

МЕТОДИКА СОВМЕСТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЛАТЕРАЛЬНЫХ ВАРИАЦИЙ СКОРОСТИ И АЗИМУТАЛЬНОЙ АНИЗОТРОПИИ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

Т.Б. Яновская

A TECHNIQUE FOR JOINT DETERMINATION OF LATERAL VELOCITY VARIATIONS AND AZIMUTHAL ANISOTROPY OF SURFACE WAVES

T.B. Yanovskaya

The approach developed earlier for solving 2D tomography problem is extended for joint estimation of lateral velocity variations and azimuthal anisotropy. The solution satisfies a priori assumption on smoothness of unknown functions. Numerical examples demonstrate efficiency of the method. The method was applied for estimation of azimuthal anisotropy of Rayleigh wave velocities in southeastern Europe. A strong azimuthal anisotropy was found in the solution. However, the analysis of resolution indicated that the anisotropy resulted from lateral heterogeneity.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение сейсмической опасности тесно связано с исследованием строения и напряженно-деформируемого состояния земной коры в зонах глубинных разломов, к которым приурочены гипоцентры землетрясений. Возрастание тектонических напряжений приводит к повышенной трещиноватости пород земной коры, а это в свою очередь влияет на скорости сейсмических волн и вызывает их анизотропию. Кроме того, наличие сильных сдвиговых напряжений само по себе может приводить к анизотропии скоростей. При этом в отличие от трансверсальной, обусловленной горизонтальной слоистостью, анизотропии с вертикальной осью симметрии, анизотропия, являющаяся следствием тектонических напряжений, характеризуется близгоризонтальным положением оси симметрии. Это так называемая азимутальная анизотропия. Таким образом, азимутальная анизотропия может быть одним из индикаторов напряженного состояния среды, и во всяком случае должна рассматриваться как одна из важнейших характеристик среды в сейсмогенных зонах.

Для определения локальных характеристик анизотропии приходится использовать данные, доступные непосредственному измерению, т.е. времена пробега волн по разным трассам. Очевидно, что для изучения азимутальной анизотропии следует использовать данные о волнах, распространяющихся в горизонтальном направлении, так что наиболее пригодными для этой цели являются скорости (или времени пробега) поверхностных волн. При этом следует использовать данные по трассам, достаточно плотно и равномерно покрывающим исследуемую территорию по всем направлениям. Это – весьма существенное условие применимости методов оценки анизотропии скоростей поверхностных волн, которые являются обобщениями тех или иных методик решения томографической задачи об определении горизонтальных вариаций скорости. В частности, в работах [1–3] для изучения анизотропии длиннопериодных поверхностных волн, характеризующей состояние верхней мантии, было использовано разложение скорости по сферическим гармоникам, при этом анизотропия оценивалась одновременно с горизонтальными вариациями скоростей. В [4, 5] был использован метод Тарантола и Валетте [6], в котором априорные ограничения на искомую функцию определяются заданием ее ковариационной функции. Недостатком упомянутых методов является то, что степень сглаженности решения задается априорно, и ее приходится эмпирически согласовывать с разрешающей способностью исходных данных, как это сделано, например, в работе [7]. Особенно заметно проявляется этот недос-

татов, когда разрешающая способность исходных данных различна в разных точках области из-за неравномерности расположения трасс.

В условиях недостатка данных, и особенно при неравномерном пересечении территории трассами, представляется важным, чтобы степень сглаженности решения была бы согласована с выборкой используемых данных. Для решения томографической задачи об определении горизонтальных вариаций скорости поверхностных волн при использовании таких данных в [8, 9] был предложен другой подход, основанный на априорном представлении о гладкости скоростной функции. В зависимости от числа исходных данных решение характеризуется большей или меньшей степенью сглаженности, которая при этом может быть разной в разных точках области. Тем не менее, основные особенности вариаций скорости удастся выявить даже по сравнительно небольшому числу данных. Поэтому есть основания предполагать, что и для определения азимутальной анизотропии (во всяком случае для выявления ее основных аномалий) совместно с горизонтальной неоднородностью может быть использован такой же подход. В рамках этого подхода может быть оценена степень сглаженности решения, и соответственно сделаны выводы о реалистичности получаемой в решении анизотропии.

В данной работе предлагается метод, основанный на предположении о гладкости горизонтальных вариаций и анизотропии скорости поверхностных волн (двумерная томографическая задача). Проводится тестирование метода на простейших численных моделях с анализом разрешающей способности данных, и приводятся результаты применения этого метода для интерпретации данных о скоростях рэлеевских волн в юго-восточной Европе.

МЕТОД РЕШЕНИЯ ТОМОГРАФИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ, ОСНОВАННЫЙ НА ПРЕДПОЛОЖЕНИИ О ГЛАДКОСТИ ИСКОМОЙ ФУНКЦИИ

В связи с тем, что предлагаемый здесь метод совместной оценки латеральных вариаций скорости и азимутальной анизотропии является обобщением методики решения двумерной томографической задачи [8, 9], напомним кратко его основные положения.

Малые вариации скорости $\delta v(x, y)$ по отношению к исходной (постоянной) скорости v_0 определяются путем минимизации следующего функционала:

$$(\mathbf{G}m - \delta t)^T \mathbf{R}_t^{-1} (\mathbf{G}m - \delta t) + \alpha \iint |\nabla m|^2 d\mathbf{r},$$

где $\delta t = \{\delta t_1, \delta t_2, \dots, \delta t_N\}^T$, $\delta t_i = t_i - t_{0i}$ – невязки времени пробега относительно исходной модели $\mathbf{r} = x, y$; $m(\mathbf{r}) = -\delta v(\mathbf{r}) / v_0$, $\mathbf{G}m$, как принято, обозначает вектор с компонентами

$$\iint G_i(\mathbf{r})m(\mathbf{r})d\mathbf{r},$$

$G_i(\mathbf{r})$ – ядра данных, определяемые условием:

$$\iint G_i(\mathbf{r})m(\mathbf{r})d\mathbf{r} = \int_{L_{0i}} m(\mathbf{r}) \frac{ds}{v_0}.$$

(L_{0i} – отрезок прямой, представляющий i -ю трассу в модели с постоянной скоростью, а интегрирование по \mathbf{r} здесь и далее производится по всей плоскости x, y); \mathbf{R}_t – ковариационная матрица ошибок наблюдений; α – параметр регуляризации, величина которого определяется ошибками наблюдений (чем меньше ошибки, тем меньшей должна быть величина α).

Как показано в [8], функция $m(x, y)$ в этом случае является решением уравнения Пуассона следующего вида:

$$\Delta m = -\Lambda^T \mathbf{G}, \quad (1)$$

где

$$\Lambda = \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{G}.$$

а \mathbf{G} – вектор с компонентами

$$\gamma_i = \alpha^{-1} \left(\int_{L_{0i}} m(\mathbf{r}) \frac{ds}{v_0} - \delta t_i \right). \quad (2)$$

Из (1) следует, что

$$m(\mathbf{r}) = \sum_i \lambda_i \psi_i(\mathbf{r}) + \Phi(\mathbf{r}), \quad (3)$$

где

$$\psi_i(\mathbf{r}) = \int_{L_{0i}} \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| \frac{ds}{v_0}.$$

Здесь \mathbf{r}_i обозначает координаты точек на луче L_{0i} , а $\Phi(\mathbf{r})$ – некоторая гармоническая функция, которая выбирается из граничного условия на контуре области.

Если принять естественное условие ограниченности функции $m(\mathbf{r})$ на бесконечности, то оказывается, что $\Phi(\mathbf{r}) = C$ ($C = \text{const}$). Подстановка (3) в (2) приводит к N уравнениям относительно неизвестных коэффициентов λ_i и C . К этим уравнениям добавится еще одно, выражающее условие ограниченности решения на бесконечности:

$$\Lambda^T \mathbf{t}_0 = 0.$$

Решив полученную линейную систему из $N + 1$ уравнений относительно $N + 1$ неизвестных λ_i и C , можно построить решение для $m(\mathbf{r})$.

УЧЕТ АНИЗОТРОПИИ В ЗАДАЧЕ ТОМОГРАФИИ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕЙ ДАННЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

В [10] показано, что в слабо-анизотропной среде общего вида скорость поверхностной волны (как фазовая так и групповая) представляется в следующем виде:

$$V = V_0 + A \cos 2\varphi + B \sin 2\varphi + C \cos 4\varphi + D \sin 4\varphi.$$

Однако в настоящей работе мы будем пренебрегать членами, содержащими $\cos 4\varphi$ и $\sin 4\varphi$, поскольку (см. [5]) обычно они пренебрежимо малы. Кроме того, для выводов о напряженно-деформируемом состоянии среды и ориентации трещин достаточно знать лишь направление оси максимальной скорости и величину анизотропии – именно эти величины обычно и представляют интерес для геофизических исследований.

При постановке задачи будем считать, что скорость поверхностной волны, как функция координат x, y и азимута φ , может быть аппроксимирована следующим образом:

$$V(x, y, \varphi) = V_0 + \delta V(x, y) + A(x, y) \cos 2\varphi + B(x, y) \sin 2\varphi.$$

Следовательно, в отличие от изотропного случая, мы должны определить не одну, а три неизвестных функции: $\delta V(x, y)$, $A(x, y)$ и $B(x, y)$.

Введем новые безразмерные функции:

$$m(x, y) = -\delta V / V_0,$$

$$a(x, y) = -A / V_0,$$

$$b(x, y) = -B / V_0.$$

Пусть угол, который составляет i -я трасса с осью x , равен φ_i . Тогда время пробега волны вдоль этой трассы может быть записано в виде

$$t_i = t_{0i} + \iint G_i(\mathbf{r})m(\mathbf{r})d\mathbf{r} + \cos 2\varphi_i \iint G_i(\mathbf{r})a(\mathbf{r})d\mathbf{r} + \sin 2\varphi_i \iint G_i(\mathbf{r})b(\mathbf{r})d\mathbf{r}.$$

Введем обозначения: $G_{ci} = G_i \cos 2\varphi_i$, $G_{si} = G_i \sin 2\varphi_i$. Тогда средняя квадратичная невязка будет иметь вид

$$S = (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b - \delta t)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b - \delta t).$$

Функционал, обеспечивающий регуляризацию, примем в виде, аналогичном изотропному случаю, но учтем, что в общем случае относительный вклад горизонтальной неоднородности и анизотропии может быть различен. Этот факт учитывается введением двух параметров регуляризации α и β :

$$\alpha \iint |\nabla m|^2 d\mathbf{r} + \beta \iint [|\nabla a|^2 + |\nabla b|^2] d\mathbf{r}.$$

Как и ранее предположим, что m , a и b ограничены на бесконечности. Тогда легко показать, что следует минимизировать функционал

$$(\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b - \delta t)^T \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b - \delta t) + \alpha \iint m \nabla m d\mathbf{r} + \beta \iint [a \Delta a + b \Delta b] d\mathbf{r}. \quad (4)$$

Обозначим

$$\alpha^{-1} \mathbf{R}_i^{-1} (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b - \delta t) = \Lambda. \quad (5)$$

при этом условие минимизации (4) сведется к следующим уравнениям относительно неизвестных функций $m(\mathbf{r})$, $a(\mathbf{r})$ и $b(\mathbf{r})$:

$$\begin{aligned} \Delta m + \Lambda^T \mathbf{G} &= 0, \\ \Delta a + k \Lambda^T \mathbf{G}_c &= 0, \\ \Delta b + k \Lambda^T \mathbf{G}_s &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где $k = \alpha/\beta$. Из (6) следует

$$\begin{aligned} m &= -\sum \lambda_i \iint G_i \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| d\mathbf{r} + C_1 = -\sum \lambda_i K_i(\mathbf{r}) + C_1, \\ a &= -k \sum \lambda_i \cos 2\varphi_i \iint G_i \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| d\mathbf{r} + C_2 = -\sum \lambda_{ci} K_i(\mathbf{r}) + C_2, \\ b &= -k \sum \lambda_i \sin 2\varphi_i \iint G_i \ln |\mathbf{r} - \mathbf{r}_i| d\mathbf{r} + C_3 = -\sum \lambda_{si} K_i(\mathbf{r}) + C_3, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\lambda_{ci} = k \lambda_i \cos 2\varphi_i$, $\lambda_{si} = k \lambda_i \sin 2\varphi_i$, а функции $K_i(\mathbf{r})$ определены равенствами (7).

Подставим эти выражения в (5) и для упрощения дальнейших выкладок будем считать, что $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ – единичная матрица:

$$\begin{aligned} \lambda_j &= -\frac{1}{\alpha} \left[\sum \lambda_i Q_{ji} + C_1 t_{0j} + k \cos 2\varphi_j \sum \lambda_i \cos 2\varphi_i Q_{ji} + C_2 t_{0j} \cos 2\varphi_j + \right. \\ &\quad \left. + k \sin 2\varphi_j \sum \lambda_i \sin 2\varphi_i Q_{ji} + C_3 t_{0j} \sin 2\varphi_j + \delta t_j \right], \end{aligned}$$

где $Q_{ji} = \int_{L_i} \int_{L_j} \ln|r_j - r_i| ds_i ds_j / V_0^2$. Иначе

$$(\tilde{Q} + \alpha \mathbf{I})\Lambda + C_1 t_0 + C_2 t_{0x} + C_3 t_{0y} = \delta t,$$

где

$$\tilde{Q}_{ji} = Q_{ji}[1 + k \cos 2(\varphi_i - \varphi_j)],$$

$$t_{0xi} = t_{0i} \cos 2\varphi_i,$$

$$t_{0yi} = t_{0i} \sin 2\varphi_i.$$

Условия ограниченности функции m , a , b на бесконечности приводят к трем дополнительным уравнениям:

$$\Lambda^T t_0 = 0,$$

$$\Lambda^T t_{0x} = 0,$$

$$\Lambda^T t_{0y} = 0.$$

Таким образом, следует решать следующую систему:

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1N} & t_{01} & t_{0x1} & t_{0y1} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2N} & t_{02} & t_{0x2} & t_{0y2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{N1} & S_{N2} & \dots & S_{NN} & t_{0N} & t_{0xN} & t_{0yN} \\ t_{01} & t_{02} & \dots & t_{0N} & 0 & 0 & 0 \\ t_{0x1} & t_{0x2} & \dots & t_{0xN} & 0 & 0 & 0 \\ t_{0y1} & t_{0y2} & \dots & t_{0yN} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_N \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \vdots \\ \delta t_N \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

т.е. $S\Lambda^* = \delta t^*$, где S – матрица системы (8); $\Lambda^{*T} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N, C_1, C_2, C_3)$, δt^* – вектор правой части (8).

Таким образом, (7) можно записать в виде

$$m(r) = -\delta t^{*T} S^{-1} K(r),$$

$$a(r) = -k \delta t^{*T} S^{-1} K_c(r),$$

$$b(r) = -k \delta t^{*T} S^{-1} K_s(r),$$

где

$$K(r)^T = \{K_1(r), \dots, K_N(r), 1, 0, 0\},$$

$$K_c(r)^T = \{K_1(r) \cos 2\varphi_1, \dots, K_N(r) \cos 2\varphi_N, 0, 1, 0\},$$

$$K_s(r)^T = \{K_1(r) \sin 2\varphi_1, \dots, K_N(r) \sin 2\varphi_N, 0, 0, 1\}.$$

Иначе

$$m(r) = -Q^T \delta t, \quad a(r) = -k P^T \delta t, \quad b(r) = -k R^T \delta t, \quad (9)$$

где вектора $Q(r)$, $P(r)$ и $R(r)$ определяются первыми N элементами векторов $S^{-1}K(r)$, $S^{-1}K_c(r)$, и $S^{-1}K_s(r)$, соответственно.

По величинам a и b определяются азимут оси наибольшей скорости

$$Az = \arctg(a/b) / 2,$$

и величина анизотропии (отношение разности максимальной и минимальной скоростей к средней скорости)

$$\kappa = 2\sqrt{a^2 + b^2}.$$

ОЦЕНКА ОШИБОК РЕШЕНИЯ

Из (9) следует, что дисперсии искомым функций $m(\mathbf{r})$, $a(\mathbf{r})$ и $b(\mathbf{r})$ соответственно равны

$$D(m) = \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_t \mathbf{Q}, \quad D(a) = k^2 \mathbf{P}^T \mathbf{R}_t \mathbf{P}, \quad D(b) = k^2 \mathbf{Q}^T \mathbf{R}_t \mathbf{R}.$$

Если все наблюдения равноточные и имеют дисперсии σ^2 , то $\mathbf{R}_t = \sigma^2 \mathbf{I}$, и следовательно,

$$D(m) = \sigma^2 \mathbf{Q}^T \mathbf{Q}, \quad D(a) = \sigma^2 k^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P}, \quad D(b) = \sigma^2 k^2 \mathbf{R}^T \mathbf{R}.$$

Отсюда дисперсия κ

$$D(\kappa) = 4\sigma^2 k^2 \frac{a^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} + b^2 \mathbf{R}^T \mathbf{R} + 2ab \mathbf{P}^T \mathbf{R}}{a^2 + b^2}$$

и стандартная ошибка

$$\sigma_\kappa = 2\sigma k \sqrt{\frac{a^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} + b^2 \mathbf{R}^T \mathbf{R} + 2ab \mathbf{P}^T \mathbf{R}}{a^2 + b^2}}.$$

Соответственно можно вычислить и стандартную ошибку азимута оси наибольшей скорости.

$$D(Az) = \sigma^2 k^2 \frac{a^2 \mathbf{R}^T \mathbf{R} + b^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} + 2ab \mathbf{P}^T \mathbf{R}}{4(a^2 + b^2)^2},$$

$$\sigma_{Az} = \sigma k \sqrt{\frac{a^2 \mathbf{R}^T \mathbf{R} + b^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} + 2ab \mathbf{P}^T \mathbf{R}}{2(a^2 + b^2)}}.$$

ОЦЕНКА РАЗРЕШЕНИЯ

Разрешение может быть оценено только для величин, входящих в выражение для скорости линейно, т.е. для $\delta V(x, y)$, $A(x, y)$, $B(x, y)$. В качестве оценки разрешения принимается величина линейных размеров (радиуса) области сглаживания для указанных функций. Определение радиуса области сглаживания функций $A(x, y)$ и $B(x, y)$ проводится аналогично тому, как это было сделано в [8] для вариаций скорости.

При отсутствии ошибок имеем

$$\delta \mathbf{t} = \mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b. \tag{10}$$

Подставляя (10) в (9) получаем

$$m(\mathbf{r}) = -\mathbf{Q}^T (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b) = M_m m + M_a a + M_b b,$$

$$a(\mathbf{r}) = -\mathbf{P}^T (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b) = A_m m + A_a a + A_b b,$$

$$b(\mathbf{r}) = -\mathbf{R}^T (\mathbf{G}m + \mathbf{G}_c a + \mathbf{G}_s b) = B_m m + B_a a + B_b b.$$

Обозначения типа $M_m \mathbf{m}$ имеют следующий смысл:

$$M_m \mathbf{m} = \iint M_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') m(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'.$$

Для того, чтобы решение наилучшим образом отражало реальные распределения $m(\mathbf{r})$, $a(\mathbf{m})$, $b(\mathbf{r})$ необходимо, чтобы $M_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $A_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, $B_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ были близки к δ -функции, а остальные ядра – к нулю.

По аналогии с [8] определим функционал

$$\begin{aligned} s_m^2(\mathbf{r}) &= \int |\mathbf{E}_m^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' + k \int |\mathbf{E}_m^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' + k \int |\mathbf{E}_m^b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}', \\ s_a^2(\mathbf{r}) &= \int |\mathbf{E}_a^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' + k \int |\mathbf{E}_a^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' + k \int |\mathbf{E}_a^b(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}', \\ s_b^2(\mathbf{r}) &= \int |\mathbf{E}_b^m(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' + k \int |\mathbf{E}_b^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}' + k \int |\mathbf{E}_b^b(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \varepsilon(\mathbf{r}, \mathbf{r}')|^2 d\mathbf{r}', \end{aligned} \quad (11)$$

где $\text{div } E_m^a = M_m^a$, $\text{div } E_a^a = A_a^a$, $\text{div } E_b^a = B_b^a$; ядра M_m , A_a , B_b – нормированы:

$$\int M_m(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 1,$$

$$\int A_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 1,$$

$$\int B_b(\mathbf{r}, \mathbf{r}') d\mathbf{r}' = 1,$$

а интегралы от остальных ядер равны нулю.

В силу этих условий получаем

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{t}_0 = 1, \quad \mathbf{P}^T \mathbf{t}_{0x} = 1, \quad \mathbf{R}^T \mathbf{t}_{0y} = 1,$$

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{t}_{0x} = 0, \quad \mathbf{P}^T \mathbf{t}_0 = 0, \quad \mathbf{R}^T \mathbf{t}_0 = 0,$$

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{t}_{0y} = 0, \quad \mathbf{P}^T \mathbf{t}_{0y} = 0, \quad \mathbf{R}^T \mathbf{t}_{0x} = 0.$$

Преобразуя функционалы (11), аналогично тому, как это сделано в [8], и приравняв их значения к тем, которые соответствуют сглаживающим ядрам M_m , A_a , B_b , отличным от нуля и постоянным только внутри кругов с радиусом R_m , R_a , R_b соответственно (остальные ядра тождественно равны нулю во всей области) получаем выражения для соответствующих эффективных радиусов сглаживания:

$$R_m = \exp[3/4 - \mathbf{Q}^T \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{Q} + 2\mathbf{K}_m^T \mathbf{Q}],$$

$$R_a = \exp[3/4 + (-\mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{P} + 2\mathbf{K}_a^T \mathbf{P}) / k],$$

$$R_b = \exp[3/4 + (-\mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{S}} \mathbf{R} + 2\mathbf{K}_b^T \mathbf{R}) / k].$$

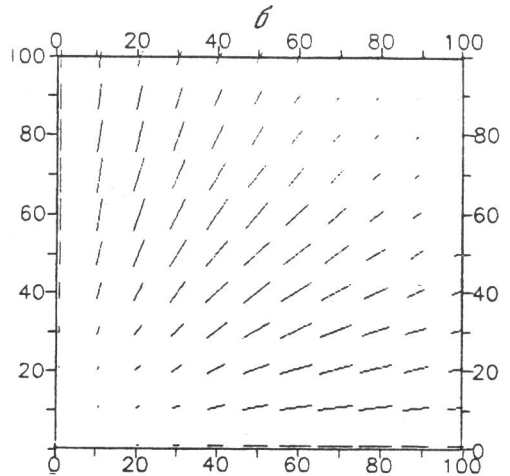
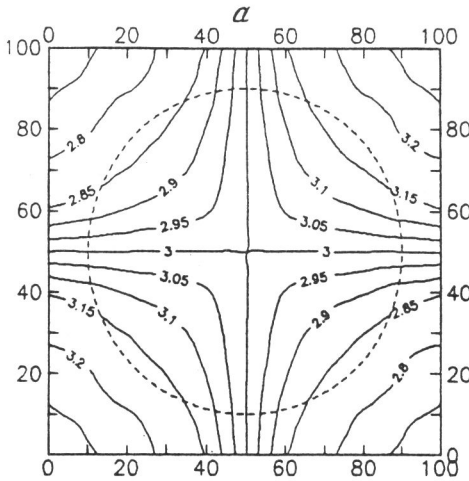
ТЕСТИРОВАНИЕ МЕТОДИКИ

Тестирование метода было проведено на модельном примере, представленном на рис. 1.

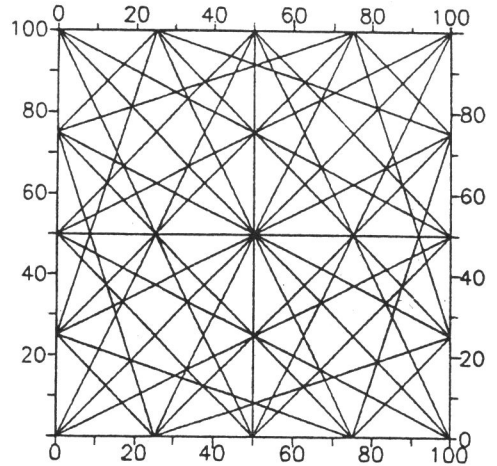
Для решения обратной задачи были использованы данные по 40 трассам, более или менее равномерно пересекающим рассматриваемую область (рис. 2).

На рис. 3, а, б показаны решения, полученные соответственно для латерального распределения средней скорости $v_0 + \delta v(x, y)$ и вектора анизотропии. При построении решения параметры регуляризации α и β принимались одинаковыми и равными 0.05 ($k = 1$).

Из приведенных рисунков видно, что общий характер горизонтальных вариаций скорости и анизотропии выявляется в решении. Однако, при практическом применении метода может остаться неясным, является ли полученное решение для анизотропии



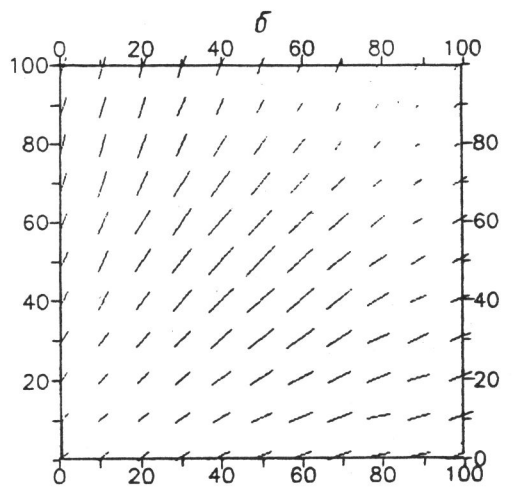
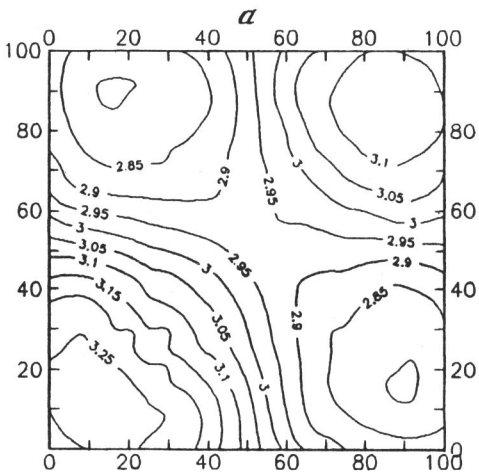
Р и с. 1. Модель, использованная для тестирования методики
 a – распределение скорости; b – распределение вектора анизотропии (длина вектора пропорциональна величине анизотропии κ , направление совпадает с направлением оси наибольшей скорости). Пунктиром показана эффективная область сглаживания (см. ниже рис. 6)

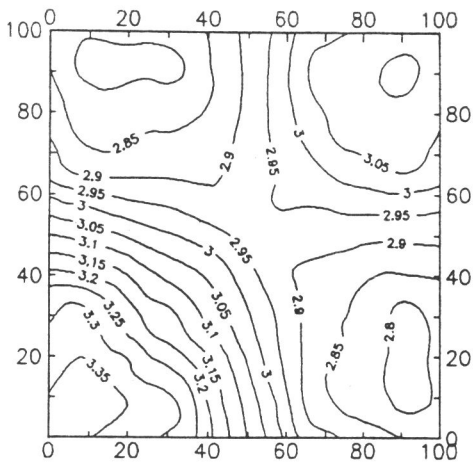


Р и с. 2. Схема трасс, использованных для расчета времени пробега

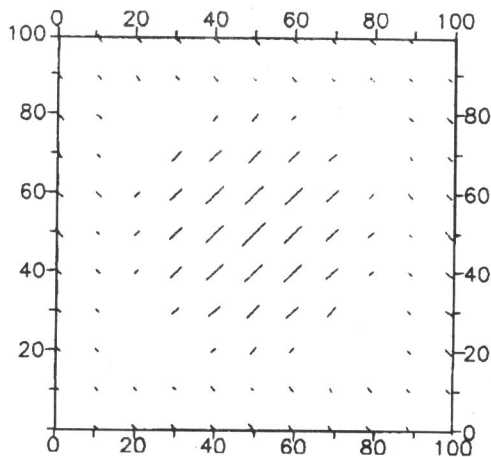
Р и с. 3. Решение обратной задачи для распределения скорости (a) и вектора анизотропии (b).

Масштаб для величины анизотропии тот же, что и на рис. 1, b



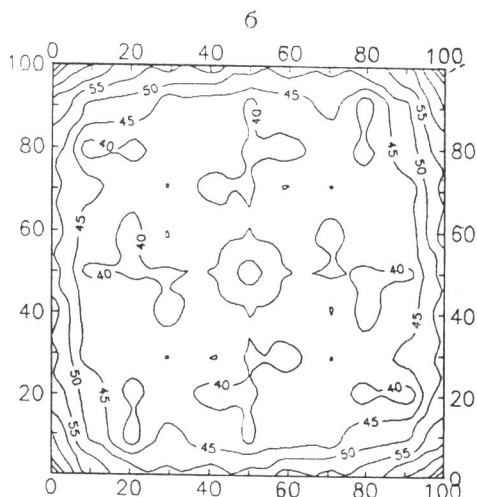
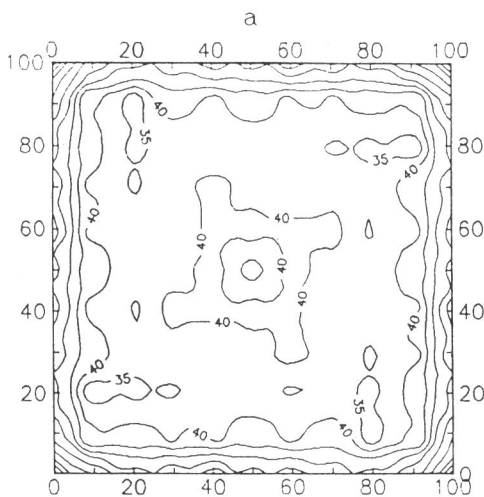


Р и с. 4. Распределение скорости, полученное по данным, соответствующим рис. 1, без учета анизотропии



Р и с. 5. Решение для векторов анизотропии, полученное по данным для модели изотропной среды с распределением скорости как на рис. 1, а

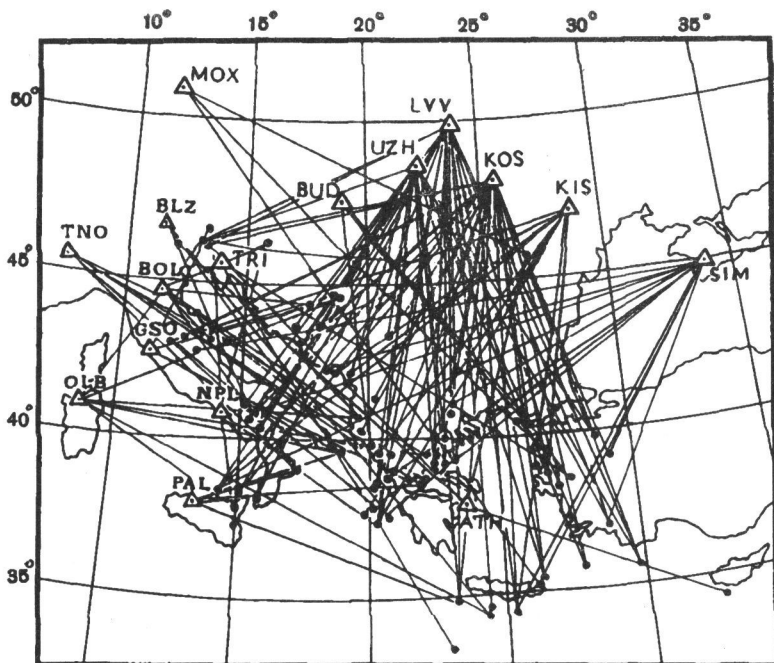
Масштаб увеличен в два раза на сравнении с рис. 1, б



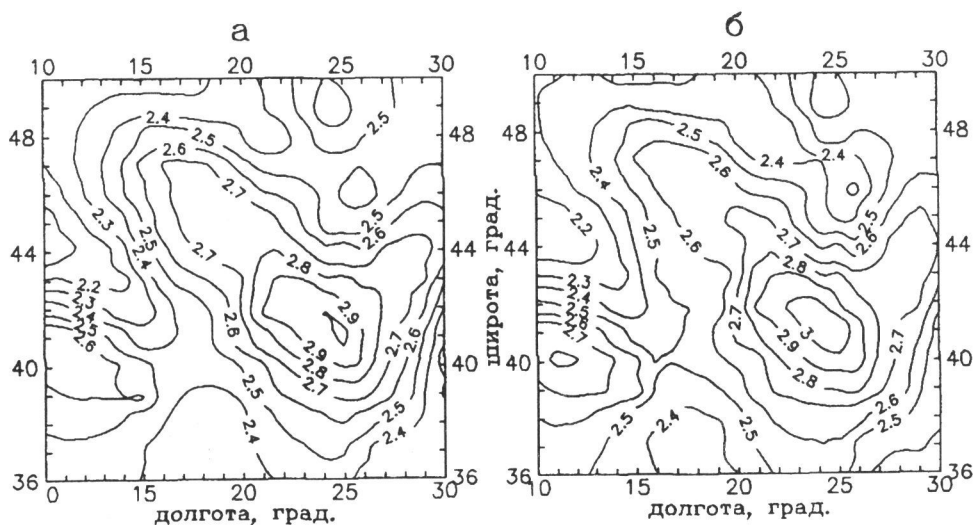
Р и с. 6. Распределение эффективного радиуса сглаживания функций $A(x, y)$ (а) и $B(x, y)$ (б) для модельного примера

артефактом (следствием горизонтальной неоднородности и особенностей распределения лучей) или оно отражает действительно существующую анизотропию. Для выяснения этого вопроса следует сравнить решения, полученные с учетом (по описанному выше методу) и без учета анизотропии (по методу [8, 9]). При этом в последнем случае следует подобрать параметр регуляризации α так, чтобы степень сглаженности скорости оказалась такой же, как и в случае совместной оценки неоднородности и анизотропии (это можно сделать, перебирая разные значения α и сравнивая решения для скорости). Если при этом остаточная среднеквадратичная невязка времен пробега окажется больше, чем при учете анизотропии, можно уверенно говорить о действительном наличии анизотропии.

Решение для скорости, полученное без учета анизотропии, представлено на рис. 4.

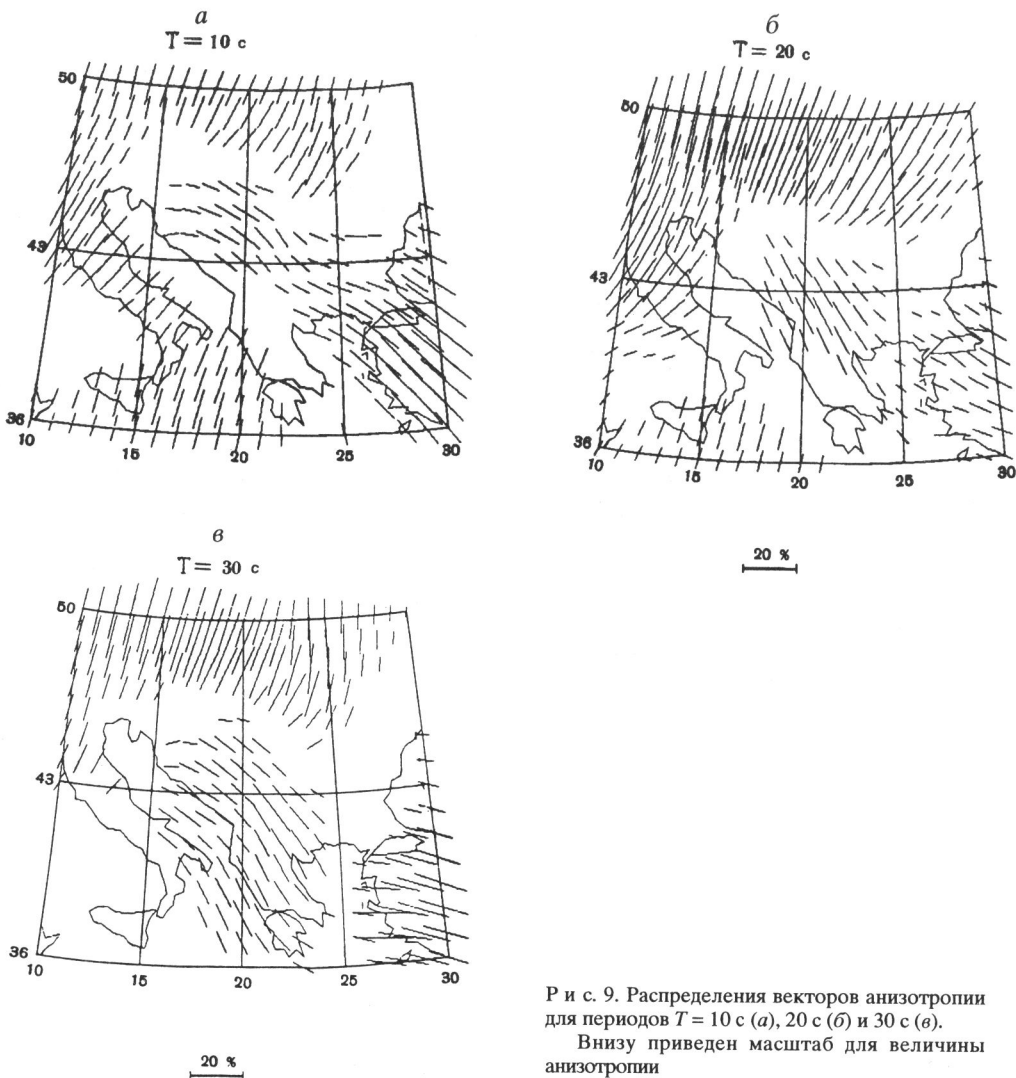


Р и с. 7. Трассы поверхностных волн в юго-восточной Европе
Треугольники – сейсмостанции, кружки – очаги землетрясений



Р и с. 8. Распределение скоростей для периода $T = 15$ с без учета (а) и с учетом (б) анизотропии

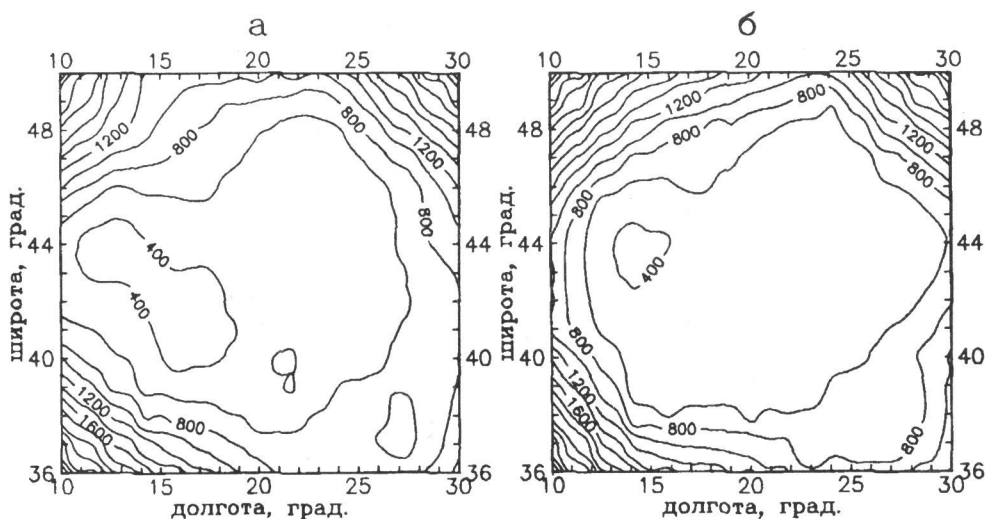
Сравнение с рис. 3, а показывает, что учет анизотропии очень незначительно сказывается на получаемом распределении скорости. В то же время, остаточная среднеквадратичная невязка оказалась значительно меньше для решения с учетом анизотропии и составила 0.06, без учета анизотропии она равнялась 1.4 (исходная невязка – 2.2). Таким образом, сопоставление остаточных невязок может служить критерием для суждения о наличии или отсутствии анизотропии.



Р и с. 9. Распределения векторов анизотропии для периодов $T = 10$ с (а), 20 с (б) и 30 с (в).

Внизу приведен масштаб для величины анизотропии

Мы проверили также, не может ли проявиться в решении ложная анизотропия в случае, если в действительности она отсутствует. Было построено учитывающее анизотропию решение для модели того же горизонтального распределения скорости, как и в рассмотренном выше примере, но в отсутствии анизотропии. Оказалось, что в решении выявляется анизотропия, причем наиболее выражена она в центральной части области (рис. 5). Этот феномен можно легко объяснить, если учесть, что решение представляет собой результат сглаживания по области конечных размеров. Если в такой области горизонтальные неоднородности распределены таким образом, что средние значения скорости внутри нее изменяются с азимутом, то следует ожидать появления кажущейся анизотропии. В данном случае центральная область пересекается лучами, проходящими в азимуте 45° через зоны повышенной скорости, а в азимуте 135° – через зоны пониженной скорости, что и приводит к соответствующей кажущейся анизотропии. Расчеты эффективных радиусов сглаживания для функций $A(x, y)$, $B(x, y)$ (рис. 6) подтверждают этот вывод. В центральной части области величина эффективного радиуса сглаживания составляет примерно



Р и с. 10. Распределение эффективного радиуса сглаживания (в км) функций A (a) и B (b) для сети трасс на рис. 7

40, круг соответствующего радиуса обозначен пунктиром на рис. 1, a . Видно, что внутри этого круга средние значения скорости в азимутах 45° и 135° заметно различаются.

Таким образом, для суждения о том, является ли получаемая в решении анизотропия истинной или кажущейся, обусловленной горизонтальной неоднородностью, следует одновременно с построением решения оценивать и эффективный радиус сглаживания. Если оказывается, что величина области сглаживания больше характерных размеров неоднородностей, можно полагать, что выявляемая анизотропия является кажущейся.

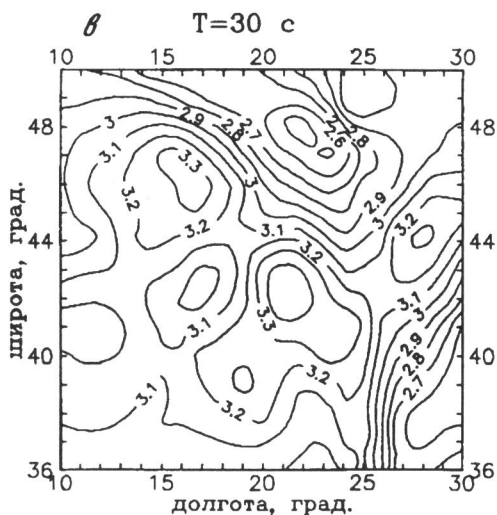
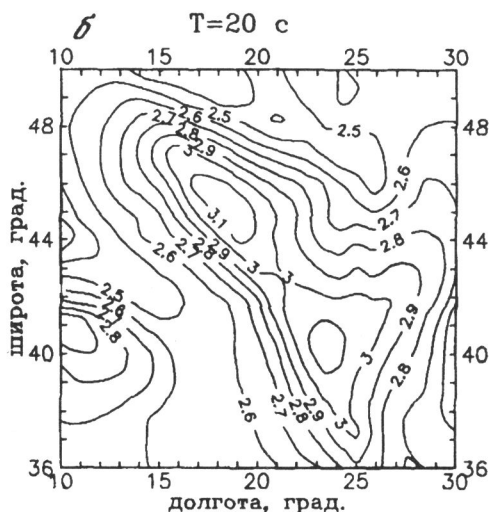
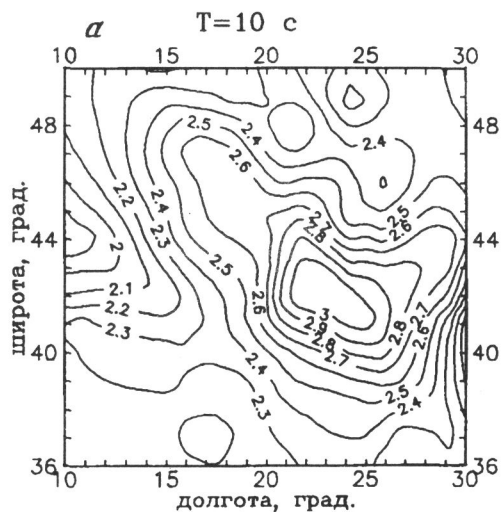
ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ВАРИАЦИИ И АЗИМУТАЛЬНАЯ АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТЕЙ РЭЛЕЕВСКИХ ВОЛН В ЮГО-ВОСТОЧНОЙ ЕВРОПЕ

Описанный метод был применен для исследования азимутальной анизотропии скоростей рэлеевских волн в юго-восточной Европе. В качестве исходных использованы предоставленные А.Н. Нестеровым данные о скоростях, полученные по записям станций Карпатской и Крымской сетей [11], и станций Италии [12]. И те, и другие данные соответствуют интервалу периодов от 10 до 30 с. Трассы, данные по которым использованы для совместной оценки горизонтальных вариаций скорости и азимутальной анизотропии, изображены на рис. 7.

Решение томографической задачи проводилось с учетом и без учета азимутальной анизотропии. Как и в модельном примере, оказалось, что учет анизотропии практически не влияет на латеральное распределение скорости. Пример на рис. 8 показывает, что различия между распределениями скоростей, без учета и с учетом анизотропии незначительны.

В то же время учет анизотропии привел к заметному снижению остаточной среднеквадратичной невязки, что является индикатором реалистичности наличия азимутальной анизотропии в исследуемом регионе. Среднеквадратичные невязки для каждого из рассмотренных периодов приведены в таблице.

Распределение вектора анизотропии для трех периодов изображено на рис. 9, a – $в$.



Р и с. 11. Распределение скоростей для периодов $T = 10$ с (а), 20 с (б) и 30 с (в)

В областях, где ошибка решения для азимута наибольшей оси превышала 15° (там же величина анизотропии оказывалась менее $\sim 2\%$), условно было принято, что анизотропия отсутствует. В этих областях векторы анизотропии не изображены.

Для суждения о том, является ли полученная анизотропия истинной (характеризующей свойства среды) или кажущейся (обусловленной горизонтальными неоднородностями) были вычислены эффективные радиусы сглаживания функций A и B . Из рис. 10, а, б видно, что степень сглаженности характеристик анизотропии весьма значительна: в центральной части области, характеризующейся наилучшим разрешением, величина эффективного радиуса сглаживания составляет около 600 км. Она сравнима с радиусом корреляции неоднородностей (рис. 11, а–в): это заставляет подозревать, что выявленная в решении анизотропия может быть обусловлена особенностями распределения скорости.

Действительно, сильная анизотропия для $T = 30$ с в Западных Карпатах обусловлена тем, что скорости вдоль трасс, ориентированных в направлении с северо-востока

Невязка	Период, с					
	10	12.5	15	20	25	30
Исходная	54.3	53.8	45.1	38.0	35.5	38.2
Остаточная без учета анизотропии	27.9	27.4	26.0	22.2	22.1	24.0
Остаточная с учетом анизотропии	19.5	18.2	16.0	15.5	15.6	17.1

на юго-запад, завышены из-за того, что они пересекают высокоскоростные зоны Динарид и Родопского массива. Соответственно и анизотропия в области Родопского массива может быть объяснена тем, что скорости в северо-западном направлении завышены по сравнению со скоростями в направлении северо-восток – юго-запад. Аналогично может быть прослежена связь выявленной азимутальной анизотропии с латеральным распределением скорости и для остальных периодов.

* * *

Тестирование предложенной методики показало ее эффективность для совместного определения горизонтальных вариаций скорости и азимутальной анизотропии. Однако к ее практическому использованию для интерпретации данных о скоростях поверхностных волн следует подходить с определенной осторожностью, принимая во внимание возможность появления артефакта, а именно, кажущейся азимутальной анизотропии, обусловленной наличием горизонтальных неоднородностей, характерные размеры которых меньше размеров области сглаживания характеристик анизотропии. Этот же вывод относится и к результатам определения анизотропии другими методами: для заключения об истинности анизотропии необходимо оценивать разрешающую способность исходных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Nakanishi I., Don L. Anderson.* Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneity and anisotropy. Part I: analysis of great circle phase velocities // *J. Geophys. Res.* 1983. Vol. 88. P. 10267–10283.
2. *Nakanishi I., Don L. Anderson.* Measurements of mantle wave velocities and inversion for lateral heterogeneity and anisotropy. Part II: analysis by single-station method // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1983. Vol. 78. P. 573–617.
3. *Tanimoto T., Don L. Anderson.* Lateral heterogeneity and azimuthal anisotropy of the upper mantle: Love and Rayleigh waves 100–250 s // *J. Geophys. Res.* 1985. Vol. 90, B2. P. 1842–1858.
4. *Montagner J.P., Nataf H.C.* Vectorial tomography. I. Theory // *Geophys. J.* 1988. Vol. 94. P. 295–307.
5. *Montagner J.P., Tanimoto T.* Global anisotropy in the upper mantle inferred from the regionalization of phase velocities // *J. Geophys. Res.* 1990. Vol. 95. P. 4797–4819.
6. *Tarantola A., Valette B.* Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion // *Rev. Geophys. Space Phys.* 1982. Vol. 20. P. 219–232.
7. *Hadiouche O., Jobert N.* Evidence for anisotropy in North East Africa from geographical and azimuthal distribution of Rayleigh wave velocities and average upper mantle structure // *Geophys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 15, No. 4. P. 365–368.
8. *Дитмар П.Г., Яновская Т.Б.* Обобщение метода Бейкуса–Гильберта для оценки горизонтальных вариаций скорости поверхностных волн // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1987. № 6. С. 30–40.
9. *Yanovskaya T.B., Ditmar P.G.* Smoothness criteria in surface wave tomography // *Geophys. J. Inter.* 1990. Vol. 102. P. 63–72.
10. *Smith M.L., Dahlen F.A.* The azimuthal dependence of Love and Rayleigh wave propagation in a slightly anisotropic medium // *J. Geophys. Res.* 1973. Vol. 78. P. 3321–3333.
11. *Nesterov A.N., Yanovskaya T.B.* Inferences on the lithospheric structure in South-Eastern Europe from surface wave observations // XXII General Assembly ESC. Proceedings and activity report 1988–1990, Vol. I. P. 93–98.
12. *Mantovani E., Nolet G., Panza G.F.* Lateral heterogeneity in the crust of the Italian region from regionalized Rayleigh-wave group velocities // *Ann. Geophys.* 1985. Vol. 3, No. 4. P. 519–530.