I. ГЕОДИНАМИКА

УДК 550.311

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИТОСФЕРЫ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ СЖАТИИ

Б.И.Биргер

Объединенный институт физики Земли Российской академии наук

Проводится анализ устойчивости литосферы при продольном сжатии. Принимается во внимание стабилизирующее влияние гравитации. Рассматривается двухслойная модель литосферы. Верхний слой (хрупкая кора) описывается реологической моделью идеально пластической среды, нижний слой (мантийная литосфера) – нелинейной наследственной реологической моделью, предложенной автором в предыдущей работе. Та же модель, но с другим значением реологического параметра, используется для астеносферы, подстилающей литосферу. Показано, что литосфера устойчива при сжимающих напряжениях порядка 10^9 Па. В предлагаемой реологической модели вертикальные смещения поверхности литосферы убывают со временем не по экспоненциальному, как в реологической модели ньютоновской жидкости, а по степенному закону $t^{-1/3}$. Сжатие литосферы обсуждается как возможный механизм вертикальных движений коры в осадочных бассейнах.

STABILITY OF THE LITHOSPHERE UNDER HORIZONTAL COMPRESSION

B. I. Birger

United Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences

The present discussion addresses the problem of the lithosphere stability under horizontal compression. Stabilizing effects of gravity are included in the formulation. In a two-layer model of the lithosphere, the upper layer (brittle crust) is taken perfectly plastic and the lower layer is described by a nonlinear rheological model having a memory. This model was recently proposed by the author. The same model is used for the underlying asthenosphere, but with a different value of the rheological parameter. It is shown that the lithosphere is stable under horizontal compression of order 10^9 Pa. It is also shown that the displacements of the free upper surface of the lithosphere decrease with time t like $t^{1/3}$, whereas this decrease becomes exponential when the proposed rheology is changed for Newtonian. Compression of the lithosphere is a possible mechanism for vertical crustal movements in sedimentary basins.

ВВЕДЕНИЕ

В геофизике часто исследуются два типа неустойчивости бесконечного горизонтального слоя. Неустойчивость первого типа (конвективная неустойчивость) возникает при подогреве слоя снизу, например, когда температура на нижней его поверхности поддерживается постоянной и превышает постоянную температуру на верхней поверхности слоя. Неустойчивость второго типа, исследованию которой посвящена настоящая работа, возникает при продольном сжатии (или растяжении) слоя. В случае, когда материал слоя – вязкая ньютоновская жидкость, анализ обоих типов неустойчивости представлен в любом учебнике по геофизике, и здесь нет смысла ссылаться на классические работы, в частности на исследования Рэлея по неустойчивости первого типа и Био – второго. Анализ неустойчивости при продольном сжатии (или растяжении) для случая, когда материал слоя – степенная неньютоновская жидкость, был проделан Смитом [1, 2]. Однако детальный анализ Смита, выполненный аналитически, не учитывает влияния гравитации. В задаче о неустойчивости при сжатии гравитация выступает как стабилизирующий фактор: гравитационные силы стремятся сделать поверхность слоя, деформируемую за счет сжатия, плоской. Рикар и Фродево [3], Зубер, Пармантье и Флетчер [4] численно провели анализ неустойчивости при сжатии-растяжении с учетом гравитации, пользуясь реологической моделью степенной жидкости для литосферы.

Однако степенная жидкость не является адекватной реологической моделью литосферы, поскольку данная модель, как и модель ньютоновской жидкости, не обладает памятью. В работе Биргера [5] предложена новая нелинейная наследственная (имеющая память) реологическая модель мантии Земли. Данная модель при постоянных во времени напряжениях ведет себя так же, как модель степенной жидкости, но при переменных напряжениях эти реологические модели существенно отличаются. В рамках предлагаемой нелинейной наследственной модели в [5] получено линейное реологическое соотношение для течения, наложенного на основное течение. Данное линейное реологическое соотношение найдено для случая, когда деформации, связанные с наложенным течением, малы по сравнению с деформациями, вызываемыми основным течением. Течение, возникающее при сжатии-растяжении из-за начальных малых возмущений, является характерным примером наложенного течения. Поэтому настоящую работу можно рассматривать как прямое продолжение работы [5].

Цель данного исследования состоит, конечно, не только в том, чтобы предложить еще один пример задачи, при решении которой следует использовать найденное в работе [5] реологическое соотношение. Главная цель – исследовать неустойчивость литосферы с реальной реологией и выяснить, можно ли, как это предлагается в работах [6, 7], рассматривать течение, возникающее при продольном сжатии литосферы и малых начальных возмущениях ее поверхности, как механизм вертикальных движений земной коры в осадочных бассейнах.

1. РЕОЛОГИЯ ЛИТОСФЕРЫ

В модели ньютоновской вязкой жидкости тензор девиатора напряжений связан с тензором девиатора скорости деформации линейным соотношением

$$\tau_{ij} = 2\eta\dot{\varepsilon}_{ij}, \tag{1}$$

где η – коэффициент ньютоновской вязкости, который является функцией давления и температуры. При более сложной реологии соотношение (1) также применяется, но в этом случае коэффициент η имеет смысл эффективной вязкости, зависящей от напряжений, деформаций и времени, а не только от давления и температуры.

В современных геофизических исследованиях для описания реологии литосферы обычно используется модель степенной неньютоновской жидкости, уравнение которой записывается в виде

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = B\tau^{n-1}\tau_{ij}, \qquad \tau = (\tau_{kl}\tau_{kl}/2)^{1/2}, \tag{2}$$

где B – реологический параметр модели, τ – второй инвариант тензора девиатора напряжений. Характерное значение показателя степени для мантийных пород $n = 3$. Отметим, что для несжимаемой среды, рассматриваемой в настоящей работе, $\dot{\varepsilon}_{ii} = 0$, и, следовательно, можно считать, что в уравнения (1), (2) входит не тензор девиатора скорости деформации, а просто тензор скорости деформации

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = (\partial v_i/\partial x_j + \partial v_j/\partial x_i)/2, \tag{3}$$

где v_i – компоненты скорости. Обращая соотношение (2) и сравнивая результат с уравнением (1), получаем эффективную вязкость степенной жидкости как функцию второго инварианта тензора скорости деформации

$$\eta = (2B)^{-1/n}\dot{\varepsilon}^{(1-n)/n}, \qquad \dot{\varepsilon} = (2\dot{\varepsilon}_{kl}\dot{\varepsilon}_{kl})^{1/2}. \tag{4}$$

Зависимость параметра $1/B$ от давления и температуры, как и аналогичная зависимость для η в модели ньютоновской жидкости (1), определяется законом Аррениуса

$$1/B = (1/B_0)\exp H_a(p)/RT, \qquad H_a(p) = E_a + pV_a, \tag{5}$$

где p – давление, T – температура, R – газовая постоянная, $H_a(p)$ – энтальпия активации, E_a – энергия активации, V_a – активационный объем. Параметры B_0, E_a, и V_a в уравнении (5) зависят от химического состава. Химической границей в литосфере является граница Мохо между корой и мантией. Ниже этой границы находится мантийная литосфера, состоящая из оливина. Минералы, из которых состоит кора (в частности, кварц) – менее вязкие (параметр B для них больше), чем мантийный оливин при тех же самых температуре и давлении. За счет этого нижняя часть коры (коровая астеносфера) – менее вязкая, чем подстилающая мантийная литосфера.

В верхней холодной части коры эффективная вязкость, определяемая равенствами (4) и (5), становится очень высокой. В этом хрупком верхнем слое доминантным механизмом деформации становится не дислокационная ползучесть, описываемая реологическими уравнениями (2)–(5), а механизм, обусловленный движением блоков земной коры по ранее существующим разломам всевозможных ориентаций. Трение на разломах не зависит от скорости деформации. Данный физический механизм приводит к реологической модели идеально пластической среды [8, 9] , описываемой уравнением

$$\tau_{ij} = 2h\dot{\varepsilon}_{ij}/\dot{\varepsilon}, \tag{6}$$

где коэффициент h обычно называют пределом текучести. Как следует из (6), при любых скоростях деформации второй инвариант тензора девиатора напряжений равен пределу текучести: $\tau = h$. Если $\tau < h$, пластических деформаций нет, т.е. нет движений по разломам. Как следует из (1) и (6), идеально пластической реологии соответствует эффективная вязкость

$$\eta = h/\dot{\varepsilon}. \tag{7}$$

Сравнивая (7) и (4), нетрудно убедиться, что идеально пластическую среду можно рассматривать как предельный случай ($n \to \infty$) степенной жидкости. Однако зависимость h от давления и температуры принципиально отличается от соответствующей зависимости $1/B$, определяемой равенством (5). Предел текучести h слабо зависит от температуры и линейно зависит от σ_3, наименьшего из трех главных нормальных напряжений. При одноосном горизонтальном растяжении $\sigma_3 = p - \sigma_{xx}$ (где σ_{xx} – положительное растягивающее напряжение), а при одноосном горизонтальном сжатии $\sigma_3 = p$.

Таким образом, литосфера разбивается на три реологически различных слоя: верхняя кора с идеально пластической реологией, нижняя кора с пониженной эффективной вязкостью и мантийная литосфера. Каждый из этих трех слоев можно упрощенно рассматривать как однородный, а астеносферу, подстилающую трехслойную литосферу, моделировать как однородное полупространство с низкой эффективной вязкостью. Именно такая модель используется в численных исследованиях устойчивости литосферы [3, 4], где говорится не о различной эффективной вязкости, а о различной прочности слоев. Но прочность (в том смысле, в котором она используется в этих работах) есть понятие эквивалентное эффективной вязкости: прочность равна эффективной вязкости, умноженной на скорость деформации $\dot{\varepsilon}_{xx}$, которая предполагается одинаковой для всех слоев.

В настоящей работе мы не будем учитывать уменьшение эффективной вязкости в нижней коре, т.е. будем использовать двухслойную модель литосферы: идеально пластическая кора и мантийная литосфера. Но в качестве реологической модели мантии (и для мантийной литосферы и для подстилающей астеносферы) мы будем применять не степенную жидкость, а наследственную нелинейную реологическую модель, введенную в работе [5]. В этой модели основное стационарное течение описывается точно так же, как в модели степенной жидкости, поскольку при постоянных напряжениях, вызванных стационарным течением, наша модель вырождается в степенную жидкость. Наложенное течение, вызывающее деформации, малые по сравнению с деформациями основного течения, описывается линейной изотропной реологической моделью Андраде (другая нелинейная реологическая модель мантии [10] приводит к анизотропной модели Андраде для наложенного течения).

Модель Андраде связывает возмущение напряжения и возмущение скорости деформации, вызванные наложенным течением, с помощью линейного интегрального соотношения

$$\begin{gathered}\tau_{ij} = 2\int_0^\infty \Pi(t_1)\dot{\varepsilon}_{ij}(t-t_1)dt_1, \\ \Pi(t) = At^{-m}/m\Gamma(m)\Gamma(1-m),\end{gathered} \tag{8}$$

где A – реологический параметр Андраде, m – показатель степени, $\Gamma(m)$ – гамма-функция, интегральное ядро $\Pi(t)$ характеризует память среды. В случае, когда возмущения, вызываемые наложенным течением, зависят от времени как $\exp \Lambda t$, модели Андраде соответствует эффективная вязкость

$$\eta = A\Lambda^{m-1}/m\Gamma(m). \tag{9}$$

Параметры модели Андраде A и m связаны с параметрами модели степенной жидкости B и n соотношениями

$$n = 1/m, \qquad 1/2B = [A/(1-m)\Gamma(m)\Gamma(1-m)]^{1/m} \varepsilon_{tr}^{(1-m)/m}, \tag{10}$$

где ε_{tr} – значение второго инварианта тензора деформации $\varepsilon = (2\varepsilon_{ij}\varepsilon_{ij})^{1/2}$, при котором происходит переход от неустановившейся к установившейся ползучести. Характерным значением показателя m для мантийных пород является $m = 1/3$. При таком значении m коэффициенты в формулах (9) и (10) оцениваются как $m\Gamma(m) \approx 1$ и $(1-m)\Gamma(m)\Gamma(1-m) \approx 3$.

Используя оценки параметров B_0, E_a и V_a в формуле (5), найденные экспериментально для минералов мантийной и коровой литосферы [8], получаем среднее по глубине литосферы (не учитывается только ее верхний хрупкий слой с идеально пластической реологией) значение реологического параметра $B \approx 10^{-33}\,\text{Па}^{-3}\text{с}^{-1}$. Тогда, как следует из (10) при $\varepsilon_{tr} \approx 10^{-1}$ и $m = 1/3$, среднее значение реологического параметра Андраде для литосферы оценивается как $A \approx 10^{12}\,\text{Па}\,\text{с}^{1/3}$.

Модель Андраде была предложена в работе [11] для описания неустановившейся ползучести, которая имеет место при течениях, связанных с достаточно малыми деформациями в мантии. Эта модель обобщает известный реологический закон Андраде на случай переменных напряжений. Как показано в [5], реологическое уравнение нелинейной наследственной модели мантии сводится к уравнению Андраде для течения, которое наложено на основное течение, связанное с большими деформациями. Однако в случае наложенного течения уравнения (8) и (9) модели Андраде справедливы только при выполнении условия

$$|\Lambda|\varepsilon_{tr}/\dot{\bar{\varepsilon}} \gg 1, \tag{11}$$

где $\dot{\bar{\varepsilon}}$ – второй инвариант тензора скорости деформации для основного течения. Деформации, скорости деформаций и напряжения, связанные с основным течением, обозначены чертой сверху. Как показывает неравенство (11), применение модели Андраде законно только при достаточно высоких инкрементах Λ. Если же $|\Lambda|\varepsilon_{tr}/\dot{\bar{\varepsilon}} \ll 1$, наложенное течение, как и основное, описывается в рамках модели степенной жидкости.

Таким образом, реологический закон, описывающий наложенное течение в рамках нашей нелинейной наследственной реологической модели мантии, имеет две асимптотики: модель Андраде при высоких инкрементах (или частотах, если инкременты – чисто мнимые) и модель степенной жидкости при низких инкрементах (или частотах). Общее уравнение нелинейной наследственной модели мантии мы здесь не выписываем, его можно найти в [5]. В настоящей работе будет использовано только асимптотическое соотношение (9) для наложенного течения и ограничивающее его применение условие (11).

2. УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЯ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Рассмотрим систему, состоящую из горизонтального однородного слоя несжимаемой ньютоновской жидкости толщиной d, лежащего на однородном несжимаемом полупространстве, материал которого обладает другой, чем слой, ньютоновской вязкостью. Будем рассматривать только состояние плоской деформации в xz плоскости, где x – горизонтальная, а z – вертикальная координата. Начало координат поместим на нижней поверхности слоя. Тогда для слоя $0 < z < d$, а для полупространства $z < 0$. Пусть рассматриваемая система подвергается однородному горизонтальному растяжению, т.е. имеется однородное горизонтальное основное течение, для которого $\dot{\bar{\varepsilon}}_{xx} = \gamma$, где γ – фиксированная константа (в случае сжатия $\gamma < 0$). Тогда в силу несжимаемости среды $\dot{\bar{\varepsilon}}_{zz} = -\gamma$. Остальные компоненты тензора скорости деформации для основного течения равны нулю. Такого рода течение можно назвать течением чистого сдвига. Отличные от нуля компоненты тензора напряжений имеют вид

$$\bar{\sigma}_{xx} = -p_0(z) - \bar{p} + 2\eta\gamma, \tag{12}$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = -p_0(z) - \bar{p} - 2\eta\gamma, \tag{13}$$

где p_0 – гидростатическое давление: $p_0 = \rho g(d - z)$, ρ – плотность, g – ускорение силы тяжести; $\bar{p}$ – дополнительное давление, вызванное основным течением чистого сдвига. Поскольку верхняя поверхность слоя ($z = d$) свободна от напряжений, положив в равенстве (13) $\bar{\sigma}_{zz} = 0$ при $z = d$, находим $\bar{p} = -2\eta\gamma$. Подставляя полученное значение $\bar{p}$ в равенство (12), находим, что на верхней поверхности слоя $z = d$

$$\bar{\sigma}_{xx} = 4\eta\gamma. \tag{14}$$

Чтобы исследовать устойчивость течения чистого сдвига, выпишем систему уравнений для возмущений физических переменных

$$\begin{aligned} -\partial p/\partial x + \partial \tau_{xx}/\partial x + \partial \tau_{xz}/\partial z &= 0, \\ -\partial p/\partial z + \partial \tau_{xz}/\partial x + \partial \tau_{zz}/\partial z &= 0, \\ \partial v_x/\partial x + \partial v_z/\partial z &= 0. \end{aligned} \tag{15}$$

Уравнения (15) вместе с реологическим уравнением (1) и соотношением (3) образуют замкнутую систему уравнений. Поскольку мы рассматриваем бесконечный горизонтальный слой, в силу симметрии задачи естественно исследовать поведение возмущений, периодических по горизонтали. Предполагается, что возмущения p, τ_{xx}, τ_{zz} и v_z пропорциональны $\cos kx$, а возмущения τ_{xz} и v_x пропорциональны $\sin kx$. Исключая из уравнений (1),(3) и (15) все переменные, кроме v_z, находим соотношения

$$v_x = -Dv_z/k, \tag{16}$$

$$p = \eta[(D^3/k^2) - D]v_z, \tag{17}$$

$$\tau_{zz} = -\tau_{xx} = 2\eta D v_z, \tag{18}$$

$$\tau_{xz} = -\eta(D^2 + k^2)v_z/k, \tag{19}$$

а для $v_z(z)$ получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$(D^2 - k^2)^2 v_z = 0, \tag{20}$$

где $D = d/dz$. Предполагается, что все возмущения зависят от времени как $\exp \Lambda t$. Таким образом, возмущение вертикальной скорости ищется в виде

$$v_z = v_z(z) \exp \Lambda t \cos kx. \tag{21}$$

В формулы (16)–(20) входят зависящие только от z амплитуды возмущений физических переменных.

На верхней границе слоя отсутствуют нормальные и касательные напряжения

$$z = d, \qquad -p + \tau_{zz} + \rho g u_z = 0, \tag{22}$$
$$\tau_{xz} - \bar{\sigma}_{xx} \partial u_z / \partial x = 0, \tag{23}$$

где $\bar{\sigma}_{xx}$ определяется равенством (14), а вертикальное смещение u_z верхней поверхности слоя связано со скоростью на данной поверхности уравнением

$$du_z/dt = -\gamma u_z + v_z. \tag{24}$$

Как следует из (21) и (24) , амплитуды вертикального смещения и вертикальной скорости на верхней поверхности связаны соотношением

$$v_z = (\Lambda + \gamma) u_z. \tag{25}$$

Подставляя (17), (18), (19) и (25) в уравнения (22) и (23), записываем граничные условия в виде

$$z = d, \qquad [D^2 + k^2 - (\bar{\sigma}_{xx} k^2 / \lambda \eta)] v_z = 0, \tag{26}$$
$$[3D - (D^3/k^2) + (\rho g / \lambda \eta)] v_z = 0. \tag{27}$$

В этих формулах введено обозначение $\lambda = \Lambda + \gamma$. Обычно λ называют динамическим инкрементом, а полный инкремент представляют в виде суммы динамического и кинематического $-\dot{\bar{\varepsilon}}_{xx} = -\gamma$ инкрементов [1]. Следует отметить, что основное течение чистого сдвига является устойчивым или неустойчивым в зависимости от знака Λ (или от знака действительной части Λ, если Λ – комплексное число).

Чтобы получить граничные условия на нижней поверхности слоя, решим уравнение (20) при $z < 0$. Общее решение содержит четыре произвольные константы. Две из этих констант следует положить равными нулю, чтобы выполнить условие ограниченности решения при $z \to -\infty$. Исключая две оставшиеся константы из четырех условий непрерывности (непрерывность вертикальной и горизонтальной скоростей и нормального и касательного напряжений) на границе $z = 0$, находим граничные условия

$$z = 0, \qquad (D^3 - 3k^2 D + b2k^3) v_z = 0, \tag{28}$$
$$[D^2 + k^2 - b2kD - (\bar{\sigma}_{xx} k^2 (1 - b)/\lambda \eta)] v_z = 0, \tag{29}$$

где $b = \eta_2/\eta_1$, η_2 – вязкость полупространства, $\eta_1 = \eta$ – вязкость слоя. Напряжение $\bar{\sigma}_{xx}$, но не скорость деформации γ для основного течения, меняется по глубине и терпит разрыв на границе $z = 0$, так как на этой границе скачком меняется вязкость. В граничных условиях (26), (29) и во всех дальнейших формулах под $\bar{\sigma}_{xx}$ понимается его значение на верхней границе $z = d$, определяемое равенством (14), т.е. $\bar{\sigma}_{xx} = 4\eta\gamma$.

Общее решение уравнения (20) имеет вид

$$v_z = C_1\text{ch}kz + C_2z\text{ch}kz + C_3\text{sh}kz + C_4z\text{sh}kz, \tag{30}$$

где C_i – произвольные константы. Подставляя (30) в граничные условия (26)–(29) и приравнивая определитель системы однородных алгебраических уравнений нулю, находим характеристическое уравнение задачи о вязком слое на полупространстве другой вязкости

$$\begin{aligned}
&4\lambda^2\eta^2a[b^2(1 + a^2 - a^2\text{th}^2a) + 2b\text{th}a + \text{th}^2a - a^2 + a^2\text{th}^2a] + \\
&+2\lambda\eta\left\{\rho gd[b^2(\text{th}a - a + a\text{th}^2a) + b(\text{th}^2a + 1) + a + \text{th}a - a\text{th}^2a]-\right.\\
&\left.-\bar{\sigma}_{xx}(1 - b)(b + 2)a^3(\text{th}^2a - 1)\right\} + (\bar{\sigma}_{xx}^2a^2 + \bar{\sigma}_{xx}\rho gd)(1 - b)a(\text{th}^2a - 1) = 0,
\end{aligned} \tag{31}$$

где введено безразмерное волновое число $a = kd$. В случае, когда вязкость полупространства значительно ниже, чем вязкость слоя, т.е. когда $b \to 0$, уравнение (31) переписывается в виде

$$\begin{aligned}
&4\lambda^2\eta^2a(\text{th}^2a - a^2 + a^2\text{th}^2a) + 2\lambda\eta[\rho gd(a + \text{th}a - a\text{th}^2a) - 2\bar{\sigma}_{xx}a^3(\text{th}^2a - 1)] + \\
&+(\bar{\sigma}_{xx}^2a^2 + \bar{\sigma}_{xx}\rho gd)a(\text{th}^2a - 1) = 0.
\end{aligned} \tag{32}$$

Еще более простой вид уравнение (31) приобретает при $b \to 0$ и $a \ll 1$ (длина волны значительно превосходит толщину слоя). В этом случае

$$4a^4\lambda^2\eta^2 + 12(\rho gd + a^2\bar{\sigma}_{xx})\lambda\eta - 3\bar{\sigma}_{xx}(\rho gd + a^2\bar{\sigma}_{xx}) = 0. \tag{33}$$

Для системы литосфера-астеносфера параметр b действительно можно считать малым. В рамках однородной модели литосферы, применяемой в настоящем разделе, нет смысла рассматривать большие значения a (короткие волны), так как при этом было бы необходимо учитывать верхний тонкий коровый слой литосферы с идеально пластической реологией. Кроме того, для литосферы $\bar{\sigma}_{xx}$ не превосходит ρgd. Учитывая это условие и раскладывая решение уравнения (33) в степенной ряд по малому a, получим значения двух корней Λ данного уравнения (напомним, что $\Lambda = \lambda - \gamma$)

$$\begin{aligned}
&\Lambda_1 = -3\rho gd/\eta a^4 + \ldots, \\
&\Lambda_2 = -\bar{\sigma}_{xx}^2a^4/48\rho gd\eta + \ldots .
\end{aligned} \tag{34}$$

Поскольку оба корня отрицательны, рассматриваемое течение чистого сдвига является устойчивым.

Если пренебречь влиянием гравитации, положив $\rho gd = 0$, решение уравнения (32) примет вид

$$\Lambda_{1,2} = [a/(a \pm \mathrm{sh}a) - 1/2]\bar{\sigma}_{xx}/2\eta. \tag{35}$$

Это классическое решение задачи устойчивости слоя со свободными границами, подвергнутого сжатию (или растяжению). Знак "–" в формуле (35) соответствует складчатости. В этом случае обе границы слоя деформируются как $\cos kx$, и слой, изгибаясь, сохраняет постоянную толщину. Знак "+" в формуле (35) соответствует будинажу. При будинаже верхняя граница деформируется как $\cos kx$, а нижняя – как $\sin kx$, и, следовательно, слой периодически утолщается и утоньшается. Поскольку $\mathrm{sh}a > a$ при любых положительных a, неустойчивость в виде складчатости возникает при сжатии ($\bar{\sigma}_{xx} < 0$), а при растяжении имеет место устойчивость. Отметим, что в степенной жидкости ($n > 1$) при растяжении может возникать неустойчивость в виде будинажа [1].

Найденное выше решение с инкрементом Λ_1, определяемым формулами (34), соответствует возникновению складчатости в гравитационном поле (обе границы деформируются по закону $A\cos kx$, но амплитуда A на верхней границе отличается от амплитуды на нижней). Инкремент Λ_2 в формулах (34) соответствует будинажу при учете гравитации.

3. УСТОЙЧИВОСТЬ ИДЕАЛЬНО ПЛАСТИЧЕСКОГО СЛОЯ

Рассмотрим задачу об устойчивости слоя с реологией степенной жидкости при горизонтальном растяжении или сжатии. Основное течение в слое характеризуется эффективной вязкостью

$$\bar{\eta} = (2B)^{-1/n}\dot{\bar{\varepsilon}}^{(1-n)/n}, \tag{36}$$

где, как уже было сказано, чертой сверху обозначаются характеристики основного течения. Соотношения (12)–(16), выписанные ранее для слоя с ньютоновской реологией, остаются справедливыми, если заменить ньютоновскую вязкость η на эффективную вязкость $\bar{\eta}$. Соотношения (17)–(19), характеризующие наложенное течение, для степенной жидкости следует заменить на

$$p = \bar{\eta}[(D^3/k^2) + (1 - 2/n)D]v_z, \tag{37}$$

$$\tau_{zz} = -\tau_{xx} = 2(\bar{\eta}/n)Dv_z, \tag{38}$$

$$\tau_{xz} = -\bar{\eta}(D^2 + k^2)v_z/k. \tag{39}$$

В отличие от ньютоновской жидкости в степенной жидкости наложенное течение описывается анизотропными реологическими соотношениями. При $n = 1$ (предельный случай ньютоновской жидкости) соотношения (37)–(39) вырождаются в изотропные соотношения (17)–(19).

Подставляя (37)–(39) в уравнения (15), получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$[D^4 + 2(1 - 2/n)k^2D^2 + k^4]v_z = 0, \tag{40}$$

которое при $n = 1$ вырождается в уравнение (20). Подставляя (37)–(39) в граничные условия, введенные в предыдущем разделе, нетрудно получить краевую задачу о неустойчивости слоя степенной жидкости, подстилаемого полупространством с ньютоновской реологией.

Нас интересует только показатель степени $n = \infty$, при котором степенная жидкость вырождается в идеально пластическую среду (реологическая модель коры). В этом случае общее решение уравнения (40) записывается как

$$v_z = C_1 \cos kz + C_2 z \cos kz + C_3 \sin kz + C_4 z \sin kz. \tag{41}$$

Характеристическое уравнение, которое получится после подстановки (41) в граничные условия, принимает вид

$$2b^2\lambda^2\bar{\eta}^2(1+\mathrm{tg}^2 a) + b^2\lambda\bar{\eta}\left\{\rho g d[(1+\mathrm{tg}^2 a)(1+1/ba) - (\mathrm{tg}a/a)] - \bar{\sigma}_{xx}\mathrm{tg}^2 a\right\} + \\ +(b-1)[\bar{\sigma}_{xx}^2\mathrm{tg}^2 a + \bar{\sigma}_{xx}\rho g d(\mathrm{tg}a/a)] = 0, \tag{42}$$

где $a = kd$, как и выше, а $b = \eta_2/\eta_1$, где η_2 – ньютоновская вязкость полупространства, $\eta_1 = \bar{\eta}$ – эффективная вязкость идеально пластической среды, причем, как следует из (7), $\bar{\eta} = h/\dot{\bar{\varepsilon}}$.

Поскольку предполагается, что эффективная вязкость верхней коры с идеально пластической реологией заметно выше, чем эффективная вязкость подстилающих ее слоев, перепишем уравнение (42) для случая, когда $b \ll 1$:

$$2b^2\lambda^2\bar{\eta}^2 a(1+\mathrm{tg}^2 a) + b\lambda\bar{\eta}(1+\mathrm{tg}^2 a)\rho g d - \bar{\sigma}_{xx}\mathrm{tg}a(\bar{\sigma}_{xx}a\mathrm{tg}a + \rho g d) = 0. \tag{43}$$

При $a \ll 1$ уравнение (43) принимает вид

$$2b^2\lambda^2\bar{\eta}^2 a + b\lambda\bar{\eta}\rho g d - \bar{\sigma}_{xx}a(\rho g d + a^2\bar{\sigma}_{xx}) = 0. \tag{44}$$

Раскладывая по малому a и переходя к полным инкрементам Λ, корни уравнения (44) запишем как

$$\Lambda_1 = -\rho g d/2b\bar{\eta}a - \bar{\sigma}_{xx}/4\bar{\eta}, \tag{45}$$

$$\Lambda_2 = -(\bar{\sigma}_{xx}/4\bar{\eta})[1-(4a/b)]. \tag{46}$$

Первый корень Λ_1 не приводит к неустойчивости, так как a и b малы, и второе слагаемое в правой части (45) всегда меньше по абсолютной величине, чем первое. Второй корень Λ_2 определяет неустойчивость при сжатии ($\bar{\sigma}_{xx} < 0$), если $a < b/4$, и неустойчивость при растяжении ($\bar{\sigma}_{xx} > 0$), если $a > b/4$.

Имея в виду приложение результатов решения задачи к анализу устойчивости литосферы, мы можем не рассматривать очень малые значения a: подстилающую кору мантийной литосферы можно моделировать как полупространство только тогда, когда $a > b/4$ и возникает неустойчивость при растяжении. Имеет смысл вообще снять ограничение $a \ll 1$ и вычислять Λ, используя уравнение (43). Например, при $a = \pi/4$ один из инкрементов всегда отрицательный, а второй – имеет вид

$$\Lambda = -(1-2/b)\bar{\sigma}_{xx}/4\eta. \tag{47}$$

Поскольку $b \ll 1$, инкремент (47) дает неустойчивость при растяжении. При $a = \pi/2$ неустойчивость связана с инкрементом

$$\Lambda = -[1-(2\pi\bar{\sigma}_{xx}/b\rho g d)]\bar{\sigma}_{xx}/4\bar{\eta}. \tag{48}$$

В этом случае неустойчивость возникает как при растяжении, так и при сжатии, поскольку $b \ll 1$ и правая часть уравнения (48) содержит квадрат напряжения.

Слой с идеально пластической реологией моделирует верхнюю хрупкую кору. Поэтому в настоящем разделе работы под толщиной слоя d понимается толщина хрупкой коры порядка нескольких десятков километров, а не толщина всей литосферы, достигающая 200 км, как в предыдущем разд. 2. Следовательно, рассматриваемым возмущениям, для которых a – порядка единицы, соответствуют длины волн, не превышающие 100 км. В работах [3, 4] исследуется неустойчивость литосферы именно при таких коротковолновых возмущениях.

Теперь рассмотрим случай, когда под идеально пластическим слоем лежит полупространство, обладающее наследственной реологией с показателем $m = 1/3$. Тогда для наложенного течения эффективная вязкость, согласно сказанному в разд. 1, определена как

$$\eta(\Lambda) = A\Lambda^{-2/3}, \qquad |\Lambda| \gg \dot{\bar{\varepsilon}}/\varepsilon_{tr}, \tag{49}$$

$$\eta(\Lambda) \equiv \bar{\eta}, \qquad |\Lambda| \ll \dot{\bar{\varepsilon}}/\varepsilon_{tr}, \tag{50}$$

причем, как следует из (36) и (10), эффективная вязкость $\bar{\eta}$ основного течения, для которого справедлива модель степенной жидкости, может быть записана как

$$\bar{\eta} = A(\dot{\bar{\varepsilon}})^{-2/3}\varepsilon_{tr}^{2/3}/3. \tag{51}$$

Если подстилающее полупространство обладает ньютоновской реологией, неустойчивость описывается формулой (46), которая определяет положительный инкремент при растяжении. В этой формуле безразмерный параметр $b = \eta_2/\eta_1$ представляет собой отношение эффективных вязкостей полупространства и пластического слоя. Подставляя в (46) в качестве η_2 эффективную вязкость, данную формулой (49), приходим к уравнению

$$A(\Lambda + \gamma) = \bar{\sigma}_{xx} a\Lambda^{2/3}. \tag{52}$$

Если кинематический инкремент γ мал по сравнению с полным инкрементом Λ, решение уравнения (52) имеет вид

$$\Lambda = (\bar{\sigma}_{xx} a/A)^3. \tag{53}$$

Условие $\Lambda \gg \gamma$, при котором справедливо соотношение (53), приводит к следующему ограничению на величину a:

$$a \gg \gamma^{1/3} A/\bar{\sigma}_{xx}. \tag{54}$$

С другой стороны, используя условие применимости реологического соотношения (49), получаем, что формула (53) справедлива только в случае, когда

$$a \gg (2\gamma/\varepsilon_{tr})^{1/3} A/\bar{\sigma}_{xx}. \tag{55}$$

При записи неравенства (55) использовано соотношение $\dot{\bar{\varepsilon}} = 2|\gamma|$, справедливое для течения чистого сдвига. Так как $\varepsilon_{tr} \ll 1$, ограничение (55) является более сильным, чем ограничение (54). Формула (55) ограничивает безразмерное волновое число a снизу. Кроме того, a ограничено и сверху, поскольку уравнение (46), а следовательно, и уравнение (52) получено при условии $a \ll 1$.

Формула (53) получена с помощью замены в найденном для ньютоновской жидкости решении коэффициента вязкости его аналогом, характеризующим среду Андраде при экспоненциальной зависимости деформаций от времени. Рассмотрим ситуацию, к которой приводит такая замена на самом простом примере. Допустим, что для ньютоновской среды устойчивость определяется инкрементом

$$\Lambda = c/\eta.$$

Если число c положительно, имеет место неустойчивость, а при $c < 0$ – устойчивость. Подставляя в это соотношение вместо коэффициента вязкости η эффективную вязкость $A\Lambda^{-2/3}$ среды Андраде, находим

$$A\Lambda^{1/3} = c. \tag{56}$$

Если $c > 0$, то корень этого уравнения $\Lambda = (c/A)^3$ положительный (неустойчивость). Но если $c < 0$, уравнение (56) не имеет корня. Действительно, $\Lambda = -(|c|A)^3$ не является корнем уравнения (56), поскольку в реологическом уравнении Андраде (49) под $\Lambda^{-2/3}$ подразумевается главная ветвь этой трехзначной функции (для этой ветви $0 \le \arg\Lambda < 2\pi$). Чтобы исследовать случай, когда $c < 0$, можно использовать преобразование Лапласа. В разд. 4 с помощью преобразования Лапласа будет показано, что в среде Андраде возмущение устойчивого состояния стремится к нулю не как $\exp\Lambda t$, где $\Lambda < 0$, а как $t^{-1/3}$.

4. УСТОЙЧИВОСТЬ СЛОЯ С НАСЛЕДСТВЕННОЙ РЕОЛОГИЕЙ

Рассмотрим задачу об устойчивости слоя с наследственной реологией при горизонтальном сжатии (или растяжении). Слой подстилается полупространством, эффективная вязкость которого мала по сравнению с эффективной вязкостью слоя ($b = 0$). Аналогичная задача была рассмотрена в разд. 2 работы для слоя ньютоновской жидкости. Применение преобразования Лапласа делает возможным более детальное исследование устойчивости: задаем начальное возмущение основного состояния и прослеживаем развитие возмущения во времени, в частности, когда возмущение зависит от времени не по экспоненциальному закону.

Преобразованное по Лапласу реологическое уравнение Андраде для наложенного течения (8) принимает вид

$$\tau^*_{ij}(s) = 2\eta(s)\varepsilon^*_{ij}(s), \tag{57}$$

где звездочка обозначает преобразование Лапласа, s – лапласовская переменная, $\eta(s) = \Pi^*(s)$, т.е. эффективная вязкость представляет собой лапласовское изображение интегрального ядра памяти. Эффективная вязкость $\eta(s)$ для рассматриваемой наследственной среды, которая ведет себя как среда Андраде только при быстро изменяющихся скоростях, определяется соотношениями (49) и (50), в которых Λ следует изменить на s.

Соотношения (15)–(20), (22) и (23) не содержат производных по времени и сохраняют свой вид после лапласовского преобразования. Преобразованное по Лапласу соотношение (24) записывается как

$$(s+\gamma)u_z^* = v_z^* + u_z(d,0), \tag{58}$$

где $u_z(d,0)$ – смещение на верхней поверхности слоя $z = d$ в начальный момент времени $t = 0$.

Подставляя соотношение между скоростью и смещением (58) в граничные условия, приходим к краевой задаче для лапласовского изображения $v_z^*(z,s)$ вертикальной скорости. Дифференциальное уравнение

$$(D^2 - k^2)^2 v_z^* = 0 \tag{59}$$

следует решать при граничных условиях

$$\begin{aligned} z = d, \quad & [(s+\gamma)\eta(s)(D^2+k^2) - \bar{\sigma}_{xx}k^2]v_z^* = u_0\bar{\sigma}_{xx}k^2, \\ & [(s+\gamma)\eta(s)(3k^2D - D^3) - \rho g k^2]v_z^* = -u_0\rho g k^2, \end{aligned} \tag{60}$$

где введено обозначение $u_0 = u_z(d,0)$. На нижней поверхности слоя $z = 0$ граничные условия описываются уравнениями (60) с нулевыми правыми частями (рассматривается случай, когда в начальный момент времени возмущается только верхняя поверхность слоя).

Решив краевую задачу (59), (60), находим $v_z^*(z,s)$. Подставив найденное лапласовское изображение скорости в соотношение (58), получаем лапласовское изображение смещения верхней границы

$$u_z^*(d,s) = u_0E/\{s+\gamma-[y_1/\eta(s)]\} + u_0(1-E)/\{s+\gamma-[y_2/\eta(s)]\}, \tag{61}$$

где y_1, y_2 – корни алгебраического уравнения, которое получается из уравнения (32) после замены $\lambda\eta = y$,

$$\begin{aligned} & E = [y_1 - Q(a)\bar{\sigma}_{xx}]/(y_1 - y_2), \\ & Q(a) = a^2(\text{th}^2 a - 1)/2(\text{th}^2 a + a^2\text{th}^2 a - a^2), \end{aligned}$$

$a = kd$ – безразмерное волновое число. При $a \ll 1$ функция $Q(a)$ принимает вид $Q(a) = -3/2a^2$. Отметим, что коэффициенты y_1, y_2 и E в формуле (61) не зависят от реологии среды, а являются функциями $\bar{\sigma}_{xx}$, $\rho g d$ и a.

В случае ньютоновской реологии в формуле (61) $\eta(s) \equiv \eta$, где η – обычный ньютоновский коэффициент вязкости. Обращая лапласовское изображение (61), находим

$$u_z(d,t) = u_0[E\exp\Lambda_1 t + (1-E)\exp\Lambda_2 t],$$

где

$$\Lambda_{1,2} = -\gamma + (y_{1,2}/\eta). \tag{62}$$

Формула (62) дает те же самые инкременты Λ_1 и Λ_2, которые были найдены в разд. 2 работы.

В случае реологии Андраде в формулы (57) и (61) следует подставить

$$\eta(s) = As^{-2/3}. \tag{63}$$

Обращение лапласовского изображения (61) сводится к нахождению оригинала для изображения

$$f^*(s) = 1/[s + \gamma - (ys^{2/3}/A)]. \tag{64}$$

Учитывая, что формула (63) справедлива только при условии $|s| \gg 2|\gamma|/\varepsilon_{tr}$, а $\varepsilon_{tr} \ll 1$, правую часть (64) можно записать в виде

$$f^*(s) = s^{-2/3}/[s^{1/3} - (y/A)], \quad |s| \gg 2|\gamma|/\varepsilon_{tr}. \tag{65}$$

Чтобы обратить лапласовское изображение (65) воспользуемся известной теоремой об асимптотическом поведении оригинала [12]. Согласно этой теореме для нахождения асимптотики при $t \to \infty$ достаточно знать поведение лапласовского изображения в окрестности особой точки s_0, имеющей наибольшую действительную часть по сравнению с другими особыми точками. Раскладывая $f^*(s)$ в окрестности особой точки s_0 в ряд по степеням $s - s_0$ и обращая каждый член ряда, получаем асимптотическое разложение оригинала $f(t)$. Лапласовское изображение, определяемое равенством (65), имеет две особые точки: полюс $s = y/A$ и точку ветвления $s = 0$. Для литосферы y_1 и y_2 отрицательны. Когда $y < 0$, асимптотика определяется особой точкой $s = 0$. Сохраняя только первый член в асимптотическом разложении оригинала, получаем

$$f(t) = At^{-1/3}/y\Gamma(2/3). \tag{66}$$

Тогда, как следует из (61), (64) и (66), смещение верхней поверхности зависит от времени как

$$u_z(d,t) = u_0 A t^{-1/3}[E/y_1 + (1-E)/y_2]/\Gamma(2/3). \tag{67}$$

Формула (67) справедлива в интервале времени

$$(A/|y|)^3 \ll t \ll \varepsilon_{tr}/2|\gamma|, \tag{68}$$

где ограничение снизу связано с тем, что мы рассматриваем асимптотическое решение, а ограничение сверху определяется применимостью модели Андраде.

Когда безразмерное волновое число a – порядка единицы, y для литосферы имеет тот же порядок величины, что и $\rho g d \approx 6 \times 10^9$ Па. Реологический параметр Андраде был оценен выше как $A \approx 10^{12}$ Па с$^{1/3}$, переходное значение инварианта тензора деформации $\varepsilon_{tr} \approx 10^{-1}$, а характерная скорость деформации основного течения, которое определяется движением литосферных плит, оценивается как $\dot{\varepsilon} = 2|\gamma| \approx 10^{-15}c^{-1}$. Подставляя данные оценки в (68), получаем интервал применимости формулы (67) для литосферы: 1 год $\ll t \ll 10^6$ лет.

Реологическое соотношение (63) не учитывает упругость среды. Если учесть упругость, эффективную вязкость следует записать в виде

$$\eta(s) = 1/[(s^{2/3}/A) + (s/\mu)], \tag{69}$$

где μ – упругий модуль сдвига. Таким образом, замена соотношения (69) соотношением (63) (т.е. пренебрежение упругостью) законна при условии $s \ll (A/\mu)^3$. После перехода к оригиналу данное условие принимает вид $t \gg (A/\mu)^3$. Для литосферы μ оценивается как 10^{11} Па, что значительно превышает y. Поэтому рассматривая решение во временном интервале (68), т.е. на временах, значительно превышающих 1 год, мы действительно можем не учитывать упругость среды.

5. ГОРИЗОНТАЛЬНОЕ СЖАТИЕ ЛИТОСФЕРЫ КАК МЕХАНИЗМ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ В ОСАДОЧНЫХ БАССЕЙНАХ

Во многих исследованиях, относящихся к различным геологическим регионам, горизонтальное сжатие литосферы рассматривается как механизм, вызывающий вертикальные движения в осадочных бассейнах. Теоретической базой для этих исследований послужила работа Ламбека [6]. Ламбек показал: когда даже горизонтальное сжатие недостаточно велико для того, чтобы вызвать неустойчивость литосферы, оно может служить причиной вертикальных движений в осадочных бассейнах, если к моменту приложения сжимающего напряжения существуют начальные изостатически скомпенсированные возмущения рельефа земной поверхности. В этом случае даже относительно небольшое сжатие существенно увеличивает со временем начальные возмущения рельефа.

Решая задачу о временной эволюции вертикальных смещений сжимаемого слоя, Ламбек использовал для рассматриваемого слоя приближение тонкой пластины. Это приближение справедливо в том случае, когда длины волн возмущений значительно превосходят толщину слоя. С точностью до обозначений основное уравнение работы [6] можно записать в виде

$$dw/dt - rw + q(w - w_{eq}) = 0, \tag{70}$$

где $w \equiv u_z$ – текущая амплитуда вертикального смещения пластины (вертикальное смещение имеет вид $w(t)\cos kx$, причем $kd \ll 1$), w_{eq} – амплитуда смещения в состоянии равновесия, при котором нет горизонтального сжатия. Имеющие размерность с^{-1} параметры r и q определены как

$$r = -3\bar{\sigma}_{xx}/\eta d^2 k^2, \qquad q = 3\rho g/\eta d^3 k^4. \tag{71}$$

Параметр r, как и параметр q, положителен, поскольку постоянное напряжение $\bar{\sigma}_{xx}$, приложенное в начальный момент времени $t = 0$, является отрицательным (сжатие).

В отличие от Ламбека, который использовал реологическую модель Максвелла, мы используем модель ньютоновской жидкости, выписывая формулы (70) и (71). Как известно, среда Максвелла ведет себя как ньютоновская жидкость при достаточно медленных процессах. В случае экспоненциальной зависимости деформаций от времени упругостью можно пренебречь, если $|\Lambda| \ll \mu/\eta$. Для литосферы $\mu/\eta \approx 10^{-10}\text{с}^{-1} \approx 3\times10^{-3}$ год$^{-1}$, если оценивать вязкость как $\eta \approx 10^{21}$Па с. Такая оценка эффективной ньютоновской вязкости следует из формулы (51) при введенных выше оценках A, $\dot{\bar{\varepsilon}}$ и ε_{tr}. Ламбек же пользовался оценкой $\eta \approx 10^{25}$Па с, которая не соответствует современным представлениям о прочности и эффективной вязкости литосферы, и при такой высокой вязкости был вынужден учитывать упругость.

Решение дифференциального уравнения (70) с начальным условием $w(0) = w_0$ имеет вид

$$w(t) = [w_0 - (q/(q-r))w_{eq}]\exp(r-q)t + (q/q-r)w_{eq}. \tag{72}$$

Как видно из (72), при $t \to \infty$ функция $w(t)$ стремится к стационарному решению $(q/(q-r))w_{eq}$ уравнения (70), когда $r < q$ (именно такое соотношение параметров характеризует литосферу). Если начальное смещение w_0 меньше, чем $(q/(q-r))w_{eq}$, решение (72) описывает нарастание смещения w со временем, т.е. постепенное углубление осадочного бассейна.

Итак, следуя, хотя и не буквально, работе [6], мы рассмотрели решение (72), которое соответствует задаче с начальным условием для дифференциального уравнения (70). Но полученный результат истолковывается просто и в рамках теории устойчивости. Пока не приложено сжимающее напряжение $\bar{\sigma}_{xx}$, равновесным является такое состояние, при котором поверхность слоя не плоская, а волнообразная с амплитудой смещения w_{eq}. После приложения сжимающего напряжения равновесным становится состояние, при котором амплитуда смещения поверхности есть $(q/(q-r))w_{eq}$. Если ввести новую переменную

$$w'(t) = w(t) - (q/(q-r))w_{eq}, \tag{73}$$

т.е. отсчитывать смещение от его равновесного (при сжимающем напряжении) значения $(q/(q-r))w_{eq}$, вместо (72) получаем

$$w'(t) = w'(0)\exp(r-q)t. \tag{74}$$

Поскольку $r - q < 0$, равновесие, при котором амплитуда смещения поверхности есть $(q/(q-r))w_{eq}$, является устойчивым. Допустим, что начальное возмущение $w'(0)$ отрицательно, т.е. начальное возмущение делает бассейн мельче. Тогда чтобы достигнуть равновесного состояния, бассейн углубляется со временем.

Данный результат, описываемый формулой (74), сразу следует из решения задачи устойчивости, найденного в разд. 2, если считать, что в равновесном состоянии поверхность слоя гармонически деформирована и отсчитывать смещения поверхности от этого состояния. Инкремент $r - q$ в формулах (72)–(74) равен, как следует из (71), инкременту Λ_1, определенному формулами (34). Второй инкремент Λ_2, определяемый формулами (34) и связанный с будинажем, невозможно рассматривать в рамках приближения тонкой пластины, а исходное уравнение (70) справедливо только в этом приближении. Кроме того, в приближении тонкой пластины не учитывается кинематический инкремент, и, следовательно, $\Lambda_1 = \lambda_1$, где λ_1 – динамический инкремент, введенный в разд. 2.

Вертикальное движение земной коры в осадочном бассейне может быть представлено как медленное опускание, на которое наложено колебательное движение с периодом около 10^8 лет (характерное время перерыва в осадконакоплении). Обычно считают, что опускание коры связано с избытком массы в литосфере (или в астеносфере [13]) под бассейном. Введенное выше смещение поверхности w_{eq} в равновесном состоянии вызвано такого рода аномалией плотности. Горизонтальное сжатие литосферы возникает при столкновении континентальных литосферных плит. После столкновения начинается глобальная перестройка течений в мантии и направлений движения литосферных плит. В результате столкнувшиеся плиты расходятся, и сжатие снимается. Характерная продолжительность такого тектонического цикла (порядка 10^8 лет) соответствует характерному периоду вертикальных колебательных движений коры в осадочных бассейнах. Этот факт делает механизм продольного сжатия литосферы весьма привлекательным для объяснения колебательных движений коры [14].

Когда сжимающее напряжение $\bar{\sigma}_{xx}$ прикладывается и снимается, равновесная глубина бассейна изменяется на $rw_{eq}/(q-r) \approx rw_{eq}/q = \bar{\sigma}_{xx} dk^2 w_{eq}/\rho g$ (для литосферы $q \gg r$). Характерное время, за которое достигается равновесное состояние, оценивается как $1/(q-r) \approx 1/q = \eta d^3 k^4/3\rho g$.
Для литосферы примем следующие численные оценки:

$$g \approx 10 \text{ м с}^{-2}; \quad \eta \approx 10^{21} \text{Па с},$$
$$|\bar{\sigma}_{xx}| \approx 10^9 \text{Па (10 кбар)}; \quad d \approx 2 \times 10^5 \text{м}; \quad k \approx 3 \times 10^{-6} \text{м}^{-1}$$

(горизонтальный размер бассейна около 1000 км). Плотность литосферы оценивается как $\rho_1 \approx 3,5 \times 10^3$кг м$^{-3}$. Однако если считать, что в результате седиментации прогибы литосферы целиком заполняются осадками, плотность которых ρ_s, во все ранее выписанные соотношения следует подставлять $\rho = \rho_1 - \rho_s \approx 10^3$кг м$^{-3}$. Тогда изменение глубины бассейна, вызванное сжатием литосферы, оценивается как $rw_{eq}/q \approx 0,15 w_{eq}$. Таким образом, если равновесная глубина бассейна в отсутствии сжатия w_{eq} составляет 3 км, то изменение глубины за счет сжатия – порядка 500 м, что согласуется с данными геологии [15, 16]. Однако характерное время установления равновесного состояния после приложения сжимающего напряжения оценивается как $1/q \approx 3 \times 10^{10}$с $\approx 10^3$ лет. Данное время слишком мало для того, чтобы можно было использовать горизонтальное сжатие литосферы как механизм, вызывающий вертикальные колебания земной коры в осадочных бассейнах.

В рассматриваемой задаче связь инкремента Λ с волновым числом k определяется характеристическим уравнением $\Lambda = r(k) - q(k)$, где r и q заданы формулами (71). У Ламбека [6] трудностей с малым характерным временем $1/\Lambda$ не возникало: он просто фиксировал нужное значение инкремента ($1/|\Lambda| \approx 10^8$ лет), а из характеристического уравнения нашел соответствующее значение k, которое оказалось комплексным. При комплексном k отклонение вертикального смещения слоя от его равновесного значения принимает вид

$$w'(t,x) = w'(0) \exp \Lambda t \exp(-\alpha x) \cos \beta x, \tag{75}$$

где $\alpha = \operatorname{Im} k$, $\beta = \operatorname{Re} k$. Но $w'(t,x)$, определяемая равенством (75), не является решением задачи для бесконечного горизонтального слоя, поскольку, если $\alpha > 0$, правая часть равенства (75) не ограничена при $x \to -\infty$, а если $\alpha < 0$, – при $x \to \infty$. Формула (75) дает решение задачи для полубесконечного слоя ($x > 0$) с граничным условием

$$w'(t,0) = w'(0) \exp \Lambda t,$$

поставленным на боковой границе $x = 0$. Однако такое граничное условие не соответствует физическому смыслу задачи: мы не знаем заранее зависимость смещения от времени в какой-либо фиксированной точке.

Авторы работы [17] предложили тот же самый механизм вертикальных движений в осадочных бассейнах, что и в [6]. Основное отличие состоит в том, что в работе [17] используется реологическая модель степенной неньютоновской жидкости.

Чтобы избежать трудностей, связанных со слишком малым временем установления равновесия после приложения сжимающего напряжения, авторы [17] ввели, на наш взгляд, весьма искусственное предположение о том, что к литосферной плите прикладывается не постоянное, а пульсирующее напряжение (характерное время одной пульсации – порядка 10^5 лет).

В случае, когда зависимость возмущения от времени имеет вид $\exp \Lambda t$, характерное время установления равновесия есть $t_{eq} = 1/|\Lambda|$. Это то время, за которое возмущение уменьшается в e раз. В рамках нашей реологической модели зависимость возмущения от времени дана формулой (67). Определим и в этом случае характерное время установления равновесия t_{eq} как такое время, за которое возмущение уменьшается в e раз. Тогда, как следует из (67), при наследственной реологии

$$t_{eq} = [Ae/y_1\Gamma(2/3)]^3.$$

Время установления равновесия, оцениваемое по этой формуле, составляет всего несколько лет. Таким образом, применение наследственной реологии делает время t_{eq} еще короче, чем то, которое соответствует ньютоновской реологической модели. Столь малые времена установления равновесия в обеих реологических моделях связаны с тем, что они найдены для случая $b = 0$, т.е. в предположении о малой (по сравнению с литосферой) вязкости слоев мантии, подстилающих литосферу. Но при длине волны возмущения порядка 1000 км движение проникает и в подстилающие астеносферу слои верхней мантии, вязкость которых выше, чем вязкость литосферы. Увеличивая эффективное значение параметра b, можно заметно увеличить t_{eq}, но, в любом случае, время установления равновесия на несколько порядков меньше, чем 10^8 лет.

Для объяснения вертикальных колебательных движений земной коры в осадочных бассейнах более приемлемым оказывается механизм, связанный с конвективной неустойчивостью литосферы. Применение той же самой наследственной реологической модели, которая использована в настоящей работе, приводит к колебательной конвективной неустойчивости с периодом порядка 10^8 лет, что соответствует обнаруживаемой геологами периодичности в осадконакоплении [18].

Благодарности. Настоящее исследование выполнено при финансовой поддержке Международного научного фонда (грант MHE000) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 94-05-16260).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Smith R.B.* Formation of folds, boudinage, and mullions in non-Newtonian materials // Bull. Geol. Soc. Amer. 1977. Vol.88. P.312-320.
2. *Smith R.B.* The folding of a strongly non-Newtonian layer // Amer. J. Sci. 1979. Vol.279. P.272-287.
3. *Ricard Y., Froidevaux C.* Stretching instabilities and lithospheric boudinage // J. Geophys. Res. 1986. Vol.91. P.8314-8324.
4. *Zuber M.T., Parmentier E.M., Fletcher R.C.* Extention of continental lithosphere: a model for two scales of Basin and Range deformation // J. Geophys. Res. 1986. Vol.91. P.4826-4838.

5. *Биргер Б.И.* Реологическая модель мантии Земли и планет земной группы // Теоретические проблемы геодинамики и сейсмологии. М.: Наука, 1994. С.42-55. (Вычисл. сейсмология; Вып.27).
6. *Lambeck K.* The role of compressive forces in intracratonic basin formation and mid-plate orogenies // Geophys. Res. Lett. 1983. Vol.10. P.845-848.
7. *Cloetingh S., McQueen H., Lambeck K.* On a tectonic mechanism ıor regional sealevel variations // Earth Planet. Sci. Lett. 1985. Vol.75. P.157-166.
8. *Kirby S.H., Kronenberg A.K.* Rheology of the lithosphere: selected topics // Rev. Geophys. 1987. Vol.25. P.1219-1244.
9. *Byerlee J.D.* Brittle-ductile transition in rocks // J. Geophys. Res. 1968.Vol.73. P.4741-4750.
10. *Birger B.I.* Rheology of the Earth's mantle and geodynamical processes // Geophys. Res. Lett. 1991. Vol.18. P.2031-2034.
11. *Birger B.I.* Linear and weakly nonlinear problems of the theory of termal convection in the Earth's mantle // Phys. Earth Planet. Inter. 1988. Vol.50. P.92-98.
12. *Деч Г.* Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. М.: Наука, 1971. 362 с.
13. *Исмаил-Заде А.Т., Лобковский Л.И., Наймарк Б.М.* Гидродинамическая модель формирования осадочного бассейна в результате образования и последующего фазового перехода магматической линзы в верхней мантии // Геодинамика и прогноз землетрясений. М.: Наука, 1994. С.139-155. (Вычисл. сейсмология; Вып.26).
14. *Quinlan G.* Models of subsidence mechanisms in intracratonic basins and their applicability to North American examples // Sedimentary basins and basin-forming mechanisms. Canadian Soc. Petrol. Geol. 1987. Memoir 12. P.463-481.
15. *Sloss L.L.* The tectonic factor in sea level change: a countervailing view // J. Geophys. Res. 1991. Vol.96. P.6609-6618.
16. *Bond G.C., Kominz M.A.* Disentangling middle Paleozoic sea level and tectonics events in cratonic margins and cratonic basins of North America // J. Geophys. Res. 1991. Vol.96. P.6619-6641.
17. *DeRito R.F., Cozzarelli F.A., Hodge D.S.* Mechanism of subsidence of ancient cratonic rift basins // Tectonophysics. 1983. Vol.94. P.141-168.
18. *Birger B.I.* On a thermoconvective mechanism for oscillatory vertical crustal movements // Phys. Earth Planet. Inter. 1995. Vol.92. P.279-291.