

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ СЕЙСМИЧЕСКОГО РЕЖИМА С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ОГАТЫ

А.А. Любушин (мл.), В.Ф. Писаренко

A STUDY OF SEISMICITY VARIATION USING A MODIFIED OGATA MODEL

A.A. Lyubushin (jr) and V.F. Pisarenko

The purpose of this paper is to analyze the time variation of seismicity with the help of a nonstationary self-exciting point process model. The model parameters are evaluated in a moving time window under the condition that each window contains the same number of events (thus the time length of the window varies). From each window a parameter vector is obtained, and so a "cloud" of parameter vectors for a seismic region to be considered. This "cloud" is analysed with a view to detecting anomalies and different "modes" of seismicity. The results of processing the seismic catalog of the western USA (1963–1990) for various subregions are presented.

Целью настоящей работы является анализ временной изменчивости сейсмического режима с помощью модели нестационарного точечного процесса, которая иногда называется *моделью распространения эпидемий, но чаще известна как модель с самовозбуждением* (self-exciting). Применительно к изучению точечного процесса последовательности землетрясений эта модель активно использовалась в работах Огаты его коллег, а также Кагана и Кнопов [1–5]. В используемой модели степень влияния каждого события на последующие (т.е. вклад данного события в "текущую" интенсивность процесса) убывает в соответствии с законом Омори–Утсу для уменьшения со временем интенсивности афтершоков, а энергия события учитывается путем введения множителя, экспоненциально растущего с ростом магнитуды. При этом анализ сейсмического каталога не включает в себя разделение событий на *главные* и *афтершоки* (что всегда носит оттенок волюнтаристской операции), а каждое событие рассматривается как *афтершок* всех ему предшествующих и как *главный толчок* для всех последующих.

Существует два подхода выделения временных аномалий процессов (не обязательно точечных, но, например, и для временных рядов).

Первый подход состоит в том, чтобы по имеющейся реализации процесса идентифицировать подходящую параметрическую модель, "пропустить" реализацию через модель и посмотреть на остаток. Если модель идентифицирована правильно, то остаток в течение большей части времени должен быть либо белым шумом (для временных рядов), либо пуассоновским процессом (для точечных процессов). Тогда аномалии исходного процесса определяются по тем временным интервалам, когда в остаточном процессе наблюдается значимое отклонение от белого шума (пуассоновского процесса). Именно такой подход рассматривался в [3, 4], где с помощью модели self-exciting было удачно формализовано понятие сейсмического затишья и показано, что с его помощью можно предсказывать сильные вторичные афтершоки (см. также [6]).

Второй подход заключается в том, чтобы идентифицировать модель не по всей имеющейся выборке, а по последовательным, перекрывающимся во времени интервалам. Тогда аномалии будут проявляться в значимом отклонении вектора параметров модели от "среднего вектора". Именно этот подход был апробирован в данной статье для исследования сейсмического режима. Таким образом, в нашем подходе переход от значений точечного процесса в текущем временном интервале к текущим значениям оценок параметров модели нужно рассматривать не как способ установить "истинные" значения этих параметров, а как инструмент для исследования изменчивости сейсмического режима.

КОЛИЧЕСТВЕННАЯ МОДЕЛЬ

Пусть имеется задаваемый сейсмическим каталогом точечный процесс, содержащий N событий с моментами времени $t_j, j = 1, \dots, N$, и энергетическими классами C_j . Пусть C_0 – минимальный энергетический класс событий, принятых к рассмотрению. Предположим, что условная интенсивность $\lambda(t)$ точечного процесса при заданной реализации до момента t представляется в следующем виде:

$$\lambda(t) = \mu + K_0 v(t), \quad v(t) = \sum_{t_j < t} e^{\beta(C_j - C_0)} / (t - t_j + \alpha)^p. \quad (1)$$

Здесь $\mu \geq 0$ – константа, характеризующая общий фон зарождения событий "на пустом месте" (фоновая интенсивность), полный вектор параметров: $\theta = (\mu, K_0, p, \alpha, \beta)$, $\alpha > 0$.

Логарифмическая функция условного правдоподобия (partial likelihood) для модели (1) [1–7] записывается в виде

$$\Phi(\theta) = \ln(L(\theta)) = \sum_{j=1}^N \ln(\lambda_{\theta}(t_j)) - \int_0^T \lambda_{\theta}(s) ds, \quad (2)$$

где $[0, T]$ – интервал наблюдения процесса. Продифференцировав функцию (2) по μ и K_0 и приравняв производные нулю, после элементарных преобразований получим два уравнения

$$\int_0^T \lambda_{\theta}(s) ds = N, \quad \sum_j \frac{1}{\lambda_{\theta}(t_j)} = T, \quad (3)$$

заметим, что первое из них есть не что иное, как условие нормировки интенсивности $\lambda(t)$ на единичную среднюю интенсивность. Пусть

$$\theta^* = \arg \max_{\theta} \ln(L(\theta)), \quad \lambda^*(t) = \lambda_{\theta^*}(t). \quad (4)$$

Если перейти от моментов времени t_j к моментам τ_j по формуле

$$\tau(t) = \int_0^t \lambda^*(s) ds, \quad (5)$$

то, при условии, что класс моделей (1) выбран правильно для данных $[t_j, C_j]$, последовательность событий $[\tau_j]$ (остаточный процесс) будет представлять собой пуассоновский процесс с единичной интенсивностью [3]. Тогда для выделения аномалий надо проследить – на какие временные интервалы выпадает значимое отклонение от стандартного пуассоновского процесса согласно какому-нибудь выбранному критерию. Именно эта идея лежит в основе формализации понятия сейсмического затишья, предложенного в [3, 4].

Опишем теперь процедуру оценивания изменчивости вектора параметров модели (1), которая использовалась в данной работе. Пусть M – длина событийного окна, т.е. число последовательных событий $\{t_j, C_j\}$, попавших в обработку (это число не меняется во время процедуры оценивания). Очевидно, что временное окно, соответствующее данному событийному окну длиной M событий, может значительно варьироваться. Обозначим через ΔM число событий, на которое будет смещаться последующее событийное окно по отношению к предыдущему. Пусть m – индекс, нумерующий последовательные окна, $m = 1, 2, \dots$. Тогда в m -ое окно попадут события t_j , имеющие индексы

$$j = j_1^m, \dots, j_2^m, \quad j_1^m = (m-1)\Delta M + 1, \quad j_2^m = j_1^m + M. \quad (6)$$

Обозначим через θ^m вектор параметров, который получился в результате максимизации функции вида (2), но где вместо всей выборки из N событий берется лишь часть, попавшая в m -ое окно обработки. Соответственно интервал интегрирования в (2) вместо $[0, T]$ станет $[t_{j_1^m}, t_{j_2^m}]$.

Имея последовательность векторов $\{\theta^m, m = 1, 2, \dots\}$, можно попытаться выделить аномалии сейсмического режима (в том числе, возможно, и прогностические). Таким образом, вектор θ^m максимизирует условное правдоподобие (2) в событийном окне, длина которого случайна. Строго говоря, θ^m нельзя считать оценкой максимального правдоподобия для параметра θ . Однако с увеличением длины событийного окна M векторы θ^m будут все меньше и меньше отличаться от оценок максимального правдоподобия. Поэтому, задавая различные значения M , можно попытаться использовать последовательность векторов θ^m для выделения аномалий сейсмического режима. Оценить теоретически, какова должна быть величина M для обеспечения достаточной стабильности оценок θ^m , довольно сложно. Поэтому мы будем судить об этой стабильности и о степени практической полезности оценок θ^m непосредственно по тому, насколько далеко тот или иной вектор θ (или определенные его компоненты) выделяются из облака векторов параметров, размеры которого определяются статистическими флуктуациями последовательных оценок, а центр – устойчивым глобальным средним значением.

РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ В ОКНЕ

Обозначим через $\Phi^m(\theta)$ функцию (2), записанную для m -го окна, $\theta^m = \operatorname{argmax} \Phi^m(\theta)$. Для нахождения θ^m применялась следующая процедура. Пусть $\varphi = (\mu, \alpha, \beta)$. Первые два параметра вектора θ , (μ, K_0) , для заданного вектора φ определялись из условий (3). В силу (1) для m -го окна условия (3) могут быть записаны в виде

$$\mu(t_2^m - t_1^m) + K_0 \int_{t_1^m}^{t_2^m} v_\varphi(s) ds = (M - 1), \quad t_1^m = t_{j_1^m}, \quad t_2^m = t_{j_2^m}, \quad (7)$$

$$\sum_j \frac{1}{\mu + K_0 v_\varphi(t_j)} = (t_2^m - t_1^m), \quad j = j_1^m + 1, \dots, j_2^m. \quad (8)$$

Здесь функция $v(t)$ снабжена индексом "ф", поскольку она зависит только от вектора параметров φ . В правой части уравнения (7) стоит $(M - 1)$ вместо M , а в (8) индекс суммирования j начинается с $j_1^m + 1$, а не с j_1^m , в силу того, что для m -го окна начало

интервала наблюдений определяется как момент времени первого события j_1^m , т.е. в качестве начального момента времени выбирается первое событие в каталоге, которое не входит в событийное окно. Поэтому в функции правдоподобия (2) для m -го интервала сумму следует брать в полуоткрытом интервале $(t_1^m, t_2^m]$, т.е. со второго

события (см. [7], с. 38, 57). Нетрудно заметить, что системы (7), (8) можно свести к одному уравнению относительно либо параметра μ , либо параметра K_0 . После определения (μ, K_0) Φ^m становится функцией только от трехмерного вектора φ : $\Phi^m(\varphi)$. При этом на вторую компоненту вектора φ – параметр α – должно быть наложено ограничение $\alpha > 0$, которое из соображений численной устойчивости поиска максимума функции $\Phi^m(\varphi)$ целесообразно заменить на

$$\alpha \geq \delta > 0, \quad (9)$$

где δ – достаточно малое положительное число (в расчетах полагалось $\delta = 10^{-4}$ сут).

Для максимизации функции $\Phi^m(\varphi)$ использовался следующий метод. Начальное приближение для каждого окна выбиралось одинаковым и равным $p = 1, \alpha = 0.1, \beta = 1$. Затем применялась двухступенчатая процедура для нахождения $\varphi^m = (p^m, \alpha^m, \beta^m) = \text{argmax } \Phi^m(\varphi)$: сначала, для выхода в окрестность точки максимума, использовался градиентный метод с проекцией приращения на ограничение (9), затем, когда приращение вектора φ в направлении увеличения функции $\Phi^m(\varphi)$ (определяемом градиентным методом) становилось слишком малым, применялся метод Ньютона с проекцией приращения на ограничение (9) [8]. Отметим, что в силу сложной и "изогнутой" топографии функции $\Phi^m(\varphi)$ использование метода второго порядка (метода Ньютона) давало существенное продвижение к точке максимума, поскольку градиентный метод часто "застревал" на "склонах хребтов" поверхностей уровня функции $\Phi^m(\varphi)$ [8]. Первые и вторые производные функции $\Phi^m(\varphi)$ определялись численно, через симметричные конечные разности.

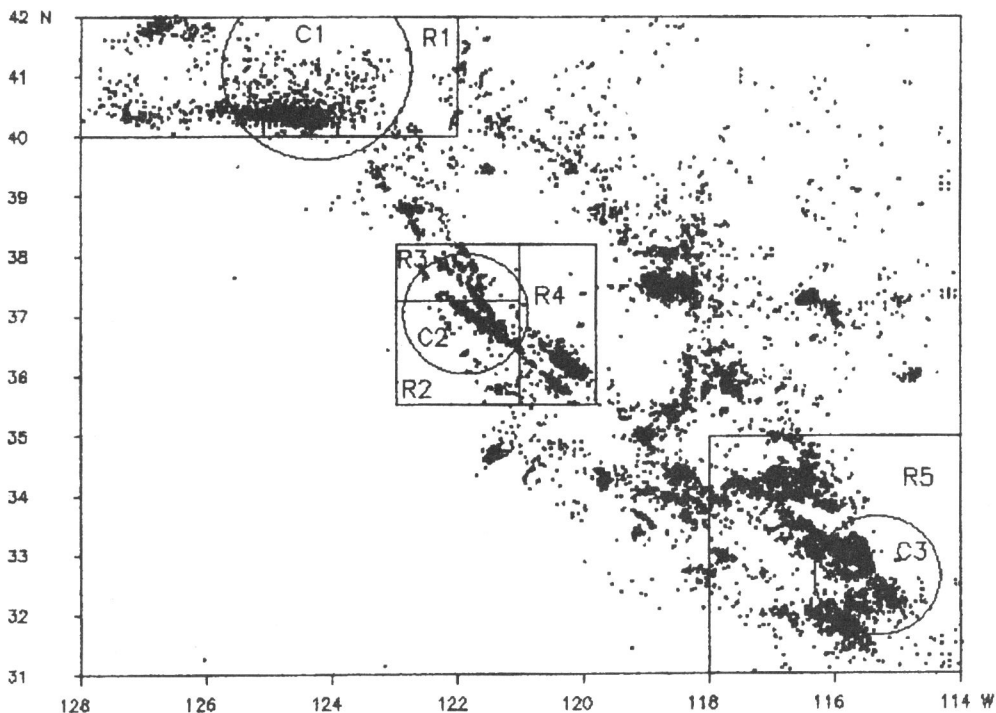
МЕТОДИКА ВЫЧИСЛЕНИЙ

Для обработки был использован каталог землетрясений запада США, юга Канады и севера Мексики, охватывающий промежуток времени с 1963 по 1990 гг. [9] и состоящий из 16 815 событий (включая взрывы на полигоне в Неваде, которые, естественно, исключались из анализа). Минимальная магнитуда событий, присутствующих в каталоге, равна трем, что соответствует энергетическому классу 9.3 (по формуле: $\text{Class} = 4.8 + 1.5 M$), однако не во всех областях региона, охватываемого каталогом, слабые события представительны: в периферийных областях таких событий непропорционально мало (малая плотность сейсмической сети), лишь для событий, начиная с 11-го класса, представительность равномерна по всему региону. Что же касается центральной части (западное побережье США, около 13 000 событий), то здесь представительны все энергетические классы, имеющиеся в каталоге ($C_{\min} = 9.3, C_{\max} = 15.6$). На рис. 1 показано распределение эпицентров всех событий для этой центральной части, а также подобласти региона, для которых проведен анализ сейсмического режима по изложенному выше алгоритму.

Дальнейшая методика проведения вычислений заключалась в следующем. Из общего каталога выделялся подкаталог, соответствующий области в виде прямоугольника или круга в плоскости координат широта–долгота (области выбирались так, чтобы они охватывали достаточно густые пятна сейсмичности (см. рис. 1) и содержали сильные события, что не всегда бывает одновременно). Поскольку целью проводимого анализа является не прогноз, а апробирование методики, то выбор областей осуществлялся апостериорно по отношению к сильным событиям.

Затем для выбранного подкаталога был получен график распределения числа событий по энергетическим классам, т.е. график закона повторяемости. Для каждого подкаталога находился параметр C^* – тот минимальный энергетический класс событий, для которого график закона повторяемости остается прямолинейным для $C \geq C^*$. Параметр C^* определяет порог представительности для слабых событий, который, как уже говорилось, сильно увеличивается для периферийных областей каталога (вплоть до $C^* = 11$), но для центральной части (изображенной на рис. 1) в основном равен минимальному энергетическому классу: $C^* = C_{\min} = 9.3$.

После определения C^* был выбран второй порог – параметр C_0 в формуле (1), который определяет – начиная с какого класса события "допускаются к участию" в алгоритме обработки. Очевидно, что $C_0 \geq C^*$. Выбор C_0 осуществляется одновременно с операцией *огрубления* подкаталога, которая заключается в следующем. Выбирается достаточно малый промежуток времени Δt (порядка 10^{-2} сут, т.е. около 15 мин). Пусть $\{t_j, C_j, j = 1, \dots, N_0\}$ – события подкаталога. Определим событие j_1 как первое событие, для которого $C_j \geq C_0$. Далее вычислим сумму энергий



Р и с. 1

всех событий, имевших место в подкаталоге в течение временного интервала $[t_{j_1}, t_{j_1} + \delta t]$ и возьмем десятичный логарифм K_{j_1} этой суммы. В результате получим некоторое "макрособытие" (t_{j_1}, K_{j_1}) , которое, возможно, включает в себя энергетический вклад нескольких "исходных" событий, тесно сгруппировавшихся на малом временном интервале длиной δt (хотя не исключено, что макрособытие состоит всего лишь из одного исходного). Затем для $t_j > t_{j_1} + \delta t$ продолжим поиск следующего события, для которого $C_j \geq C_0$, и повторим процедуру огрубления – в результате получим макрособытие (t_{j_2}, K_{j_2}) и т.д. После процедуры огрубления всего подкаталога получим последовательность макрособытий:

$$\left\{ t_{j_k}, K_{j_k} \right\}, k = 1, \dots, N, \quad (10)$$

именно эта последовательность использовалась в формулах (1)–(8). Очевидно, что $N < N_0$, а последовательность (10) зависит от параметров $(C_0, \delta t)$.

Смысл процедуры огрубления состоит в том, чтобы избавиться от шума, связанного, во-первых, с наличием для некоторых подкаталогов либо непредставительных, либо слишком большого числа слабых событий (параметр отсечки C_0), во-вторых, с наличием "слипшихся" во времени событий (параметр огрубления δt), которые иначе давали бы излишне малый (иногда даже нулевой) интервал между событиями, что отрицательно сказывается на устойчивости оценивания параметров моделей точечных процессов [7]. После огрубления интервал между событиями ограничен снизу значением δt .

Итак, кратко изобразим последовательность обработки:

выбор подкаталога;
определение порога C^* представительности слабых событий;
процедура огрубления с параметрами $(C_0, \delta t)$, $C_0 \geq C^*$;
оценивание в перекрывающихся событийных окнах;
анализ аномалий облака θ^m , $m = 1, \dots$, векторов параметров.

Полный набор параметров этой последовательности операций:

$$(C_0, \delta t, M, \Delta M). \quad (11)$$

РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Параметр δt всюду полагался равным 0.01 сут. В табл. 1 приведены параметры прямоугольных областей, а в табл. 2 – круговых. В качестве центров круговых областей выбирались эпицентры сильнейших землетрясений с классами 15.6, 15.4 и 15.3, которые произошли в моменты времени: $t = 6521$ сут (ноябрь 1980 г.), $t = 9787$ сут (октябрь 1989 г.) и $t = 6132$ сут (октябрь 1979 г.) соответственно (сутки отсчитываются от начала 1963 г.). Нетрудно видеть, что эти события принадлежат также и прямоугольным областям. Порог представительности C^* для слабых событий во всех областях равен минимальному энергетическому классу $C_{\min} = 9.3$, за исключением областей $R1$ и $C2$, для которых $C^* = 9.6$.

Выбор параметров C_0 и M не диктуется никакими формальными правилами (помимо $C_0 \geq C^*$). Параметр C_0 выбирался таким образом, чтобы после операции огрубления оставалось около 1000 макрособытий. Что же касается длины событийного окна M , то расчеты проводились для трех значений: $M = 32, 50, 64$. Величины смещения ΔM принимались равными 10 (для $M = 32$) и 20 (для $M = 50$ и 64). В табл. 3 приведены значения параметров C_0, M и N для разных областей.

Таблица 1

Область	Координаты границ области				Общее число событий, N_0
	φ_{\min}°, N	φ_{\max}°, N	λ_{\min}°, W	λ_{\max}°, W	
$R1$	40.00	42.00	-128.00	-122.00	1177
$R2$	35.50	37.25	-123.00	-121.00	848
$R3$	35.50	38.20	-123.00	-121.00	1246
$R4$	35.50	38.20	-123.00	-119.80	1921
$R5$	31.00	35.00	-118.00	-114.00	3496

Таблица 2

Область	Координаты центра области		Радиус круга, град.	Общее число событий, N_0
	φ°, N	λ°, W	R	
$C1$	41.12	-124.25	1.50	849
$C2$	37.04	-121.88	1.00	1176
$C3$	32.63	-115.33	1.00	1502

Область	Вариант расчета	Параметры расчета		Число макрособытий для варианта	Область	Вариант расчета	Параметры расчета		Число макрособытий для варианта
		C_0	M				C_0	M	
$C1$	$C1a$	9.6	50	667	$R4$	$R4a$	9.9	50	758
$R1$	$R1a$	9.9	50	789	$C3$	$C3a$	9.3	32	1283
$R2$	$R2a$	9.3	32	758		$C3b$	9.3	64	1283
$C2$	$C2a$	9.3	64	1058		$C3c$	9.7	50	724
$R3$	$R3a$	9.3	50	1125	$R5$	$R5a$	10.0	50	1041
	$R3b$	9.7	50	628		$R5b$	10.2	50	814

Для изучения сейсмического режима по эволюции пятимерного вектора θ представляется перспективным проведение кластерного анализа облака векторов параметров в надежде определить "сгущения", характерные для разных типов поведения режима. Прежде чем перейти к изложению результатов, следует заметить, что используемый выбор подкаталогов (областей) является заведомо упрощенным (прямоугольник или круг) и более изощренное разделение общего каталога на пространственные подобласти может потребовать кластерного анализа в пространстве координат эпицентров.

Вычисления показывают, что вариации параметров μ и K_0 связаны с изменением временной длины событийного окна $-\Delta T = (t_2^m - t_1^m)$. При уменьшении ΔT , т.е. когда одно и то же количество макрособытий M приходится на малый промежуток ΔT , оба параметра, μ и K_0 , имеют сильную тенденцию возрастать. Представляется, что зависимость μ и K_0 от ΔT является основной в их поведении и что в дальнейшем имеет смысл рассматривать четырехмерный вектор $(\varphi, \Delta T) = (p, \alpha, \beta, \Delta T)$.

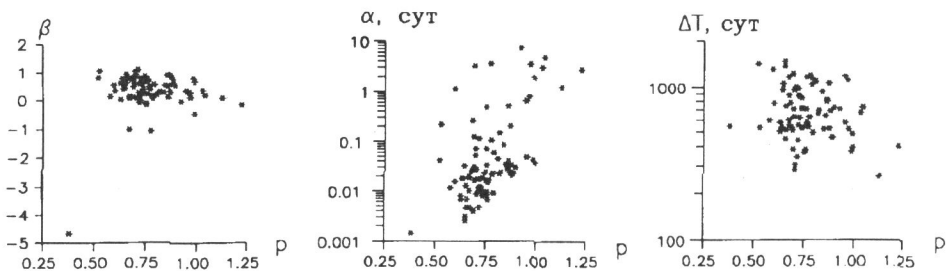
На рис. 2 изображено облако значений $(p, \alpha, \beta, \Delta T)$ в проекциях на оси $(p, \lg \alpha)$, (p, β) , $(p, \lg(\Delta T))$ для варианта $C2a$, из которого можно составить представление о степени изменчивости параметров и их типичных значениях.

Как видно из формулы (1), параметры p , α , β определяют степень влияния каждого события на последующие, причем параметр β характеризует влияние энергии события, а параметры p , α – дальное действие временной функции этого влияния. Чтобы описать дальное действие, рассмотрим величину

$$\tau(p, \alpha) = \alpha(2^{1/p} - 1), \quad (12)$$

определяющую интервал, за который "функция влияния" в (1), т.е. $1/(t + \alpha)^p$, уменьшается в два раза.

В настоящей статье мы ограничились представлением графиков изменения параметров β и $\lg \tau(p, \alpha)$ для некоторых вариантов и сопоставлением их с сейсмическим режимом. Следует иметь в виду, что из-за использования не очень больших значений M , мы не можем считать, что оценки θ^m обладают всеми известными свойствами асимптотической эффективности оценок максимального правдоподобия. О полезности оценок θ^m , как инструмента исследования изменчивости сейсмического режима, нужно судить скорее по наблюдаемому на практике характеру их поведения. На рис. 3–6 представлены изменения величин β , $\lg \tau(p, \alpha)$ и $\lg(\Delta E)$ – логарифма энергии событий (в джоулях) в подкаталогах для вариантов $C1a$, $R3a$, $C2a$, $C3a$ соответственно. Отметим, что β и $\lg \tau(p, \alpha)$ приведены во временной зависимости от *правого* конца окна (это



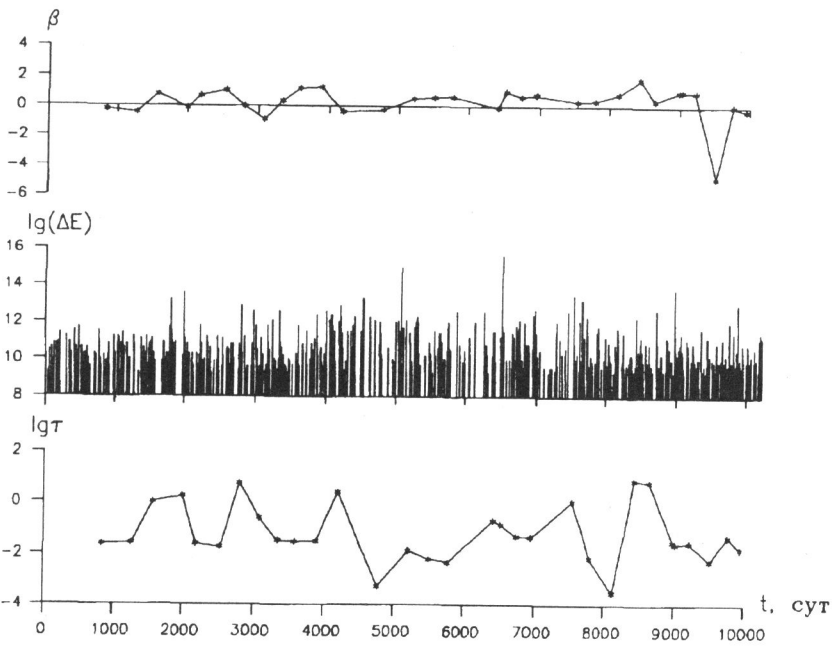
Р и с. 2

сделано с целью выяснить возможные прогностические свойства вариаций параметров). На временной оси сутки отсчитываются от начала 1963 г.

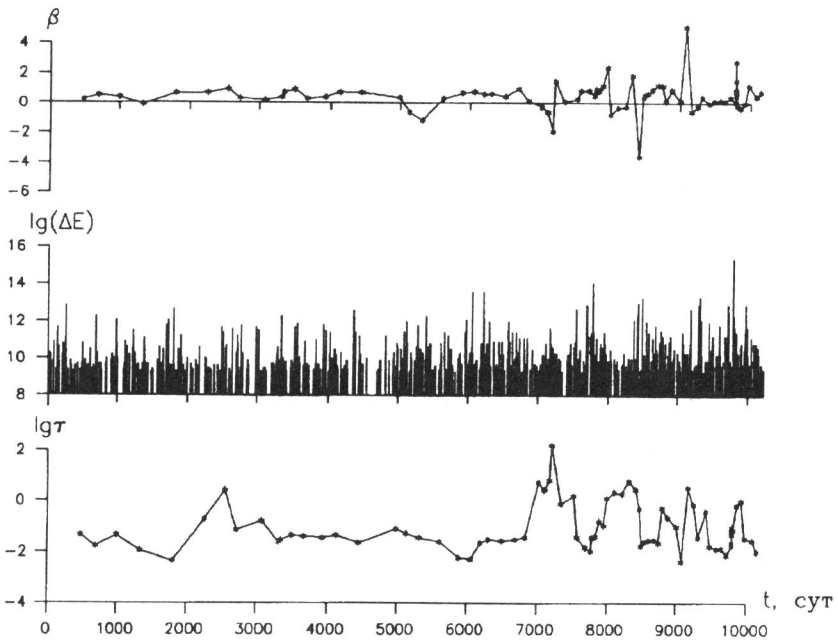
Прежде всего обращает на себя внимание поведение параметра β . Напомним, что, согласно формуле (1), от параметра β следует ожидать свойства неотрицательности – ведь, чем больше энергия события, тем выше вероятность возникновения событий после него – на этом свойстве основано разделение событий на главные толчки и афтершоки. Графики изменения параметра β показывают, что для большинства полученных вариантов $\beta \geq 0$. Однако существуют интервалы (окна), когда значения β (см. рис. 3) отрицательны, иногда $\beta = -5$. (см. также рис. 2). Отрицательные значения параметра β (при условии, что оценки θ^m действительно отражают временные изменения значений параметров) можно проинтерпретировать так: на соответствующих интервалах увеличение энергии события не увеличивает вероятность появления событий непосредственно после него, т.е. в эти периоды вероятность афтершоков после слабых событий больше, чем после сильных. Иначе эту аномалию можно назвать уменьшением количества афтершоков у сильных событий (при этом следует напомнить, что речь идет о макрособытиях после операции округления). Возникает естественный соблазн рассмотреть отрицательные значения β , как возможные предвестники сильных землетрясений (хотя на рис. 4 видны также большие положительные значения β). Другая особенность варианта $C1a$ (см. рис. 3) – наличие квазигармонических колебаний параметра $\lg t$ с периодом около 1000 суток. Нам не удалось формализовать связь экстремумов параметра $\lg t$ с сильными событиями, но сам квазипериодический характер изменения этого параметра, на наш взгляд, заслуживает внимания.

Графики на рис. 3–5 относятся к областям северо-запада США и северной Калифорнии, причем области $R3$ и $C2$ (рис. 4, 5) содержат сильнейшее землетрясение с эпицентром в центре круга $C2$ и временем $t = 9787$ сут (октябрь 1989 г.), имеющим энергетический класс $C = 15.4$. На рис. 4 (варианта $R3a$) можно отметить следующие характерные особенности изменения параметров. Поведение параметра β довольно резко меняется после момента $t \cong 7000$ (за 2800 дней до сильного события с энергетическим классом 15.4): изменения становятся более короткопериодными, увеличивается их амплитуда. С этого же момента времени изменяется поведение параметра $\lg t$: также увеличивается диапазон его вариации и на фоне высокочастотных колебаний снова, как и в варианте $C1a$, проявляется трехгодичная периодичность.

С точки зрения прогноза наиболее интересна сильная отрицательная вариация значения β на рис. 5, (вариант $C2a$), которая возникла за 1.5 года до события с $C = 15.4$, причем там же виден интервал отрицательных значений β ($t = 5100$ – 5800), который предшествует рою сильных землетрясений $t = 6000$ – 6300 . Однако на том же рис. 5 можно увидеть и контрпримеры: сильное событие $t = 7785$, $C = 14.1$ не предваряется отрицательным β (но для роя $t \cong 8400$ опять наблюдаем отрицательные β перед ним).



Р и с. 3



Р и с. 4

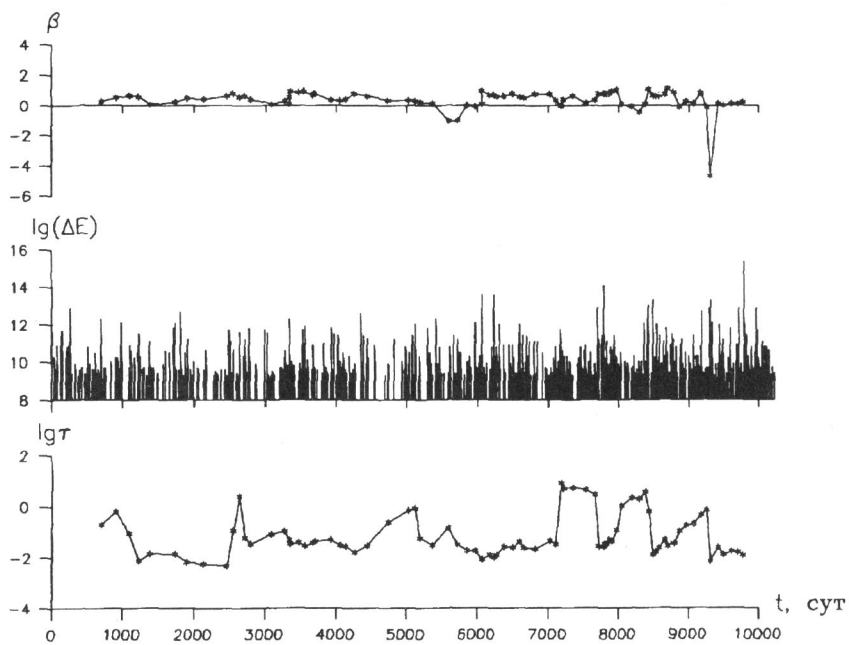


Рис. 5

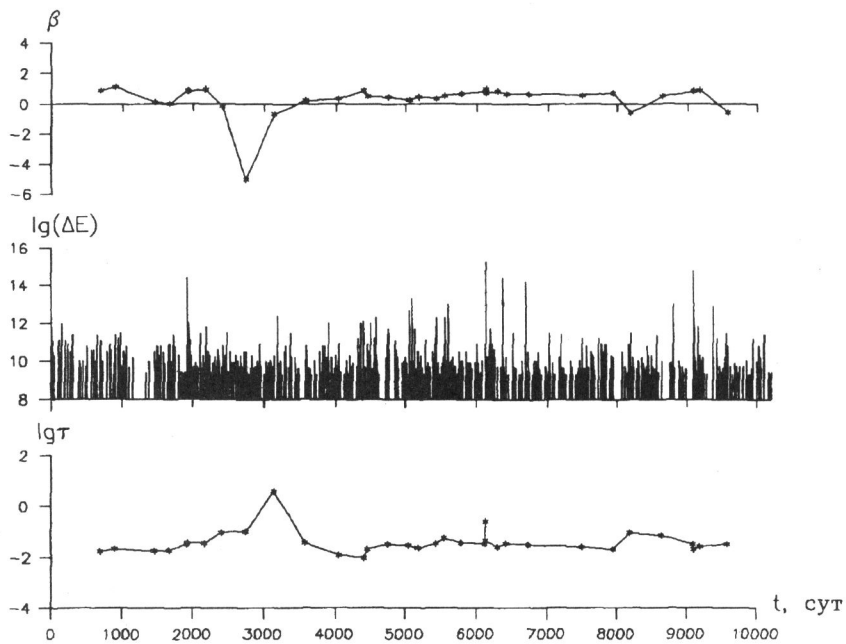
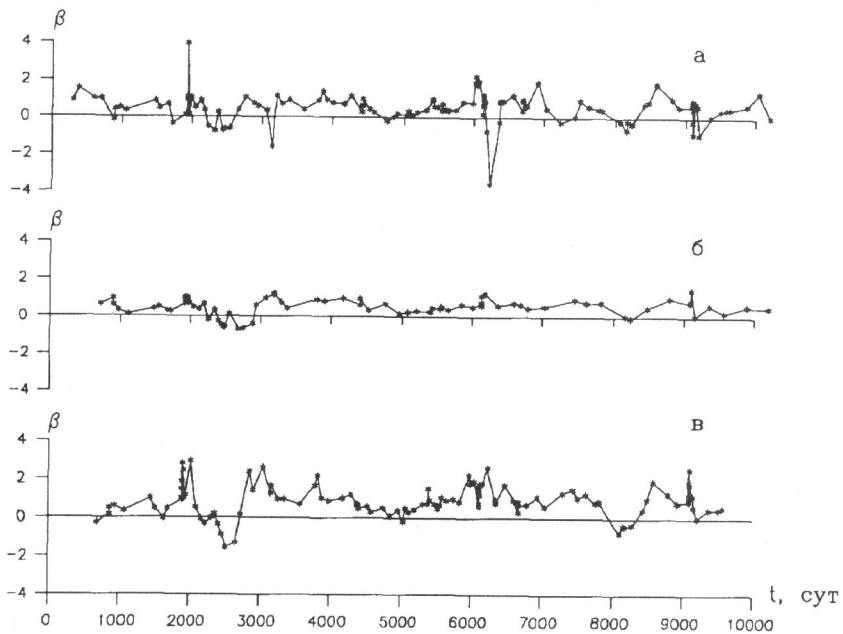


Рис. 6



Р и с. 7

Вернемся к рис. 4, соответствующему области $R3$ в северной Калифорнии, которая также содержит упомянутое выше событие в октябре 1989 г. Сравнение графиков изменения β на рис. 4 и 5 показывает, что для $t < 7000$ они в основном совпадают, но различаются для больших значений t : например, сильная положительная вариация β на рис. 4 при $t \cong 9100$ сменилась на сильную отрицательную на рис. 5 при $t \cong 9300$. Это отличие, которое является следствием довольно незначительного изменения области (от $C2$ к $R3$), можно интерпретировать как смену пространственно-временной "моды" сейсмического режима, выражающуюся в неустойчивости оценок параметров по отношению к вариациям области для $t > 7000$. Можно также провести аналогию со стохастическим поведением динамических систем с перемежаемостью: до $t \cong 7000$ – ламинарная фаза, после – турбулентная. Заметим, что на рис. 3, который относится к области $C1$, соседней с областями $R3$ и $C2$, также наблюдается сильная отрицательная вариация β в то же время, что и на рис. 5 – возможно они отражают процесс изменения сейсмического режима, охватывающий значительный регион. Отметим, что на рис. 5 (вариант $C2a$) снова появляются при $t \cong 7000$ – 9500 квазипериодичность параметра $\lg t$ с периодом примерно три года.

На рис. 6, который относится к области $C3$ (кругу в южной Калифорнии), сильная вариация β отмечается в начальный период наблюдения, для $t > 3500$ оценки β ведут себя в основном устойчиво.

Что же касается величины $\lg t(p, \alpha)$, то о ее изменениях можно сказать примерно то же самое, что и о величине β , хотя они значительно менее "выразительны" (см. рис. 3–6). При этом, если на рис. 4–6 в поведении τ можно грубо выделить ламинарные и турбулентные фазы, то на рис. 3 "турбулентное" поведение τ занимает весь интервал. Заметим, что на рис. 4.6 турбулентные фазы для τ и β совпадают по времени.

На рис. 7, а и 7, б приведены вариации параметра β для вариантов $C3a$ и $C3b$ (область $C3$) при $M = 32$ и $M = 64$ соответственно. В обоих случаях $C_0 = 9.3$. Из сравнения рис. 7, а и 7, б видно, насколько сильно влияет длина событийного окна M

на устойчивость оценок параметров. При этом, как всегда, надо искать трудно формализуемый компромисс между желанием иметь хорошую чувствительность оценки к "истинным" вариациям параметров (малое окно – высокая чувствительность, но малая устойчивость) и стремлением уменьшить дисперсию оценки (большое окно – низкая чувствительность при большой устойчивости). Вариант СЗс, приведенный на рис. 6, представляется нам удовлетворяющим этому компромиссу (напомним, что для варианта СЗс $M = 50$, а параметр $C_0 = 9.7$).

На рис. 7, в приведен график вариаций параметра β для той же области СЗ, но при несколько другом алгоритме оценивания. Эта модификация была выполнена в результате обсуждений с Г.М. Молчаном и имела целью увеличение устойчивости оценки параметров. Она получается на событийном окне длины M , путем учета информации о поведении процесса на предыдущем событийном окне той же длины M , которое непосредственно примыкает к текущему окну (без перекрытия) – алгоритм *двойного (составного) окна*.

Итак, для данного M рассмотрим событийное окно длины $2M$ макрособытий, которое состоит из двух частей (по M событий в каждой части). Для заданного вектора θ параметров модели в рассматриваемом окне длины $2M$ интенсивность $\lambda_\theta(t)$ будем вычислять точно так же, как и раньше в окне длины M . Отличие состоит в том, что при вычислении функции (2) сумма и интеграл берутся *только по второй половине окна*. Влияние первой половины заключается во вкладе слагаемых по моментам времени t_j из первой половины окна в сумму в формуле (1) для интенсивности $\lambda_\theta(t)$ во второй его половине.

Результат применения такой модификации алгоритма для области СЗ и для значений $M = 32$ и $C_0 = 9.3$ представлен на рис. 7, в. Интересно сравнить его с рис. 7, б, поскольку на нем увеличение устойчивости оценки по сравнению с рис. 7, а было достигнуто путем *удвоения длины* событийного окна (от 32 к 64), а на рис. 7, в использовался путь *двойного (составного) окна* той же длины $2M = 64$. Видно, что дисперсия оценки β на рис. 7, б меньше, чем на рис. 7, в, т.е. удвоение окна делает оценку более устойчивой, чем применение составного окна двойной длины. Однако чувствительность оценки на рис. 7, в выше, чем на рис. 7, б; особенности поведения качественно те же, что и на рис. 7, б, но они более выразительны. Заметим, что поведение β на рис. 6 является неким средним между рис. 7, б и 7, в – там оценка стабильна в центральной части временного интервала и на концах присутствуют те же особенности поведения.

* * *

В заключение следует сказать, что изложенный подход предлагается в качестве средства анализа временной изменчивости сейсмического режима, а не алгоритма прогноза. С его помощью можно пытаться выделять различные "моды" сейсмического режима и оценивать пространственные границы распространения той или иной "моды". Очевидно, что он нуждается в дальнейшем развитии, в основном в той части, которая касается более квалифицированного выделения подкаталогов (областей) и анализа множества векторов параметров.

Авторы выражают благодарность Г.М. Молчану за внимание к работе, полезное обсуждение и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ogata Y. Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure // J. Phys. of the Earth, 1983. Vol. 31. P. 115–124.
2. Ogata Y., Shimazaki K. Transition from aftershock to normal activity: the 1965 Rat Islands earthquake aftershock sequence // Bull. Seismol. Soc. Amer., 1984. Vol. 74. P. 1757–1765.
3. Ogata Y. Statistical models for earthquake occurrence and residual analysis for point processes // J. Amer. Statistical Assoc., 1988. Vol. 83, N 401. P. 23–56.

4. *Matsu'ura R.S.* Precursory quiescence and recovery of aftershock activities before some large aftershocks // *Bull. Earthq. Res. Inst., University of Tokyo*, 1986. Vol. 61. P. 1–65.
5. *Kagan Y.Y., Knopoff L.* Stochastic synthesis of earthquake catalogs // *J. Geophys. Res.*, 1981. Vol. 86, N B4. P. 2853–2862.
6. *Latoussakis J., Stavrakakis G., Drakopoulos J.*, et al. Temporal characteristics of some earthquake sequence in Greece // *Tectonophysics*, 1991. Vol. 193, N4. P. 299–310.
7. *Кокс Д., Льюис П.* Статистический анализ последовательностей событий. М.: Мир, 1969. 312 с.
8. *Пиеничный Б.Н., Данилин Ю.М.* Численные методы в экстремальных задачах. М.: Наука, 1975. 320 с.
9. *Global Hypocenters Data Base, CD-ROM*, 1989, NEIC-USGS; 1989–90, HDS NEIC, USGS, Golden Co, USA.

УДК 550.348+550.343.6

НИЗКОЧАСТОТНАЯ АСИМПТОТИКА СПЕКТРА КАК ХАРАКТЕРИСТИКА НЕСТАЦИОНАРНОСТИ НЕКОТОРЫХ ГЕОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В.Б. Лысенко, В.Ф. Писаренко

LOW-FREQUENCY SPECTRUM ASYMPTOTICS AS A MEASURE OF NONSTATIONARITY OF SOME GEOPHYSICAL PROCESSES

V.B.Lysenko and V.F. Pisarenko

A method of statistical estimation of power α of low-frequency spectrum asymptotics $f(\lambda) \sim c/\lambda^\alpha$ for Gaussian and point processes is presented. The method is applied to several geophysical processes: Earth's nutation, atmospheric pressure and regional siesmicity.

ВВЕДЕНИЕ

Ответ на вопрос – можно ли считать данный геофизический процесс стационарным случайным процессом, то есть таким, у которого характеристики не изменяются со временем – имеет большое значение как для теории, так и для практики. Поскольку все существование нашей планеты исчисляется некоторым конечным промежутком времени, строго говоря, не существует стационарных геофизических процессов. Часто для экспериментальной проверки стационарности геофизик располагает лишь реализацией процесса, имеющей ограниченную длительность. По такой реализации вообще нельзя делать категорического заключения о стационарности или нестационарности процесса. Как бы “нестационарно” ни выглядела реализация, всегда можно придумать стационарный процесс, для которого она оказалась бы типичной.

Таким образом, для многих практических ситуаций естественней ставить вопрос не о проверке гипотезы стационарности процесса, а о сравнительной интенсивности его низкочастотных компонент. Эти компоненты можно моделировать двумя основными способами: либо в виде низкочастотных трендов (т.е. известных функций, которые умножаются на коэффициенты, оцениваемые по реализации), либо в виде случайного процесса с возрастающим в нуле спектром. Оба способа являются в некотором смысле противоположными: один из них моделирует низкочастотные компоненты неэргодическим процессом, а другой – случайным, эргодическим. На самом деле, эта противоположность не столь уж существенна для приложений: по одной реализации практически невозможно различить полиномиальный или полигармонический тренд на фоне шума и низкочастотный случайный эргодический процесс. Гораздо важнее уметь сравнивать у разных процессов относительную интенсивность низкочастотных компонент, не вдаваясь в их природу.