

УДК 550.348

О МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ МОДЕЛЬНОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА В АКТИВАЦИОННОЙ ТЕОРИИ

В.М. Герцик

MECHANIC PROPERTIES OF A MODEL SOLID BODY IN THE ACTIVATION THEORY

V.M. Gertzik

The activation theory of fracture is used to construct a numerical model of a solid body. The behavior of the model demonstrates creep, the existence of lower and upper yield points, strain hardening, dilatancy, the growth of elastic anisotropy, and drop of the velocity ratio v_p/v_s under loading.

В работе [1] на основании активационных принципов были построены системы уравнений, описывающих динамику твердого тела и сплошной среды, в которых могут появляться и залечиваться микротрещины.

В настоящей работе представлены результаты компьютерного эксперимента, показывающие, что твердое тело, которое описывается активационной теорией, обладает целым рядом физико–механических свойств, качественно совпадающих со свойствами реальных твердых тел. К этим свойствам относятся ползучесть при постоянной нагрузке, наличие верхнего и нижнего пределов текучести, а также деформационное упрочнение (наклеп) при постоянной скорости деформирования. Кроме того, при постоянной скорости нагружения наблюдается дилатансия перед разрушением и сопровождающие ее рост упругой анизотропии и падение отношения скоростей продольных и поперечных волн.

Приводимые здесь результаты, по-видимому, не исчерпывают всех соответствий между моделью и реальными телами. За пределами данного исследования осталась зависимость механических свойств от температуры и скорости деформирования, по результатам предварительных исследований тоже качественно соответствующая экспериментальным. Кроме того, не исследована зависимость поведения модели от численных значений параметров. В целом, однако, создается впечатление, что активационная теория, основанная на анализе микромасштабных явлений, описывает поведение твердого тела значительно лучше, чем известные феноменологические модели.

В целях экономии вычислений мы ограничились случаем одноосного сжатия, хотя модель позволяет определять все механические характеристики тела в произвольно зависящих от времени сложных напряженных состояниях.

Работа состоит из двух частей. Первая содержит краткое описание формализма

использованного при расчетах, достаточное для воспроизведения результатов. Читателю, заинтересованному в быстром ознакомлении с возможностями теории, мы рекомендуем опустить ее при первом чтении, и сразу перейти ко второй части, где содержатся результаты численного моделирования и их сопоставление с известными из экспериментов свойствами твердых тел.

1. КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

1.1. Уравнения динамики твердого тела. Система уравнений динамики материальной точки, полученная в работе [1], представляет собой описание однородной системы, содержащей бесконечно большое число малых элементарных ячеек, и поэтому может служить моделью поведения твердого тела при отсутствии пространственной неоднородности, т.е. при однородных граничных условиях. Эта система имеет вид (точка над знаком функции означает, как обычно, дифференцирование по времени; тензорные индексы опущены для сокращения записи):

$$\left. \begin{aligned} \dot{p}_k &= \left(1 - \sum_{m=1}^K p_m \right) c_k^+ - p_k c^-, \\ \dot{\sigma} &= \lambda \left\{ \dot{\varepsilon} - \left[\left(1 - \sum_{m=1}^K p_m \right) \sum_{k=1}^K c_k^+ \eta^{(k)} - \sum_{k=1}^K c^- \kappa^{(k)} \right] \sigma \right\}, \\ T &= (\rho C_p)^{-1} \left\{ \left(1 - \sum_{m=1}^K p_m \right) \sum_{k=1}^K \left[\frac{1}{2} (\sigma \cdot \eta^{(k)} \sigma) - \gamma \frac{\pi R_k^2}{W} \right] c_k^+ + \right. \\ &\left. + \sum_{k=1}^K \left[\frac{1}{2} (\sigma \eta^{(k)} \sigma) + \gamma \frac{\pi R_k^2}{W} - (\sigma \cdot \kappa^{(k)} \sigma) \right] p_k c^- + G \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

здесь p_k , $k = 1, \dots, K$, – плотность трещин типа k ; c_k^+ и c_k^- – определяемые ниже интенсивности рождения и уничтожения трещин, соответственно; $\sigma \equiv \sigma_{ij}$ – однородный тензор напряжений на границе тела; $\varepsilon \equiv \varepsilon_{ij}$ – тензор макроскопической деформации

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{V} \int_S \frac{1}{2} (X_i n_j + X_j n_i) ds,$$

где V – объем тела; X_i – компоненты смещения; n_i – компоненты нормали к поверхности (интегрирование ведется по поверхности тела S); $\lambda \equiv \lambda_{ijkl}(p_1, \dots, p_K; \sigma)$ – анизотропный тензор упругих модулей, зависящий от плотностей трещин и напряженного состояния; $\eta^{(k)} \equiv \eta_{ijkl}^{(k)}(p_1, \dots, p_k; \sigma)$ и $\kappa^{(k)} \equiv \kappa_{ijkl}^{(k)}(p_1, \dots, p_k; \sigma)$ – приращения тензоров коэффициентов податливости, обусловленные, соответственно, возрастанием и убыванием плотности p_k ; T – температура; ρ – массовая плотность вещества; C_p – теплоемкость при постоянном давлении; γ – удельная поверхностная энергия; R_k – радиус круглой плоской трещины типа k ; w – объем элементарной ячейки; G – скорость притока тепла в единицу объема. (Второе уравнение системы (1) расписывается покомпонентно с выносом в левую часть компонент $\dot{\sigma}$ или $\dot{\varepsilon}$, в зависимости от того, какая из этих величин является неизвестной.)

Интенсивность залечивания c^- не зависит в нашей модели от типа трещины k и равна

$$c^- = D_0 \exp \left\{ - \frac{W}{k_B T} \right\}, \quad (2)$$

где D_0 – константа, k_B – постоянная Больцмана, W – энергия активации. Интен-

сивность c^+ рождения трещин типа k имеет вид

$$c_k^+ = q \exp \left\{ -\frac{H_k - v_k e_k}{k_B T} \right\}, \quad (3)$$

где q – постоянная скорость кинетики, $H_k = 2b_k r_k^2 \gamma / 3$ – потенциальный барьер; b_k – константа; r_k – радиус микродефекта, из которого возникает трещина типа k ; v_k – активационный объем; e_k – плотность энергии, связанная с трещиной типа k и определяемая, также как тензоры μ , $\eta^{(k)}$ и $\kappa^{(k)}$, из формализма среднего поля напряжений.

1.2. Среднее поле напряжений. Напомним вкратце метод среднего поля напряжений, предложенный в работе [1]. Пусть трещины представляют собой разрезы, имеющие форму плоских дисков с радиусами R_k , $k = 1, \dots, K$, и нормальными n^k к их плоскостям, а w_k есть объем некоторой эффективной области Ω_k , содержащей трещину и принадлежащей элементарной кубической ячейке объема w , $w_k < w$. Трение на поверхностях трещин отсутствует. Касательные к плоскости трещины компоненты тензора напряжений на ее поверхности равны нулю, а нормальная компонента равна нулю в случае, если при отсутствии разреза она положительна (т.е. растягивает берега разреза). Будем считать, что вне областей Ω_k поле напряжений однородно и описывается эффективным тензором $\bar{\sigma}$. Поля напряжений внутри областей Ω_k также однородны, и отличаются от $\bar{\sigma}$ лишь тем, что компоненты описывающих их тензоров напряжений, равные нулю на поверхности трещин, обращаются в нуль во всей Ω_k . (Разумеется, мы лишь приближенно описываем непрерывное поле напряжений разрывными функциями, отнюдь не предполагая наличия реальных разрывов.)

Для трещин типа k выберем систему координат x_1^k, x_2^k, x_3^k так, чтобы ось x_1^k совпадала с n_k . Обозначим через A_{ij}^k элементы матрицы преобразования координат x_1, x_2, x_3 в координаты x_1^k, x_2^k, x_3^k . Пусть $\bar{\sigma}_{ij}^{(k)} = A_{ii}^k A_{jm}^k \bar{\sigma}_{lm}$ – тензор $\bar{\sigma}$ в новых координатах, и

$$\hat{\sigma}_{ij}^k = \begin{cases} \min\{0, \bar{\sigma}_{ij}^{(k)}\} & \text{при } i = j = 1; \\ 0 & \text{при } i = 1, j \neq 1, \text{ или } i \neq 1, j = 1; \\ \bar{\sigma}_{ij}^{(k)} & \text{при } i \neq 1, j \neq 1. \end{cases}$$

Определим оператор Ψ_k , действующий на $\bar{\sigma}$, выражением $(\Psi_k \bar{\sigma})_{ij} = A_{li}^k A_{mj}^k \hat{\sigma}_{lm}^k$.

Уравнение среднего поля напряжений имеет вид

$$\sum_{k=1}^K \alpha_k p_k (\Psi_k \bar{\sigma})_{ij} + \left(1 - \sum_{k=1}^K \alpha_k p_k\right) \bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij}, \quad (4)$$

где $\alpha_k = w_k/w$, σ – граничный тензор напряжений. Очевидно $\bar{\sigma}$ есть кусочно–линейная функция σ .

Пусть $e(s)$ – плотность упругой энергии однородного изотропного тела при напряжении s_{ij} ,

$$e(s) = \frac{1}{18\lambda_1} (s_{11} + s_{22} + s_{33})^2 + \frac{1}{12\lambda_2} [(s_{11} - s_{22})^2 + (s_{22} - s_{33})^2 + (s_{33} - s_{11})^2] + \frac{1}{2\lambda_2} (s_{12}^2 + s_{23}^2 + s_{31}^2),$$

где λ_1 – модуль объемного сжатия, λ_2 – модуль сдвига. Плотность упругой энергии $e(p_1, \dots, p_K; \sigma)$ тела при нагрузке σ равна

$$e(p_1, \dots, p_K; \sigma) = \left[\sum_{k=1}^K \rho_k e(\Psi_k \bar{\sigma}) + \left(1 + \sum_{k=1}^K \rho_k \right) e(\bar{\sigma}) \right].$$

где $\rho_k = \alpha p_k$. Упругая энергия E_k , вносимая одной трещиной типа k , равна $w_k e_k$, где

$$e_k \equiv e_k(p_1, \dots, p_k; \sigma) = \alpha^{-1} \frac{\partial e(p_1, \dots, p_k; \sigma)}{\partial p_k}.$$

Тензор податливости $\mu \equiv \mu_{ijkl}(p_1, \dots, p_k; \sigma)$ определяется выражением

$$\mu_{ijkl}(p_1, \dots, p_k; \sigma) = \frac{\partial e(p_1, \dots, p_k; \sigma)}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}},$$

а тензор упругости λ , как известно, обратен μ . Тензоры $\eta^{(k)}$ находятся из выражений

$$\eta^{(k)} \equiv \eta_{ijkl}^{(k)}(p_1, \dots, p_k; \sigma) = \frac{\partial e_k(p_1, \dots, p_k; \sigma)}{\partial \sigma_{ij} \partial \sigma_{kl}},$$

а тензоры $\kappa^{(k)}$ из равенств

$$\kappa_{ijkl}^{(k)} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \eta_{ijlm}^{(k)}.$$

1.3. Рабочая модель. В настоящей работе использована следующая реализация общей модели. В элементарных ячейках могут появляться лишь три типа дискообразных трещин одинакового радиуса, плоскости которых перпендикулярны координатной плоскости (x_1, x_2) , а нормали имеют координаты $n_1 = (0, 1, 0)$, $n_2 = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}, 0)$, $n_3 = (1/\sqrt{2}, -1/\sqrt{2}, 0)$. Внешняя нагрузка имеет лишь одну сжимающую компоненту вдоль оси x_1 , поэтому трещины с нормалью $(1, 0, 0)$, хотя и не запрещены, не возникают, поскольку сдвиговые и растягивающие напряжения в их плоскостях отсутствуют.

Формализм среднего поля напряжений дает в описанном случае следующие результаты. Пусть p_i – плотность трещин с нормалью n_i , $i = 1, 2, 3$, $\sigma_{11} \equiv \sigma$ – единственная, отличная от нуля, компонента внешней нагрузки. Так, как в этом случае диагональные трещины с разными нормальями в модели неразличимы, удобно ввести обозначения $s = \alpha p_1$, $p = \alpha(p_2 + p_3)/2$, и в дальнейшем использовать p и s вместо цифр в качестве индексов типа трещин. Тензор напряжений $\bar{\sigma}$, получаемый из уравнений среднего поля (4), имеет две, отличные от нуля, компоненты: $\bar{\sigma}_{11} = \sigma(1 - p - s)/\Delta$; $\bar{\sigma}_{22} = -\sigma p/\Delta$, где $\Delta = 1 - 2p - s + ps$. Это означает, что наличие сдвиговых диагональных трещин создает в направлении, перпендикулярном сжатию, растягивающие напряжения. Это, в свою очередь, приводит к возникновению отрывных трещин, параллельных оси сжатия. Такие отрывные трещины наблюдаются в экспериментах по сжатию образцов и ответственны за дилатансию и сопутствующие ей эффекты.

Плотности энергии, связанной с трещинами, имеют вид

$$e_s = \frac{\sigma^2 p^2}{2E\Delta^2} (1 - 2vps/\Delta),$$

$$e_p = \frac{\sigma^2 (1-s)^2}{4E\Delta^2} (1 + v - 2vps/\Delta),$$

где E – модуль Юнга; ν – коэффициент Пуассона.

Первая группа уравнений из системы (1) для плотностей трещин с помощью (2), (3) и двух предыдущих выражений определяется полностью. В уравнении для температуры тепловой поток G задается в виде $G = \chi (T_0 - T)$, где T_0 – температура внешней среды, χ – коэффициент. Чтобы доопределить остальные уравнения, достаточно привести значения используемых в них коэффициентов, которые найдены методами, описанными в разд. 1.2. Отличные от нуля элементы тензора податливости μ (и получаемые из них путем инвариантных перестановок индексов) имеют вид

$$\begin{aligned}\mu_{1111} &= \{1 - p - s + \nu p[1 - s(1 - p - s) / \Delta]\} / E\Delta, \\ \mu_{1122} &= -\{p + \nu(1 - p)[1 - s(1 - p - s) / \Delta]\} / E\Delta, \\ \mu_{2222} &= \{1 - p + \nu p[1 - s(1 - p) / \Delta]\} / E\Delta, \\ \mu_{3333} &= 1 / E, \quad \mu_{1133} = \mu_{2233} = -\nu / E, \quad \mu_{1212} = (1 + \nu) / 2E, \\ \mu_{1313} &= \mu_{2323} = (1 - p)(1 + \nu) / 2(1 - 2p)E, \\ \mu_{1323} &= p(1 + \nu) / 2(1 - 2p)E.\end{aligned}$$

В расчетах используются три компоненты обратного μ тензора модулей упругости λ :

$$\left. \begin{aligned}\lambda_{1111} &= E[(1 - p)(1 - \nu ps / \Delta) + \nu p - \nu^2 \Delta] / \theta, \\ \lambda_{2222} &= E\{1 - p - s + \nu p[1 - s(1 - p - s) / \Delta] - \nu^2 \Delta\} / \theta, \\ \lambda_{1212} &= E / 2(1 + \nu),\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

где

$$\theta = (1 + \nu)\{(1 - 2\nu)(1 + \nu) - \nu s[p / \Delta - \nu(1 + (1 - s) / \Delta)]\}.$$

Компоненты $\eta^{(s)}$ и $\eta^{(p)}$, используемые в уравнениях, имеют вид

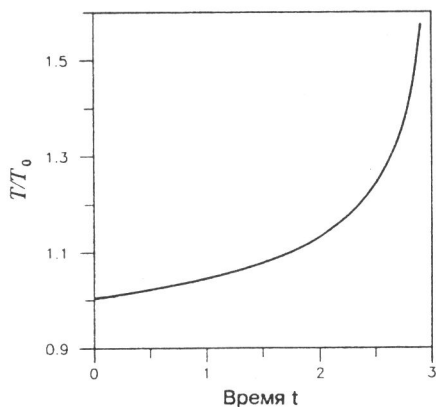
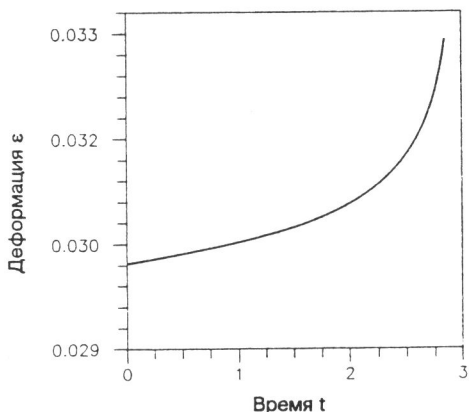
$$\begin{aligned}\eta_{1111}^{(s)} &= p^2(1 - 2\nu ps / \Delta) / E\Delta^2, \\ \eta_{1122}^{(s)} &= -p(1 - p)(1 - 2\nu ps / \Delta) / E\Delta^2, \\ \eta_{1111}^{(p)} &= (1 - s)^2(1 + \nu - 2\nu ps / \Delta) / 2E\Delta^2, \\ \eta_{1122}^{(p)} &= -(1 - s)[1 + \nu - \nu s(1 - s + ps) / \Delta] / 2E\Delta^2.\end{aligned}$$

В настоящей работе мы не ставили перед собой цель согласовать параметры модели с параметрами какого-либо реального материала, тем более, что для определения некоторых из них нужны новые эксперименты, методику которых еще следует разработать. Поэтому численные значения коэффициентов были выбраны произвольно:

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.8, \quad q = 100, \quad D_0 = 1, \quad W / k_B = 0.017, \quad H_k / k_B = 0.033, \quad \nu_k E / k_B = 300; \\ \nu &= 0.33, \quad E / \rho C_p = 3 \cdot 10^6, \quad \gamma \pi R_k^2 / \omega \rho C_p = 45, \quad \chi / \rho C_p = 0.1.\end{aligned}$$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

2.1. Ползучесть. При постоянной внешней нагрузке σ модельное тело, как и реальные тела, проявляет ползучесть, т.е. возрастание деформации ϵ со временем t . На рис. 1 изображена зависимость ϵ от t при $\sigma = 0.03E$ и $T_0 = 210^\circ\text{K}$. Наблюдаются две качественно различные области: область установившейся ползучести, т.е. линейное возрастание ϵ с ростом t , и область прогрессирующей ползучести, т.е. выпуклый



Р и с. 1. Ползучесть

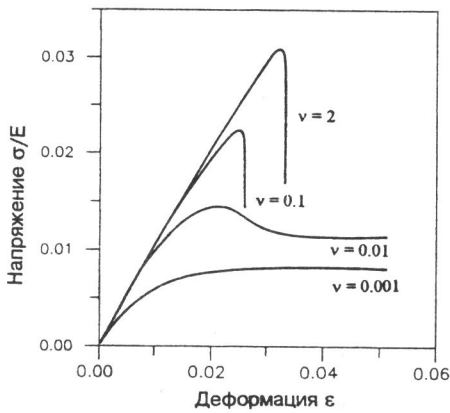
Р и с. 2. Разогревание тела в процессе ползучести

книзу участок ускоренного роста $\epsilon(t)$ перед разрушением. (В качестве момента разрушения мы избрали момент, когда общая плотность трещин $2\rho + s$ достигает значения 0.7.) Обе эти области наблюдаются и в физических экспериментах (см., например, [2]). Явление ползучести объясняется ростом со временем числа микротрещин, появление которых увеличивает деформацию. Прогрессирующая ползучесть обязана своим существованием взаимодействию микротрещин: рост плотности трещин приводит к возрастанию эффективных напряжений, что, в свою очередь, влечет ускорение растрескивания. Уменьшение параметра взаимодействия α приводит к исчезновению прогрессирующей ползучести. При малых внешних нагрузках устанавливается равновесие между появлением и заживлением трещин, плотность трещин стабилизируется на значении, меньшем критического, и деформация медленно линейно растет со временем. В этом случае прогрессирующая ползучесть также не возникает. Поскольку в процессе растрескивания выделяется энергия, ползучесть сопровождается разогревом тела (рис. 2).

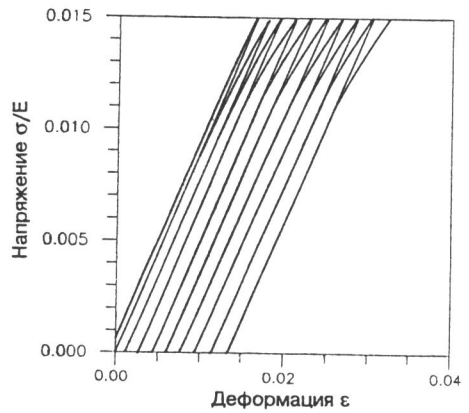
2.2. Верхний и нижний пределы текучести. При малой постоянной скорости деформирования реальные тела обнаруживают свойство текучести ([3]), которое заключается в том, что после начального возрастания напряжения дальнейшее деформирование продолжается при постоянной нагрузке, называемой нижним пределом текучести. При возрастании скорости деформирования напряжение сначала растет, достигая максимума, который называется верхним пределом текучести, а затем снижается, стабилизируясь на значении нижнего предела текучести, и образует так называемый "зуб текучести". При более высоких скоростях деформации разрушение происходит до момента стабилизации нагрузки. Уменьшение температуры образца приводит к тем же изменениям режима деформирования, что и увеличение скорости.

На рис. 3 изображены модельные зависимости σ от ϵ при различных скоростях деформирования и $T_0 = 210^\circ\text{К}$. Характер кривых полностью соответствует описанным свойствам реальных твердых тел. Стабилизация напряжения обусловлена достижением равновесия числа возникающих и заживающихся микротрещин. Появление "зуба текучести" объясняется первоначальным запаздыванием растрескивания по отношению к упругому росту напряжений и последующим его ускорением, обусловленным взаимодействием микротрещин. Рост плотности трещин обеспечивает необходимый уровень эффективных напряжений и, следовательно, скорость растрескивания при уменьшении внешней нагрузки, что и дает падающий участок кривой.

2.3. Остаточные деформации и деформационное упрочнение. Явление, получившее название "деформационного упрочнения", или "наклепа", состоит в увеличении



Р и с. 3. Деформационно-нагрузочные кривые при различных скоростях деформирования



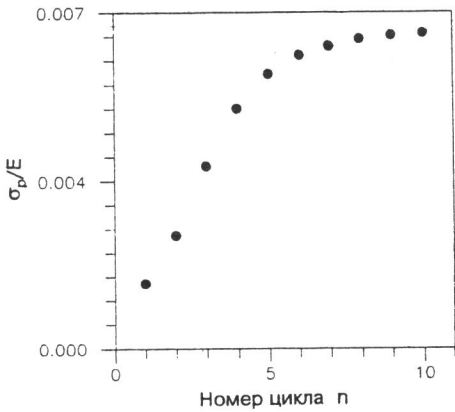
Р и с. 4. Деформирование в режиме нагрузка-разгрузка и остаточные деформации

предела пропорциональности при повторном нагружении тела после разгрузки ([2]). Пределом пропорциональности называется напряжение σ_p , при котором $d\sigma/d\varepsilon$ отклоняется от своего значения при $\sigma = 0$ на фиксированную малую величину (обычно, на 0.02%). Грубо говоря, σ_p есть напряжение, при котором зависимость $\sigma(\varepsilon)$ становится нелинейной. После разгрузки наблюдается остаточная деформация. При дальнейших повторных нагружениях предел пропорциональности σ_p продолжает расти и, если нагрузка не является разрушающей, стабилизируется на некотором значении. Дальше материал может выдержать практически неограниченное число одинаковых циклов нагрузки и разгрузки. Первоначальное значение предела упругости восстанавливается после отжига, т.е. достаточно длительного высокотемпературного прогрева тела.

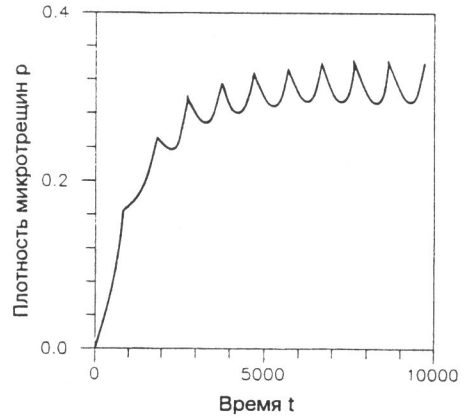
Вся эта группа явлений воспроизводится и получает объяснение в моделях активационной теории. На рис. 4 показана зависимость $\sigma(\varepsilon)$, полученная в результате численного моделирования шести повторных нагружений тела. Нагрузки производились при постоянной скорости деформирования $\dot{\varepsilon} = 2 \times 10^{-5}$, а разгрузки при $\varepsilon = 2 \times 10^{-3}$. Нагружения всякий раз продолжались до момента достижения величиной σ/E значения 0.015. Температура внешней среды T_0 задавалась равной 270°К. Рис. 4 демонстрирует наличие остаточной деформации после разгрузок. При нагружении наблюдается отклонение от линейности, обуславливающее пластический характер деформирования. Быстрая разгрузка проходит по практически линейному закону. На рис. 5 показано возрастание предела упругости с ростом номера нагружения, а на рис. 6 — зависимость полной плотности микротрещин от времени.

Очевидно, что все рассматриваемые эффекты обусловлены динамикой плотности микротрещин. Отклонение от линейности при медленном нагружении вызвано тем, что возникающие микротрещины дают дополнительный вклад в деформацию. Остаточные деформации возникают как следствие залечивания микротрещин, при котором деформации, связанные с трещинами, запоминаются. Линейный характер быстрой разгрузки объясняется малым изменением плотности трещин за малое время. Поскольку в начале каждого следующего цикла нагружения плотность трещин выше, чем в начале предыдущего, ее новый рост, а значит и отклонение от линейности, начинается при более высоком напряжении, что означает увеличение предела пропорциональности. Нагревание тела после разгрузки ускоряет залечивание микротрещин, чем и объясняется восстановление предела пропорциональности после отжига.

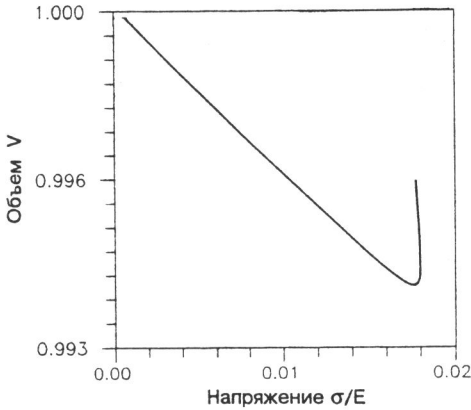
2.4. Дилатансия. Дилатансией обычно называется неупругое увеличение объема под действием приложенных напряжений ([4]), происходящее в результате появления



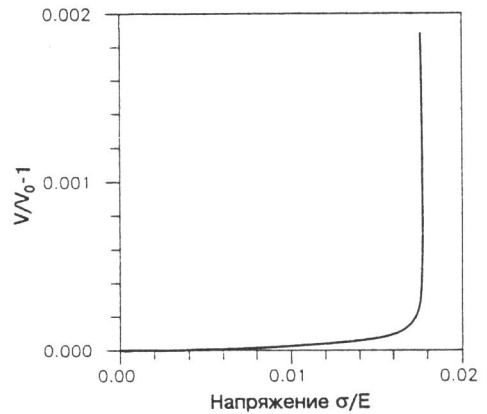
Р и с. 5. Деформационное упрочнение: рост предела пропорциональности как функции числа нагружений



Р и с. 6. Зависимость плотности микротрещин от времени в режиме нагрузка-разгрузка



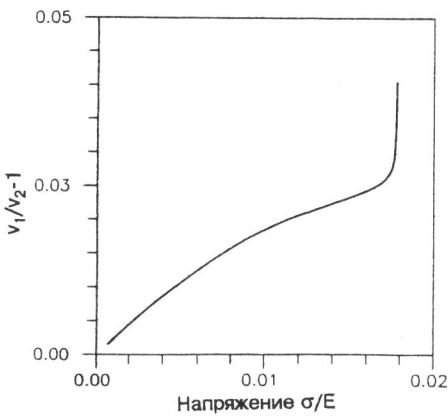
Р и с. 7. Дилатансия: отклонение объемной деформации от закона Гука



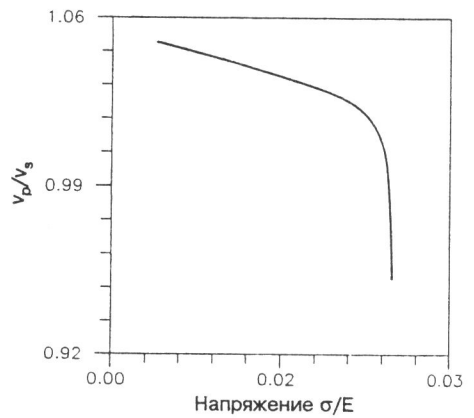
Р и с. 8. Дилатансия: $(V - V_0)/V$ как функция напряжения

в материале отрывных трещин ([5]). Мы полагаем, что это увеличение в действительности не является неупругим, а лишь нелинейно упругим. Возникновение отрывных трещин приводит к отклонению от закона Гука в сторону увеличения объема, которое исчезало бы при снятии нагрузки, не будь в реальном веществе явлений трения и зацепления шероховатостей. Остаточная объемная деформация, возникающая за счет "неточного" закрывания трещин после разгрузки, по-видимому, должна исчезать после отжига вследствие диффузии вакансий. Если бы необратимые пластические изменения объема были возможны, твердые тела могли бы неограниченно расширяться под действием нагрузки, что, как известно, не наблюдается.

При одноосном сжатии на концах сдвиговых трещин, расположенных под углом к направлению сжатия, возникают растягивающие напряжения. Эти напряжения вызывают рост трещины в направлении, параллельном сжатию, сопровождающийся раскрытием ее новых участков. В нашей теории нет возможности рассмотреть развитие индивидуальной трещины столь подробно, однако можно получить дилатансию посредством сходного механизма. Как уже упоминалось в п. 1.3, рост плотности диагональных трещин влечет за собой появление растягивающей компоненты эффективного тензора напряжений в направлении, перпендикулярном



Р и с. 9. Анизотропия скорости Р-волн



Р и с. 10. Убывание отношения v_p/v_s перед разрушением

сжатию, обусловленное взаимодействием среднего поля. Растягивающее напряжение стимулирует появление отрывных микротрещин и сопутствующее ему изменение эффективных упругих модулей, которое приводит к дилатансионному увеличению объемной деформации.

Дилатансия в более "чистом" виде наблюдается в "мягком" режиме нагружения, т.е. при фиксированной скорости роста сжимающего напряжения. (При фиксированной скорости деформации к увеличению объема, вызванному появлением отрывных трещин, добавляется увеличение, вызванное падением внешнего напряжения.) На рис. 7 и 8 представлены соответственно, графики объемной деформации и величины $(V-V_0)/V_0$, где V – текущий объем, V_0 – гуковский объем нагруженного тела. Эффект дилатансии усиливается при росте температуры и падении скорости нагружения. Резкое, практически мгновенное увеличение деформации перед разрушением свидетельствует о наличии в модели фазового перехода (этому явлению мы предполагаем посвятить отдельную заметку). Вычисления проводились при $\dot{\sigma} = 3 \times 10^{-4}$, $T_0 = 210^\circ\text{K}$.

2.5. Анизотропия упругих свойств. Из эксперимента известно, что росту дилатансии при нагружении сопутствует рост анизотропии скоростей упругих волн, отсутствующей в ненагруженном состоянии ([4]). При этом падение скорости продольных (P) волн более существенно в направлении, перпендикулярном оси сжатия.

Отношение скорости P -волн v_1 в направлении оси сжатия x_1 к скорости P -волн v_2 в направлении x_2 равно

$$\frac{v_1}{v_2} = \left[\frac{\lambda_{1111}}{\lambda_{2222}} \right]^{1/2}.$$

Из формул (5) нетрудно видеть, что при $s = 0$ (т.е. при отсутствии дилатансии) $v_1 = v_2$, и что v_1 в меньшей степени зависит от s , чем v_2 . Зависимость величины $(v_1/v_2 - 1)$ от σ приведена на рис. 9 при тех же условиях, что и на рис. 8.

2.6. Отношение v_p/v_s . В экспериментах по дилатансии, а также в полевых наблюдениях перед разрушением фиксируется изменение отношения скоростей продольных и поперечных волн v_p/v_s , которое сначала падает, а потом в ряде случаев частично восстанавливается ([4]). Восстановление обычно связывается с локализацией разрушения в узкой области перед появлением магистральной трещины и в непространственной модели, которую мы рассматриваем, воспроизведено быть не может.

Отношение v_p/v_s в направлении x_2 выражается формулой

$$\frac{v_p}{v_s} = \left[\frac{\lambda_{2222}}{2\lambda_{1212}} \right]^{1/2}.$$

Из вида упругих модулей (5) можно заключить, что это явление слабо связано собственно с дилатансией (т.е. когда $s \neq 0$) и должно наблюдаться также в экспериментах на сжатие под давлением, блокирующим возникновение отрывных трещин. Рис. 10 демонстрирует убывание отношения v_p/v_s с ростом нагрузки, полученное в численном эксперименте при тех же условиях, что в п. 2.4.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герцик В.М. Уравнения динамики сейсмогенной сплошной среды // Современные методы интерпретации сейсмических данных. М.: Наука, 1991. С. 62–75. (Вычисл. сейсмология; Вып. 24).
2. Timoshenko S. Strength of materials. Part II. New York: 1945. 510 p.
3. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения // Разрушение. Т. 2. М.: Мир, 1975. С. 336–520.
4. Касахара К. Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264 с.
5. Brace W.F. Current laboratory studies pertaining to earthquake prediction // Tectonophysics. 1968. Vol. 6. P. 75–87.

УДК 550.345.1

ОДНОМЕРНАЯ СИСТЕМА КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ – МОДЕЛЬ СЕЙСМОАКТИВНОГО РАЗЛОМА

М.Г.Шнирман, Ю.В. Генюк

ONE-DIMENSIONAL SYSTEM OF CELLULAR AUTOMATA FOR MODELING AN EARTHQUAKE FAULT

M.G. Shnirman and J.V. Genyuk

Two one-dimensional models of an earthquake fault studied here are constructed as systems of blocks residing in one of three (the first model) or five states (the second model) Certain transition rules are included, which specify the interaction of blocks. We obtain a magnitude–frequency relation similar to that in the model of Burridge and Knopoff. We also study the evolution of large events and show that the behavior the model can be described by information effectively contracted by the multifractal technique.

В известной работе [1] была впервые рассмотрена одномерная система связанных блоков, призванная объяснить функционирование сейсмоактивного разлома. В последнее время, после работы [2], интерес к подобного рода конструкциям существенно возрос.

В них представлен целый спектр механической антрибутики (масса, упругость и т.д.), который порождает ощущение физичности модели, однако не существует критериев, позволяющих осмысленно приписывать значения соответствующим параметрам. Таким образом, мы имеем дело с типичной математической моделью, эффективность которой определяется отношением результативность–сложность. Естественно желание упростить, огрубить схему из [1, 2], сохранив основные сеймоподобные эффекты. Ранее, в своей работе [3], один из авторов предлагал одномерную модель сейсмоактивного разлома – систему клеточных автоматов. Принципиальное отличие ее от системы взаимодействующих блоков из [1] состоит в