_m(q, R, V)$ – дисперсия значений функции $D_m(q, R, V)$, соответствующих разным реализациям мультифрактальной модели с этими параметрами. Из (5) определяются вероятности p_i , из (6) – вероятности q_j . Конечно, величины p_i и q_j определяются неоднозначно, однако возможные колебания этих параметров незначительны и не меняют общего вида мультифрактальной меры.

Как видно из рис. 5, для одномерной мультифрактальной модели дисперсия $\sigma_m(q, t)|_{q=-10}$ экспоненциально растет с ростом радиуса кластеризации t . Аналогичная зависимость дисперсии от радиуса кластеризации наблюдается и в пространственно-временном случае. Поэтому подгонку параметров мультифрактальных моделей следует проводить при минимальном радиусе кластеризации R_0 . Мы полагали $R_0 = 7$ км и $V_0 = 8$ ч/км.

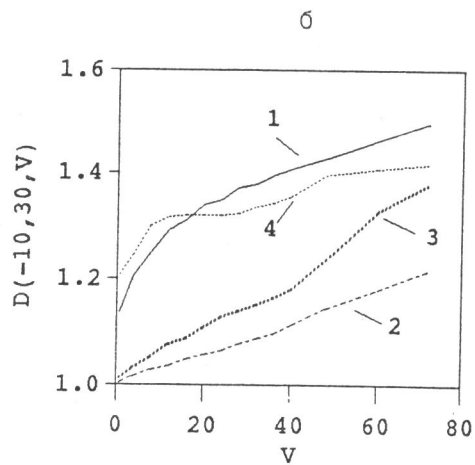
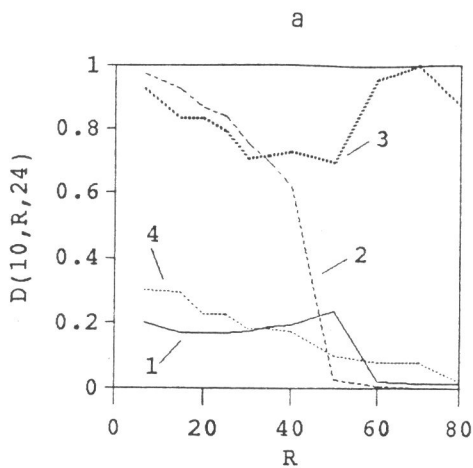
Полученные значения параметров мультифрактальных моделей приведены в табл. 1.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

1. Подгонка параметров мультифрактала предполагает близость реальной и мультифрактальной кривых только в точках $D(\pm 10, R_0, \infty)$ и $D(\pm 10, R_0, V_0)$. Между тем, для целого интервала значений обратной скорости V графики функций

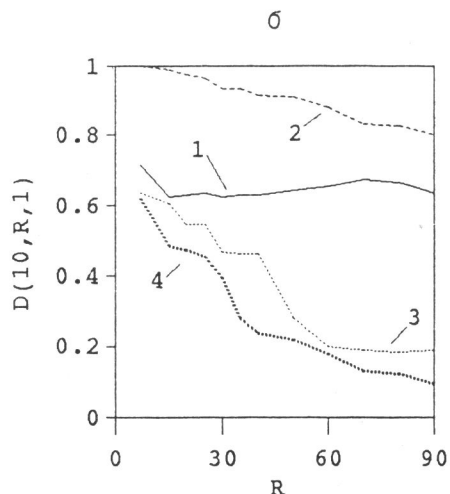
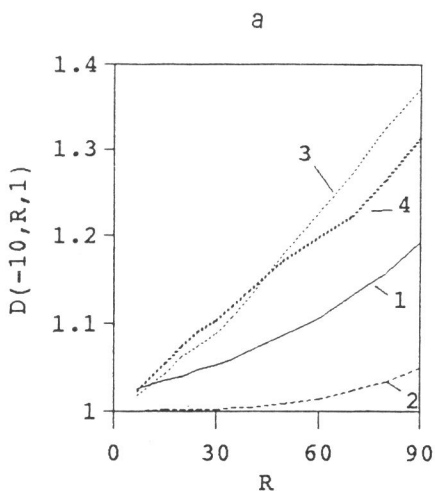
$D_r(\pm 10, R, V)|_{V=\text{const}}$ и $D_m(\pm 10, R, V)|_{V=\text{const}}$ демонстрируют сходное поведение. Сравне-

ние $D_r(\pm 10, R, V)|_{V=\text{const}}$ с соответствующими функциями для равномерной модели и кладбища Серпинского показывает, что реальное распределение сейсмичности в пространстве-времени имеет не фрактальную, а мультифрактальную природу (рис. 6,а).



Р и с. 6. Зависимость функции $D(q)$ от радиуса кластеризации при $q = 10$ и $V = 24$ ч/км (а) и от обратной скорости при $q = -10$ и $R = 30$ км (б)

1 – для третьего подкаталога; 2 – для равномерной модели; 3 – для кладбища Серпинского; 4 – для мультифрактальной модели



Р и с. 7. Зависимость $D(-10)$ (а) и $D(10)$ (б) от радиуса кластеризации при $V = 1$ ч/км

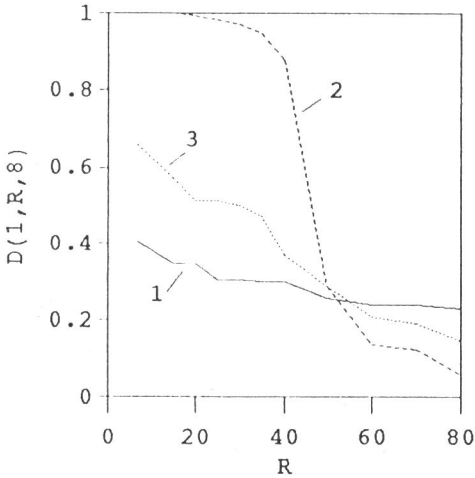
1 – для второго подкаталога; 2 – для равномерной модели; 3 – для "стандартного" мультифрактала; 4 – для мультифрактала, равномеризованного по времени

2. Из рис. 6, б видно поведение функции $D(\pm 10, R, V)$ для $R = 30$ км для реального каталога и нескольких модельных. Видно, что на всем интервале значений V реальная и мультифрактальная кривые достаточно близки. Некоторое расхождение их графиков при больших V соответствует росту дисперсии мультифрактала (см. рис. 5), и поэтому не является существенным. Выделенного значения обратной скорости, для которого на всех радиусах кластеризации мультифрактал наилучшим образом приближал бы реальность, не оказалось. Результаты примерно одинаковы для любых V из интервалов от 8ч/км до 2 сут/км.

Однако для меньших V получилось сильное расхождение реальной и мультифрактальной кривых (рис. 7). В мультифрактальной модели пространство и время независимы, а в реальности существует пространственно-временная корреляция, свя-

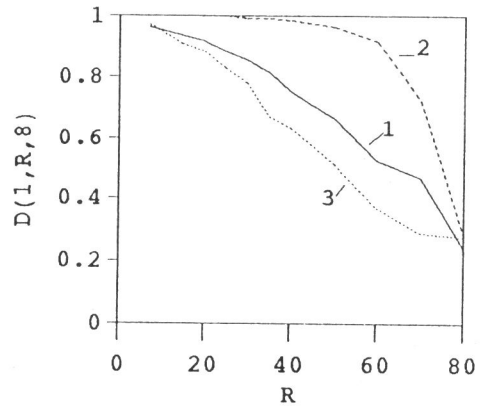
а

1980



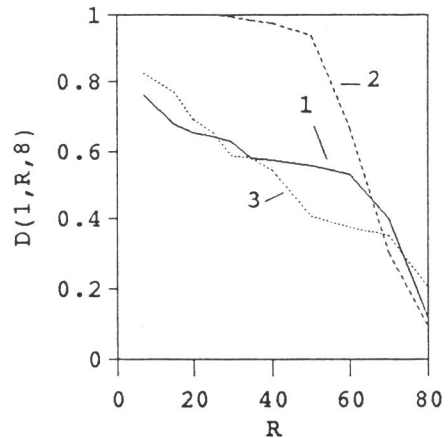
б

1983-1984



в

1984-1985



Р и с. 8. Зависимость $D(1)$ от радиуса кластеризации при $V = 8$ ч/км для первого (а), второго (б) и третьего (в) подкаталогов

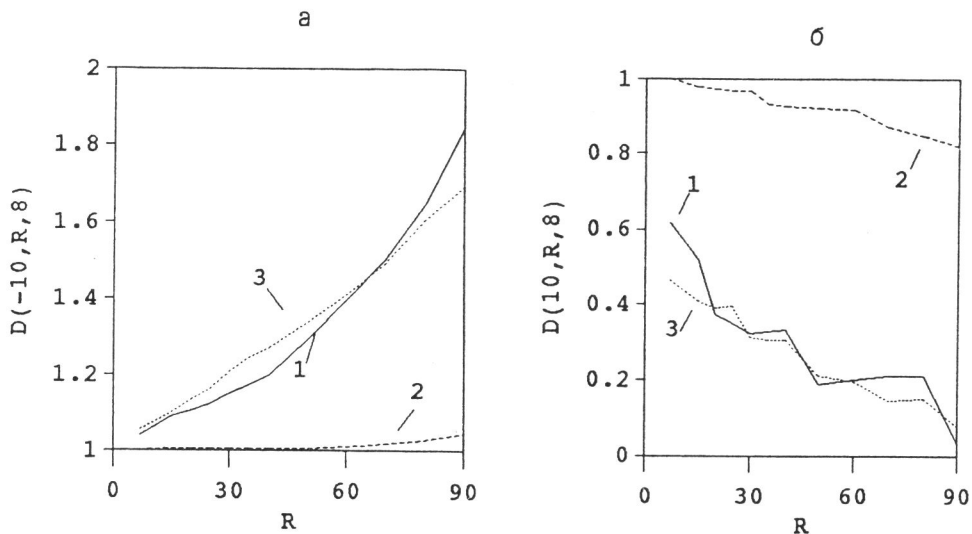
1 – для реального подкаталога; 2 – для равномерной модели; 3 – для мультифрактальной модели

занная, например, с афтершоками. Когда обратная скорость кластеризации V достаточно мала, это отличие становится существенным.

На рис. 7, а мультифрактальная модель с равномеризацией по времени ближе к реальности, чем "стандартный" мультифрактал. Но это улучшение незначительно и касается только единичных кластеров, т.е. $D(-10)$. Поведение графика $D_r(10, R, V)$ для $V = 1$ ч/км принципиально отличается от графиков, соответствующих равномерной и мультифрактальной моделям (рис. 7, б).

3. Двумерная и, особенно, одномерная мультифрактальные модели лучше приближали реальные подкаталоги, содержащие сильные толчки ($M \geq 6$) [1]. "Спокойные" периоды моделировались хуже. В пространственно-временном случае результаты уже не зависят от степени неоднородности подкаталога (рис. 8).

4. Из табл. 1 видно, что получены два типа распределения пространственных вероятностей. При одном из них имеется одна доминирующая вероятность, а



Р и с. 9. Зависимость $D(-10)$ (а) и $D(10)$ (б) от радиуса кластеризации при $V = 8$ ч/км
 1 – для каталога основных толчков; 2 – для равномерной модели; 3 – для мультифрактальной модели

остальные малы в сравнении с ней. Такое распределение вероятностей соответствует подкаталогам 1 и 3, включающим сильный толчок ($M \geq 6.2$) и серию его афтершоков. При другом типе распределения пространственных вероятностей две вероятности сравнимы по величине, а две другие малы в сравнении с ними. Такое распределение вероятностей не противоречит видимому расположению эпицентров землетрясений Южной Калифорнии, в котором доминируют линейные структуры.

5. Все модели продемонстрировали сильную неоднородность во времени.

6. Если для выделения афтершоков использовать пороги Кнопова [7], то получающийся каталог оказывается сильно антикоррелирован, так как уже для землетрясений с $M = 3.5$ выкидываются все события в достаточно большой пространственно-временной окрестности. Такая ситуация мультифракталом не моделируется. Поэтому мы взяли более либеральные пороги (табл. 2), которые для сильных землетрясений похожи на пороги Кнопова, а для слабых событий вычищают сравнительную небольшую пространственно-временную окрестность. При этом полученный каталог не становится антикоррелированным, но естественную корреляцию, связанную с афтершоками, удается уменьшить. Для такого каталога мультифрактальные модели хорошо приближают реальность (рис. 9). Таким образом, близость мультифрактальной модели к реальности не связана с афтершоками, а отражает более глобальные свойства сейсмического процесса.

Таким образом, можно считать, что моделирование реальной сейсмичности с помощью простейшей мультифрактальной модели с двумя временными и тремя пространственными параметрами подгонки дает вполне удовлетворительные резуль-

Таблица 2

Магнитуда	Радиус, км	Период времени, сут	Магнитуда	Радиус, км	Период времени, сут
≤ 3.9	4	2	6.0–6.1	12	120
4.0–4.4	4	7	6.2–6.3	15	157
4.5–4.9	4	15	6.4	16	180
5.0–5.4	4	30	6.5	18	206
5.5–5.9	7	60	6.6	20	237

таты, если говорить о распределении кластеров по числу точек. Этот успех инициирует ряд вопросов, например, о возможности характеризовать регионы в терминах функции $D(q)$; о прогностических свойствах вариаций этих функций: могут ли быть использованы для этих целей параметры аппроксимирующих мультифракталов; какие модели сейсмического процесса удовлетворяют ограничениям, налагаемым выявленными кластеризационными свойствами реальной сейсмичности. В отличие от Дэвиса и Фрелиха [2], мы не получили какого-либо выделенного значения обратной скорости V . Пространственно-временная кластеризация имеет смысл в целом интервале значений V . Возможно, что если рассматривать радиус кластеризации и обратную скорость зависящими от магнитуды событий, то эта неопределенность исчезнет. Но в рамках предложенных выше моделей ее устранить не удастся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Блантер Е.М., Шнирман М.Г. О "мультифрактальном" подходе к вопросу кластеризации эпицентров // Проблемы прогноза землетрясений и интерпретация сейсмологических данных. М.: Наука, 1992. С. 46–62. (Вычисл. сейсмология; Вып. 25).
2. Davis S.D., Frohlich C. Single-link cluster analysis, synthetic earthquake catalog and aftershock identification // Geophys. J. Inter. 1991. Vol. 104. P. 289–306.
3. Садовский М.А., Болховитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987. С. 1–100.
4. Гейликман М.Б., Голубева Т.В., Писаренко В.Ф. Мультифрактальная структура пространственного распределения сейсмичности // ДАН СССР. 1990. Т. 310, N 6. С. 1335–1338.
5. Федер Е. Фракталы. М.: Мир. 1991. 293 с.
6. Halsey T.C., Yensen M.H., Kadanoff L.P. et al. Fractal measures and their singularities: the characterization of strange sets // Phys. Rev. 1986. Vol. A33, N 2. P. 1141–1151.
7. Gardner J., Knopoff L. Is the sequence of earthquakes in S. California with aftershocks removed Poissonian? Yes // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1974. Vol. 64, N 5. P. 1363–1367.

УДК 550.31

МИГРАЦИЯ СЕЙСМИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ КАСПИЙСКОГО МОРЯ

А.Т. Исмаил-заде

MIGRATION OF SEISMIC ACTIVITY IN THE CASPIAN SEA

A.T. Ismail-zadeh

The migration of epicentral regions of great ($M \geq 6$) earthquakes in the western and central Caspian Sea is examined by analysis of catalogs of major earthquakes in the period 1930–1990. The analysis indicates the southeast direction of migration of the seismic activity in the region. The average migration velocity is found to be approximately 6 km per year. An attempt is made to predict earthquakes using models of tectonic stress waves due to migration of deformation in the crust and the upper mantle. These waves, appearing after events, can trigger new events in other regions. A mathematical model describing propagation of stress in the lithosphere is studied. Analytical and numerical methods indicate the variation of the migration velocity with the lithosphere thickness and effective asthenosphere viscosity. That velocity varies from 1 to 100 km per year for reasonable values of the parameters.

Изучение миграции сейсмической активности на большие расстояния представляет интерес как для понимания механизма взаимосвязи землетрясений, так и для их прогноза. Последовательность разрушительных событий вдоль Анатолийского разлома после 1939 г. является одним из наиболее убедительных случаев миграции землетрясений [1]. Пространственно-временная миграция сильных землетрясений