

УДК 550.341

ФРАКТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

В.Б. Костоусов

*Институт математики и механики Уральского отделения
Российской академии наук*

Т.Л. Кронрод, В.Ф. Писаренко

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук*

Рассматривается метод фрактального моделирования изображения множества эпицентров землетрясений, который позволяет исследовать самоподобную пространственную структуру сейсмичности изучаемого района. Описывается программный комплекс REFRAC, предназначенный для построения фрактальной модели. Обсуждаются результаты моделирования сейсмичности района Южной Калифорнии.

FRACTAL MODELING OF 3-D EARTHQUAKE DISTRIBUTIONS

V.B. Kostousov

*Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Division,
Russian Academy of Sciences*

T.L. Kronrod, and V.F. Pisarenko

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences*

A method of the fractal modelling of earthquake epicenters is discussed. This method allows one to study self-similar spatial structure of seismicity. Program package REFRAC is described. The package is designed for construction of a fractal model. Results of seismicity modelling for Southern California region are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из задач сейсмологии является малопараметрическое представление информации о сейсмичности региона – каталога землетрясений и карты эпицентров. Простейшей формой (нулевым приближением) такого представления является график повторяемости (закон Гутенберга–Рихтера).

В настоящее время существуют несколько способов аппроксимации поля эпицентров, как параметрических, так и непараметрических. Например, в работах [1, 2] непараметрический способ оценки плотности вероятности поля состоит в построении оценки $\hat{f}(x, y)$:

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_{\sigma}(x - x_i, y - y_i).$$

где x_i, y_i ($i = 1, \dots, N$) – координаты эпицентров (параметр σ выбирается в зависимости от объема выборки N), ядро $K_{\sigma}(x, y)$ – положительно, имеет максимум в нуле, убывает на бесконечности и удовлетворяет условию нормировки $\iint K_{\sigma}(x, y) dx dy = 1$.

Наряду с этим интенсивно изучается фрактальная природа сейсмического режима. В работе [3] обнаружен и исследован иерархический (самоподобный) характер пространственного и энергетического распределений сейсмичности. В [3] рассмотрена следующая модель. Пусть полная начальная территория – квадрат. Разделим его на k^2 подквадратов первого ранга и припишем им вероятности $p_1, \dots, p_{k^2}$, $\sum_i^{k^2} p_i = 1$. Каждый из подквадратов снова разделим на k^2 подквадратов второго ранга, приписанную ему вероятность p_i снова разделим в пропорции $p_1 : p_2 : \dots : p_{k^2}$ и полученные вероятности $p_i p_1, p_i p_2, \dots, p_i p_{k^2}$ припишем подквадратам второго ранга. При этом можно совершить одну очень существенную операцию, которая не изменит фрактальных свойств распределения: переставить произвольным образом подквадраты второго ранга в каждом из подквадратов первого ранга. Затем процедуру разбиения подквадратов продолжим до бесконечности. В пределе получим сингулярное двумерное распределение – мультифрактал, у которого обобщенная размерность Реньи (см., например, [4])

$$d_q = \frac{\ln(p_1^q + \dots + p_{k^2}^q)}{(1 - q) \ln k^2}. \quad (1)$$

В упомянутой выше работе [3] показано, что для рассматриваемого в ней Ну-рекского каталога землетрясений (1955–1972 гг.) вероятности $p_1, \dots, p_{k^2}$, действительно, остаются почти неизменными на разных уровнях иерархии (разных рангах). (Здесь вероятности p_i оценивались отношениями N_i/N , N – общее число событий, N_i – число событий в данной клетке.) В статье [4] иерархическая самоподобная структура поля сейсмичности описывалась с помощью мультифрактальных характеристик типа (1).

В предлагаемой работе делается попытка описать облако эпицентров сравнительно малым числом параметров, используя предположение о фрактальном характере изображения. Представленный метод исследования самоподобной пространственной структуры сейсмичности основан на применении аппарата фрактальной геометрии к анализу изображения поля эпицентров. Конечным результатом построения является *монофрактал*, описываемый небольшим числом параметров и аппроксимирующий исходное множество эпицентров.

Согласно предлагаемому методу, исходное изображение заменяется похожим на него самоподобным фрактальным множеством, которое однозначно описывается набором аффинных сжимающих отображений $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ и вектором

$\{r_1, r_2, \dots, r_n\}$, компоненты которого удовлетворяют условиям $r_i > 0$ и $r_1 + r_2 + \dots + r_n = 1$. Набор $\{s_i, r_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ называется IFS-кодом (Iterated Functions System) [5]. Для запоминания двумерного IFS-кода достаточно $7n$ вещественных параметров. Если структура обрабатываемого фрагмента близка к самоподобной, то число n будет небольшим и тогда сложное пространственное распределение эпицентров землетрясений может быть описано малым числом параметров. Поиск IFS-кода осуществляется путем интерактивной обработки исходного изображения с помощью комплекса программ REFRACT. Восстановление изображения по IFS-коду производится с помощью алгоритма, предложенного в [5].

Методика фрактального моделирования множества эпицентров апробируется на землетрясениях Южной Калифорнии (рис. 1). Этот район выбран как один из наиболее изученных районов мира, для территории которого имеется подробный инструментальный каталог землетрясений за достаточно длительный период.

Изучение геологических структур показывает, что структурные формы разных порядков очень часто подобны по форме и ориентировке в пространстве. Можно предполагать, что такое подобие деформационных структур разного размера осуществляется в тех пределах, в которых остаются сходными

- характер воздействий, формирующих структуру (например, направление и относительная величина смещений на границах исследуемого деформируемого объема),
- исходное строение среды (упорядоченно-слоистое, однородное, беспорядочно-неоднородное),

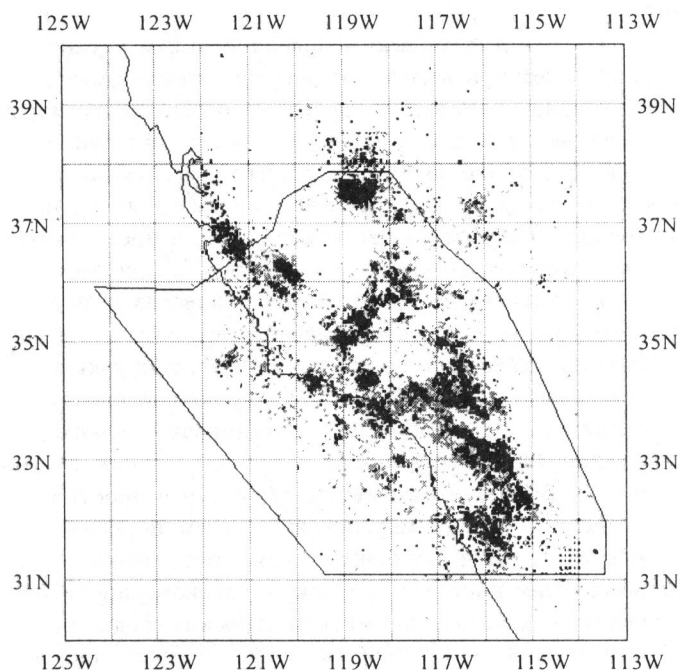


Рис. 1. Исходное множество эпицентров, Калифорния, $M \geq 3.0$, 1932–1994 гг.

Линия многоугольника – граница равномерной представительности каталога

– пространственные соотношения между направлением воздействий и ориентировкой упорядоченных текстур среды, определяющих ее анизотропию.

Это подобие более обстоятельно изучено для складчатых форм [6], но есть основания полагать, что сходные закономерности свойственны и разрывным нарушениям, которые представляют наибольший интерес, поскольку в существующих моделях очагов землетрясений рассматриваются как смещения по существующим разрывам или как процесс возникновения новых разрывов.

Сейсмический процесс есть проявление тектонического процесса за короткий промежуток времени. Учитывая неравномерность развития сейсмического процесса во времени, можно полагать, что и тектонический процесс (изучаемый на много более длительных промежутках времени) тоже развивается неравномерно. Следовательно, в распределении землетрясений можно ожидать лишь частичного отражения закономерностей тектонического процесса. Анализ карты разрывных нарушений Калифорнии [7] показывает, что разрывы, вдоль которых обнаружены смещения в четвертичном периоде, составляют часть сети разломов, которая формировалась еще в третичном периоде. Разломы, по которым известны смещения при землетрясениях за последние 150 лет, являются частью сети разломов со смещениями в четвертичном периоде.

Обычно не вызывает сомнений существование, по крайней мере, двух категорий разрывов в земной коре (и, надо думать, в более глубоких частях Земли). Одни из них приурочены к определенным частям складчатых структур, представляя собой, таким образом, результат продолжающегося развития остаточных деформаций. Полевыми наблюдениями и физическим моделированием установлено также, что при этом может происходить и деформация поверхностей разрывов [8]. Другие разрывы являются явно секущими видимые на поверхности складчатые структуры, что, как считается, отражает "более хрупкое поведение" тех объемов, в которых они развиты. Однако не исключено, что и эти разрывы могут отражать развивающиеся во времени остаточные деформации на иных, не доступных для наблюдения глубинах. Таким образом, землетрясения представляют собой очень кратковременные события с выделением большого количества упругой энергии, являющиеся частью длительного процесса тектонических деформаций.

Образование разрывов со смещением в деформируемой среде является продолжением процесса концентрации деформаций в отдельных узких зонах, что может служить причиной образования разрывов очень большой протяженности. С другой стороны, существует и иной процесс – объединение мелких разрывов в более крупные по мере нарастания деформаций той среды, где они формируются.

Распределение складчатых и разрывных структур в пространстве характеризуется ярко выраженной неравномерностью, причем неравномерность эта проявляется в структурах различных рангов. Так, более мелкие складки занимают лишь часть объема более крупных складок, и закономерности размещения их в пространстве зависят как от неоднородности строения среды, так и от положения относительно элементов более крупной складки. Существенно, что последнее *не зависит от абсолютных размеров структур*.

Менее ясны соотношения между разрывами разных рангов. Очевидна неравномерность распределения их в пространстве: зоны сгущения разрывов, параллельных или образующих сетку, близкую к ромбической (иногда неправильную),

разделены участками с гораздо меньшей плотностью и протяженностью разрывов. Некоторые зоны разрывов являются уникальными по своей ориентировке даже в пределах большой площади. Распределение разрывов внутри ячеек сетки иногда близко напоминает рисунок главной сетки, имея ту же ориентировку, но нередко и существенно отличается от него. Строение зон сгущения разрывов также не везде одинаково: иногда это система параллельных или сходящихся под острыми углами разрывов, иногда преобладает перистый рисунок, когда обрамляющие разрывы образуют все больший угол с главным разрывом по мере удаления от него.

Образование сплошных ("черных") полей эпицентров в значительной мере является результатом: а) неточности их определения и б) отображения гипоцентров на одной горизонтальной плоскости, вследствие чего очаги, находящиеся на одной поверхности разрыва, "ложатся" не на линию, а на полосу. Не исключено, что распределение очагов в местах сгущения в реальности не сплошное, а дискретное даже в масштабе обобщенной карты. С другой стороны, ограниченная точность представления координат эпицентров может приводить к мнимой дискретности облака эпицентров (см., например, юго-восточный участок на рис. 1).

Из сопоставления карты эпицентров Калифорнии с картой линеаментов (рис. 2) видно, что подавляющее большинство сгущений эпицентров находится в зонах крупных разрывов: Сан-Андреас и параллельных ему (Калаверас, Империял, Сан-

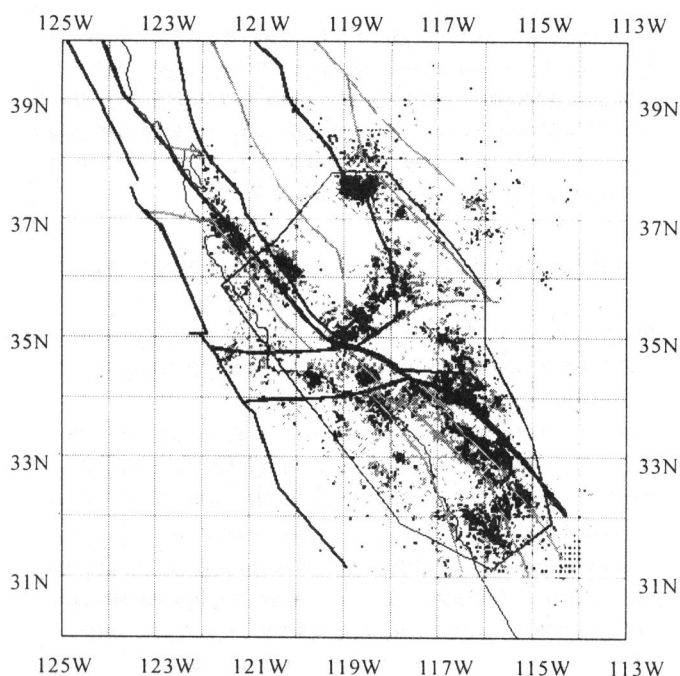


Рис. 2. Эпицентры землетрясений и принятые границы исходного множества **Е**

Линиями разной толщины даны линеаменты I и II рангов

Джасинто, Сан-Мигель) и некоторых других, а также секущих их разрывов Поперечных хребтов и разрыва Гарлок.

Сравнение сводной карты разрывов (см. [7]) с крупномасштабными картами отдельных районов показывает, что, хотя они имеют много общего (например, в ориентировке преобладающего числа разломов), в их рисунке нет разломов, подобных уникальным разломам Поперечных хребтов и разлому Гарлок (хотя при дешифрировании космических снимков выявлены серии поперечных линейментов более низкого ранга [9]). Тем не менее, несовершенство подобия крупных и более мелких структур по их рисунку и ориентировке не исключает подобия по ряду параметров (например, по соотношению количества крупных и мелких разрывов, густоте расположения тех и других, по величине углов пересечения разрывов и т.д.), и этот вопрос требует специального исследования. Еще более вероятно существование подобия различных параметров сейсмического режима как более обобщенных характеристик.

Построение IFS-кода для множества эпицентров, предпринятое в настоящей работе, является попыткой расширить диапазон поиска таких показателей с помощью компьютерного моделирования и аппарата фрактальной геометрии.

Эпицентральная область любого порядка характеризуется сгущением эпицентров в ее середине и уменьшением их плотности к краям. Таким образом, у нее нет четкого контура, отделяющего ее от окружающей территории, и правильнее было бы характеризовать ее не положением некоторого контура, а закономерностью распределения эпицентров относительно осей координат, проходящих через условный центр эпицентральной области. Поскольку такая постановка задачи требует более сложного решения, в качестве первого приближения была предпринята попытка исследовать самоподобие распределения эпицентров внутри контура, описывающего область с некоторой условной густотой эпицентров, независимо от энергии произошедших землетрясений.

1. ФРАКТАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ МНОЖЕСТВА ЭПИЦЕНТРОВ

Рассмотрим на плоскости R^2 множество E эпицентров землетрясений. Для удобства построения математической модели будем предполагать, что точки эпицентров имеют различные координаты.

Магнитуду землетрясения при подходящей нормировке можно представить вероятностной мерой m , сосредоточенной в точках множества E . Таким образом, исходное изображение описывается парой $\{E, m\}$ – плоским множеством и мерой, сосредоточенной на нем.

Предлагаемый метод исследования самоподобной структуры множества E заключается в построении фрактальной модели изображения в виде некоторого самоподобного фрактального множества A и инвариантной меры μ , сосредоточенной на нем. Такая модель используется, например, в работе [5] для решения задачи сжатия изображений. Фрактальное моделирование опирается на математический аппарат фрактальной геометрии, который в настоящее время интенсивно развивается. Достаточное для наших целей изложение этого аппарата можно найти в работе [10].

Рассмотрим систему S из n преобразований $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$. Каждое преобразование s_i отображает плоскость R^2 в себя и является сжимающим, т.е. сближает любую пару точек x_1, x_2 плоскости:

$$d(s_i(x_1), s_i(x_2)) < a_i d(x_1, x_2),$$

где $d(x_1, x_2)$ – функция расстояния между точками x_1 и x_2 , a_i – коэффициент сжатия ($0 < a_i < 1$). В дополнение к этому определим отображение S подмножеств плоскости (используя тот же символ, что для обозначения системы $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$) по следующему правилу: если M – подмножество плоскости, то

$$S(M) = \bigcup_{i=1}^n s_i(M).$$

Для измерения расстояния между множествами используем метрику Хаусдорфа:

$$h(M_1, M_2) = \max \left(\max_{x \in M_1} d(x, M_2), \max_{x \in M_2} d(x, M_1) \right),$$

где $d(x, M) = \min_{y \in M} d(x, y)$ – расстояние от точки x до множества M .

Известно (см., например, [10]), что существует единственное множество A , обладающее следующими свойствами: A – ограничено, замкнуто и $A = S(A)$. Такое множество носит название аттрактора системы S или S -инвариантного множества. Замечательное свойство аттрактора состоит в том, что для любого ограниченного множества M имеет место равенство

$$\lim_{k \rightarrow \infty} S^k(M) = A, \quad (2)$$

где S^k – k -я степень отображения S и сходимость понимается в смысле метрики Хаусдорфа.

Множество A имеет, как правило, дробную размерность (по Хаусдорфу). Если множества $s_i(A)$ не пересекаются, то размерность D аттрактора A определяется уравнением

$$F(D) = a_1^D + a_2^D + \dots + a_n^D = 1, \quad (3)$$

где a_i – коэффициенты сжатия отображений s_i . Функция $F(D)$, стоящая в левой части этого уравнения, монотонно убывает от n до нуля при D , изменяющемся от нуля до бесконечности. Поэтому уравнение (3) имеет хорошо обусловленное, единственное решение, которое легко вычисляется, например, методом Ньютона.

Далее ограничимся практически важным случаем, когда s_i – аффинные преобразования. Каждое такое преобразование определяется шестью параметрами – 2×2 -матрицей P_i и двумерным вектором q_i :

$$s_i(x) = P_i x + q_i, \quad (4)$$

где матрицы $P_i = \begin{pmatrix} a_i & b_i \\ c_i & d_i \end{pmatrix}$ и векторы $q_i = \begin{pmatrix} e_i \\ f_i \end{pmatrix}$. Матрицы P_i описывают повороты и сжатия контура множества E для получения его уменьшенных копий. Векторы q_i определяют положение этих копий относительно исходного контура.

В конечном счете мы будем пытаться подбирать систему S таким образом, чтобы ее аттрактор A был близок в метрике Хаусдорфа к множеству эпицентров E .

Для того чтобы учесть меру m при построении фрактальной модели, рассмотрим инвариантную по отношению к S меру μ , которая определяется вектором весовых коэффициентов $r = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$, удовлетворяющих условиям $r_i > 0$ и $r_1 + r_2 + \dots + r_n = 1$. Инвариантная мера μ характеризуется соотношением

$$\mu = \sum_{i=1}^n r_i (\mu s_i^{-1}).$$

Здесь μs_i^{-1} – меры, определяемые правилом $\mu s_i^{-1}(M) = \mu(s_i^{-1}(M))$, и $s_i^{-1}(M)$ – прообраз множества M при отображении s_i .

В работе [10] показано, что инвариантная мера однозначно определяется системой S и вектором r , имеет носителем аттрактор A и обладает свойством сходимости, подобным (2). Близость мер оценивается метрикой L , вычисляемой по формуле

$$L(\lambda, \nu) = \sup \{ \lambda(\varphi) - \nu(\varphi) \mid \varphi : R^2 \rightarrow R, \text{Lip } \varphi \leq 1 \},$$

в которой меры рассматриваются как функционалы на пространстве непрерывных ("пробных") функций и $\text{Lip } \varphi$ – константа Липшица пробной функции φ (т.е. $|\varphi(x) - \varphi(y)| \leq \text{Lip } \varphi \|x - y\|$ для любых $x, y \in R^2$).

Алгоритм, восстанавливающий фрактальную модель $\{A, \mu\}$ по IFS-коду $\{S, r\}$ и основанный на притягивающем свойстве (2) аттрактора, был предложен в работе [5]. Для воспроизведения множества A алгоритм использует случайный механизм рассеивания и в связи с этим назван автором "хаотической игрой".

2. АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ ФРАКТАЛЬНОЙ МОДЕЛИ

Основная цель дальнейшего исследования заключается в поиске такого IFS-кода, который порождает фрактальную модель $\{A, \mu\}$, близкую к исходному изображению $\{E, m\}$ в том смысле, что $h(E, A) < \varepsilon$ и $L(\mu, m) < \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ достаточно малое число. Идея алгоритма поиска IFS-кода базируется на следующей теореме.

Теорема о коллаже [11]. Пусть $\{s_i, r_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ – IFS-код, состоящий из аффинных сжимающих отображений. Пусть наибольший коэффициент сжатия α отображений s_i меньше единицы и $\varepsilon > 0$. Предположим, что E – ограниченное, замкнутое подмножество на плоскости и отображения s_i выбраны таким образом, что

$$h\left(E, \bigcup_{i=1}^n s_i(E)\right) < \varepsilon. \quad (5)$$

Тогда

$$h(EA) < \frac{\varepsilon}{1-a},$$

где A обозначает IFS-аттрактор.

Теорема о коллаже позволяет заменить задачу поиска самоподобной модели A менее сложной задачей: построить подходящее самоподобное разбиение исходного множества E так, чтобы, согласно формуле (5), объединение n его уменьшенных копий $s_i(E)$ было близко к нему самому. Назовем процедуру, решающую эту задачу, *самоподобной укладкой*.

Остальная часть статьи посвящена обсуждению процедуры самоподобной укладки, которую можно рассматривать как метод исследования самоподобной геометрической структуры множества E эпицентров землетрясений. Распределение магнитуд m или другие распределения, связанные с множеством эпицентров, будут рассматриваться в дальнейшем. Здесь только заметим, что если IFS-код построен, то, воспользовавшись свойствами инвариантной меры, можно вычислять весовые коэффициенты r_i по исходному изображению достаточно легко. Например, в случае непересекающихся образов $s_i(E)$ эти коэффициенты вычисляются по формуле $r_i = m(s_i(E))$. Если исходное распределение m близко к инвариантному, то полученная таким образом инвариантная мера m будет подходящей аппроксимацией для m . В данной работе все весовые коэффициенты r_i приняты одинаковыми и равными $1/n$.

Процедура самоподобной укладки сочетает автоматическую обработку изображения множества эпицентров и участие человека при решении наиболее тонких и трудных операций. Задача построения полностью формализованного автоматического алгоритма самоподобной сегментации представляется пока трудноразрешимой.

Процедура моделирования состоит из нескольких этапов.

1. Построение многоугольника, аппроксимирующего границу исследуемого множества E (см. рис. 1). Эта операция может проводиться либо вручную с помощью развитых средств компьютерного сервиса, либо автоматически известными алгоритмами обработки изображений. Результат этой операции, проделанной вручную над изображением исследуемого множества, иллюстрирует рис. 2. Выбор границ множества обсуждается подробно в разд. 3.

2. Самоподобная укладка заключается в размещении уменьшенных копий построенного многоугольника внутри него так, чтобы копии покрывали множество E и в то же время количество копий было как можно меньше, а взаимные перекрытия между копиями были минимальны. Практически на этом этапе создается модель. Установка каждой копии определяет одно аффинное преобразование. Таким образом, в процессе самоподобной укладки строится IFS-код, т.е. фрактальная модель изображения. Качество укладки определяет адекватность конструируемой фрактальной модели.

Второй этап – это наиболее трудоемкая часть процедуры. Он решается с привлечением как специальных алгоритмов сегментации изображений, так и сервисных

компьютерных средств. Рис.3 иллюстрирует процесс построения уменьшенной копии исходного контура (на рисунке она отмечена стрелкой) и укладку копий на выбранные места внутри контура.

В Приложении описывается комплекс REFRACT, который помогает осуществлять процедуру самоподобной укладки.

3. Обработка аппроксимации модели на конечной пиксельной сетке.

4. Восстановление фрактальной модели $\{A, \mu\}$ по IFS-коду $\{S, r\}$ алгоритмом "хаотическая игра" [5].

5. Оценка качества модели. Сразу отметим одно обстоятельство, осложняющее оценку. Облако эпицентров, являясь реализацией некоторого случайного по своей природе физического процесса, имеет достаточно много изолированных рассеянных точек, которые затрудняют применение метрики Хаусдорфа при оценке близости множества E и его фрактальной модели.

По этой причине необходимо провести дополнительные исследования других критериев близости множеств, менее чувствительных к изолированным случайным выбросам. В основу такого критерия можно положить, например, интегральную метрику функционального пространства L_1 , измеренную для функций плот-

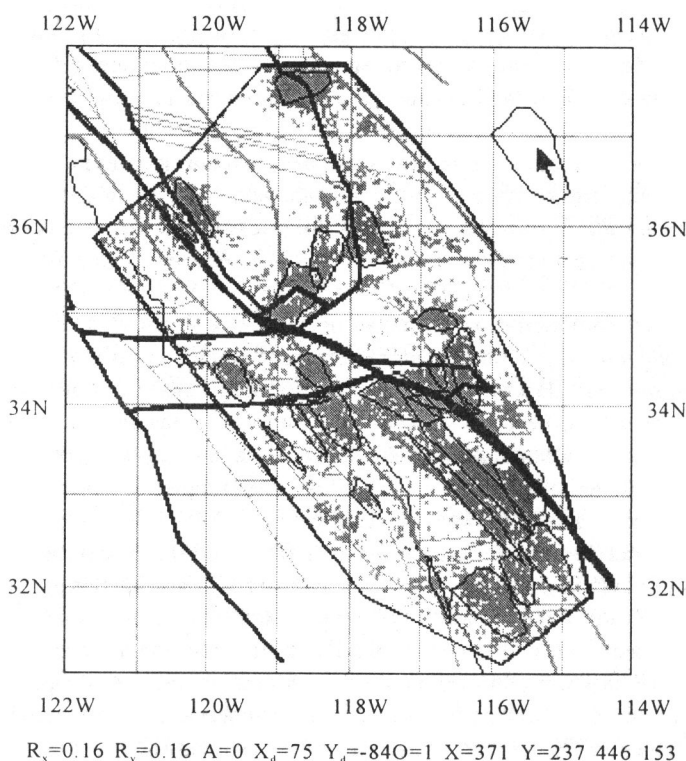


Рис. 3. Самоподобная укладка контура множества E уменьшенными копиями этого контура

Стрелкой отмечена уменьшенная копия контура – элемент самоподобной укладки. Линиями разной толщины даны линейменты I, II и III рангов

ности соответствующих множеств. Другая возможность – это использование меры Лебега симметрической разности множеств $\mathbf{E}$ и $\mathbf{A}$. На конечной пиксельной (i, j) -сетке, на которой проводится численное моделирование (размер сетки составлял 320×240), основанные на этих метриках критерии вычислялись по следующим формулам:

$$K_{L1}(\mathbf{E}, \mathbf{A}) = K_0 \sum_{i,j} |e(i, j) - a(i, j)|, \quad (6)$$

где $e(i, j)$, $a(i, j)$ – количества точек множеств $\mathbf{E}$ и $\mathbf{A}$ в (i, j) -клетке, K_0 – нормирующий множитель, обеспечивающий неравенство $0 \leq K_{L1} \leq 1$, а суммирование производится по всем ячейкам пиксельной сетки, и

$$K_{mes}(\mathbf{E}, \mathbf{A}) = \frac{N_{E\Delta A}}{N_E N_A}, \quad (7)$$

где N_E, N_A – количества ячеек сетки, содержащих точки множеств $\mathbf{E}$ и $\mathbf{A}$ соответственно, $N_{E\Delta A}$ – число пикселей, содержащих точки симметрической разности множеств $\mathbf{E}$ и $\mathbf{A}$, т.е. множества $\mathbf{E}\Delta\mathbf{A}$, являющегося объединением точек множества $\mathbf{E}$, которые не принадлежат $\mathbf{A}$, и точек множества $\mathbf{A}$, которые не принадлежат $\mathbf{E}$.

Оба приведенных критерия таковы, что для совпадающих (с точностью до пикселя) множеств они равны нулю, а для непересекающихся (относительно пиксельной сетки) множеств критерии принимают максимальное значение – единицу.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ФРАКТАЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для анализа результатов обработки карты эпицентров Южной Калифорнии использовано 20 330 событий с $M \geq 3.0$ из регионального каталога [12] за 1932–1994 гг.

Основная цель этого построения – показать возможности обсуждаемого метода моделирования сейсмичности и выявить проблемы, которые возникают при использовании этого метода для исследования самоподобной пространственной структуры облака эпицентров.

Контур исследуемого множества $\mathbf{E}$ построен вручную. Применение алгоритмов сегментации изображения здесь неприемлемо, так как его границы обусловлены не только характером поля эпицентров, но и техническими характеристиками каталога. Границы района, с достаточной полнотой освещенного в каталоге [12], приведены на рис. 1. Они служат внешним ограничением при выборе границы множества. Из этого района мы априори исключаем юго-восточный "угол" с более низкой точностью определения эпицентров.

Анализ влияния регионализации на результаты долгосрочного прогноза показал, что процесс подготовки землетрясений охватывает всю выделенную область (границы каталога на рис. 1), в том числе Большую долину с относительно слабой сейсмичностью, но не включает более северную область [13]. Заметим здесь, что включенные в район исследования в [13] сейсмически пассивные участки на результаты долгосрочного прогноза не влияют.

Рассматриваемый район принадлежит Калифорнийско-Колорадскому и Мексиканскому сегментам Кордильер и включает горные страны трех типов: эпигеосинклинального (Береговые хребты), эпиплатформенного (Сьерра-Невада, Поперечные хребты и Южная Калифорния) и континентального рифтообразования (Провинция хребтов и впадин). Центральная часть района пересекается разломом Сан-Андреас и системой параллельных ему разломов, которые близки к господствующему северо-западному простиранию основных морфоструктур региона (здесь и далее мы используем результаты морфоструктурного анализа, суммированные в [9]). Северную и южную границы множества **Е** проведем перпендикулярно направлению основных тектонических структур так, чтобы не пересекать скоплений эпицентров, т.е. не разделять взаимосвязанные землетрясения. Таким образом, на севере мы включаем только южный мегаблок Береговых хребтов и сочленение западного и промежуточного мегаблоков Провинции впадин и хребтов.

Согласно морфоструктурному районированию, западная граница рассматриваемого сегмента Кордильер проведена по континентальному склону дна Тихого океана на глубинах 1500-3000 м. В самых западных мегаблоках – Санта-Лючия и Океаническом – сейсмичность неоднородна и резко убывает в сторону океана. Поскольку мы будем анализировать самоподобие континентальной сейсмичности, постараемся не захватывать в наше множество сейсмические проявления на шельфе. Западную границу проведем на глубинах 300-500 фатомов субпараллельно доминирующему простиранию, захватив эскарп Сан-Клемент.

Восточная граница на юге оконтуривает сейсмогенную зону, а на севере охватывает центральный линеамент Южного мегаблока Провинции хребтов и впадин и также идет параллельно доминирующему простиранию. Принятые границы множества (первоначальный контур) содержат 18 409 землетрясений с $M \geq 3.0$ (см. рис. 2).

Рис. 3 иллюстрирует процедуру самоподобной укладки контура. Процедура выполнена в среде комплекса REFRAC. На экран дисплея в качестве фона было выведено изображение множества эпицентров, исходного контура и основные линеаменты. Укладка уменьшенных копий осуществлялась согласно направлению основных линеаментов в местах наибольших скоплений эпицентров.

Чтобы малые области были подобны большим, структура должна обладать симметрией перемещения, и шаг перемещения в каждом конкретном случае подлежит выяснению. Возможность поворота или зеркального отражения области меньшего размера определяется наличием у структуры осей симметрии. В данном случае условно принято, что линейные размеры меньшей области в 6-10 раз меньше размеров первоначального контура и что возможен поворот в пределах $\pm 90^\circ$.

Таким образом, в интерактивном режиме была построена система аффинных преобразований S и соответствующий ей аттрактор, т.е. самоподобная фрактальная модель (см. таблицу). Количество преобразований получилось равным 25. Конечно, желательно обойтись как можно меньшим числом преобразований. Для идеальных самоподобных объектов это число составляет несколько единиц (так, известный "лист папоротника" [5] описывается четырьмя преобразованиями). Для реальных объектов этого достигнуть очень трудно. Поэтому в процессе укладки приходилось разрешать противоречие между точностью представления реального объекта (чем больше число преобразований, соответствующих наименьшим копи-

ТАБЛИЦА

i	a_i	b_i	c_i	d_i	e_i	f_i
1	0.11	0.00	415.07	0.00	0.11	327.69
2	0.09	-0.02	413.64	0.02	0.09	335.95
3	0.05	0.02	340.86	-0.01	0.07	315.14
4	0.04	0.22	339.06	-0.03	0.26	253.15
5	0.13	-0.03	404.03	0.03	0.11	283.10
6	0.26	-0.02	328.77	0.24	0.02	238.01
7	0.10	0.00	312.78	0.00	0.10	265.06
8	0.08	0.00	268.19	0.00	0.08	250.79
9	0.14	0.00	279.09	-0.03	0.02	286.89
10	0.02	0.06	309.63	-0.02	0.09	276.54
11	0.10	-0.01	291.20	0.09	0.01	268.95
12	0.02	0.03	384.16	0.00	0.10	346.99
13	0.06	-0.07	337.34	0.08	0.06	168.62
14	0.04	0.00	384.03	0.00	0.06	251.52
15	0.03	0.08	297.01	-0.08	0.03	150.25
16	0.15	0.00	372.23	0.00	0.12	347.32
17	0.15	0.00	349.23	0.00	0.04	272.26
18	0.08	-0.01	386.19	0.01	0.14	227.13
19	0.09	0.01	364.17	-0.02	0.04	240.22
20	0.16	0.01	321.89	-0.01	0.09	262.68
21	0.08	0.00	308.19	0.00	0.06	251.52
22	0.06	-0.10	333.13	0.10	0.06	179.03
23	-0.11	0.04	391.58	-0.05	-0.09	242.91
24	0.05	0.04	247.62	-0.02	0.10	169.00
25	0.02	0.05	249.12	-0.01	0.07	181.18

Примечание. Элементы таблицы определяют аффинные преобразования в соответствии с формулами (4).

ям исходного контура, тем выше точность) и желанием обойтись малым числом таких преобразований. В результате поле эпицентров описано весьма большим числом параметров: 25 преобразований $\times$ 6 параметров (4) для каждого преобразования.

Изображение самоподобной фрактальной модели (аттрактора **A**) системы S позволяет визуально оценить качество моделирования исходного облака эпицентров (рис. 4). Количество *num* смоделированных точек совпадает с числом событий в исходном множестве.

Для построенной фрактальной модели критерии (6) и (7) приняли значения $K_{L1} = 0.7$ и $K_{mes} = 0.5$. Эти достаточно большие величины объясняются тем, что облако эпицентров размыто и не имеет четких очертаний, в то время как построенная модель имеет четкую локализацию.

Фрактальная размерность самоподобного множества **A**, вычисленная как решение уравнения (3), составила приблизительно 1.3. По-видимому, фрактальная размерность является устойчивой характеристикой используемой процедуры, т.е. она не должна зависеть от начального приближения и группы преобразований. Хотя

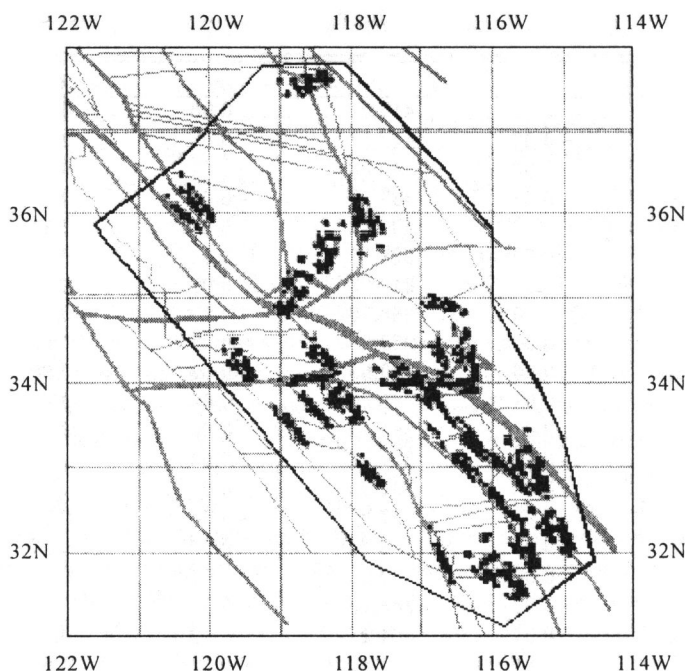


Рис. 4. Самоподобная фрактальная модель множества эпицентров, изображенного на рис. 1

эти предположения нуждаются в экспериментальной проверке, заметим, что наша оценка хорошо согласуется с оценками размерности эпицентрии, полученной другими способами. Так, например, Каганом [14] для гипоцентров поверхностных землетрясений получена фрактальная размерность $\dim G = 2.2 \pm 0.05$. Отсюда для эпицентров будем иметь $\dim E = \dim G - 1 = 1.2 \pm 0.05$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построение IFS-кода, порождающего самоподобное фрактальное множество, позволяет выявить самоподобную пространственную структуру облака эпицентров землетрясений. Фрактальная модель позволяет, в частности, определить размерность этого множества эпицентров. Полученная оценка фрактальной размерности 1.3 близка к опубликованным оценкам, полученным другими методами.

Оригинальный комплекс программ REFRACТ позволяет в интерактивном режиме конструировать фрактальную модель. При этом качество модели пока во многом определяется человеком, который ее строит.

О возможных полезных применениях фрактальной модели можно заметить следующее. Поскольку результатом построений является самоподобное множество точек, которое характеризуется не только дробной размерностью, но и конкретным пространственным распределением, модель дает возможность численно описать реальное распределение эпицентров. Дело в том, что особенности пространственного распределения фрактальной модели (аттрактора), такие, как "пятнистость",

переменяемость, степень концентрации на отдельных участках, контрастность плотности в соседних ячейках и т.п., в принципе, могут быть описаны в терминах параметров отображений, образующих аттрактор. Получаемые при этом характеристики инвариантны по отношению к масштабу изображения.

Предложенную модель можно также использовать для генерирования искусственных выборок землетрясений, имеющих то же распределение по пространству, что и исходное поле. При этом сохраняется свойство фрактальности и неоднородности по пространству. Такие выборки можно было бы использовать для изучения свойств различных статистик поля эпицентров, для которых выборочное распределение по самим исходным данным имеет большие погрешности из-за ограниченного числа землетрясений. Это относится, например, к статистикам двух-, трех- и четырехточечных моментов пространственного поля гипоцентров землетрясений, изученным Каганом [15-17].

Для модели сейсмичности, предложенной в настоящей работе, возникает естественный вопрос о соответствии этой модели конкретным сейсмоактивным регионам и о статистической неопределенности подгоняемых параметров модели. Здесь мы лишь отметим, что этот вопрос не сводится к применению стандартных статистических методов оценки параметров. Это обусловлено тем, что, с одной стороны, в модели оцениваются характеристики самоподобия поля сейсмичности (например, такие, как фрактальная размерность), а с другой – модель дает возможность генерировать искусственные каталоги землетрясений, имеющих близкое к реальному пространственное распределение. Этот вопрос требует специального изучения.

Метод обработки изображений, описанный выше, может быть применен также и к изображениям другого типа, таким, как полутонные космические снимки горных стран. В этом случае полезным результатом метода было бы сжатое описание структур рельефа сейсмически активных районов.

Несколько замечаний о дальнейших направлениях развития предложенного метода.

1. Наиболее актуальной является задача выбора критерия качества фрактальной модели (метрики), который, с одной стороны, имел бы содержательный смысл (с точки зрения приложения), а с другой – позволял путем варьирования параметров отображений выбирать в некотором смысле оптимальную модель.

2. Важное значение имеют обработка различных сейсмических районов, развитие и формализация на этой основе процесса самоподобной укладки и соответствующая доработка программных средств (комплекса REFRAC). При этом, по-видимому, требуется тесная увязка процедуры фрактального моделирования с морфоструктурным анализом территории и другими геологическими и сейсмологическими исследованиями.

3. Необходимо совершенствовать фрактальную модель, учитывающую не только пространственное, но и энергетическое распределение эпицентров, а также распределения гипоцентров (трехмерная модель) и, наконец, временные соотношения. Возможности модели, несомненно, возрастут, если освободиться от условия строгого самоподобия и перейти к более гибким моделям – таким, как частично-самоподобные множества, мультифракталы, стохастические фракталы и др. (см., например, [18]).

4. Представляет значительный интерес поиск функций от параметров аффинных преобразований, которые могли бы играть роль новых характеристик пространственного распределения сейсмичности.

5. Следует отметить необходимость эмпирического анализа устойчивости предложенного метода, например, путем проведения экспериментов с одним районом, выбирая различные укладки, выборки из каталога по времени, выборки по магнитуде и т.д.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Международного научно-технического центра (проект 008-94) при финансовом участии США и ЕС.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Программный комплекс REFRAC T

Программный комплекс REFRAC T (версия 1) предназначен для исследования самоподобной структуры изображения путем построения его фрактальной модели. Комплекс построен по модульному принципу, где каждый модуль (подсистема) выполняет вполне определенные функции. На уровне главного меню реализованы пять подсистем.

1. Модуль LOAD_PCX позволяет загрузить изображение, представленное в формате PCX [19], которое используется в качестве фона при самоподобной укладке. В случае, если загрузка не производилась, дальнейшая работа осуществляется на чистом экране.

2. Модуль WORK – основной модуль комплекса – предназначен для интерактивной обработки изображения с целью построения его фрактальной модели. Содержание обработки заключается в манипулировании контурами на экране для осуществления процедуры самоподобной укладки, описанной в разд. 2, 3.

3. Модуль RENDER_IFS воспроизводит фрактальную модель изображения посредством алгоритма "хаотическая игра" по текущей системе IFS-преобразований. Алгоритм подробно описан в [5].

4. Модуль SAVE_IFS_&_PLAN сохраняет на диске IFS-коды и контуры объектов, построенные в результате интерактивного диалога.

5. Модуль HELP содержит руководство по использованию комплекса REFRAC T. Остановимся более подробно на интерактивной процедуре обработки изображения.

Модуль WORK позволяет прочерчивать на экране контуры на фоне изображения и посредством самоподобной укладки формировать IFS-код. Модуль является специализированным графическим редактором. Работа производится с использованием клавиатуры и "мыши".

При входе в подсистему WORK работает режим построения контуров. При этом в правом верхнем углу экрана появляются текущие координаты графического курсора, обновляемые при каждом нажатии клавиш клавиатуры. В этом режиме на экране можно провести контур и отредактировать его (добавление/удаление ребер и вершин и т.д.). Удобнее всего это делать с помощью "мыши": нажатием и отпусканием левой клавиши на экране устанавливаются точки контура, а затем система "тянет" линию вслед за движением курсора. При новом нажатии и отпускании левой клавиши отрезок контура фиксируется и строится следующее

ребро. При одновременном нажатии правой и левой клавиш контур замыкается и его построение заканчивается.

При нажатии определенной клавиши происходит переход в режим формирования IFS посредством самоподобной укладки последнего введенного контура. В этом режиме основным инструментом является клавиатура.

При входе в режим формирования IFS последний введенный контур становится текущим модифицируемым контуром. В верхней строке экрана (см. рис. 3) на фоне появляются следующие данные о формируемом аффинном преобразовании:

- текущие коэффициенты сжатия по осям X и Y ,
- угол поворота относительно центра тяжести точек текущего контура,
- сдвиги центра тяжести текущего контура относительно исходного контура по осям X и Y ,
- признак отражения контура относительно вертикальной оси,
- координаты центра тяжести исходного контура.

Все эти параметры можно легко изменять. В соответствии с этими изменениями меняется копия многоугольника на экране дисплея и пересчитываются коэффициенты преобразования, связанного с этой копией. При нажатии на клавишу ENTER уменьшенная копия контура и соответствующее ей преобразование фиксируются и добавляются в список IFS-кода.

Комплекс REFRACCT реализован на языке Microsoft-C, версия 5.0, для персональной ЭВМ PC/AT и работает под управлением операционной системы MS-DOS.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Надарая Э.Л.* О непараметрических оценках плотности вероятности и регрессии // Теория вероятности и ее применения. 1965. Т.19, N1. С.131-139.
2. *Parzen E.* On estimation of a probability density and mode // Ann. Math. Stat. 1962. Vol.35. P.1065-1076.
3. *Садовский М.А., Голубева Т.В., Писаренко В.Ф., Шнирман М.Г.* Характерные размеры горной породы и иерархические свойства сейсмичности // Изв. АН СССР. Физика Земли. 1984. N2. С.3-15.
4. *Гейликман М.Б., Голубева Т.В., Писаренко В.Ф.* Мультифрактальная структура пространственного распределения сейсмичности // ДАН СССР. 1990. Т.310, N6. С.1335-1338.
5. *Barnsley M.F.* Fractal Modelling of Real World Images: The Science of Fractal Images. N.-Y.: Springer-Verlag, 1988. P.219-243.
6. *Эз В.В.* Проблемы структурной геологии метаморфических комплексов // Строение и эволюция тектоносферы. М.: ИФЗ АН СССР. 1987. С.90-106.
7. *Jennings C.W.* State of California. Preliminary fault and geological map, 1:750000. The resources agency. Department of Conservation. Preliminary report 13. 1973.
8. *Эз В.В.* Складкообразование в земной коре. М.: Наука, 1985. 240 с.
9. *Ранцман Е.Я.* Места землетрясений и морфоструктура горных стран. М.: Наука, 1979. 180 с.
10. *Hutchinson J.* Fractals and self-similarity // Indiana Univ. J. Math. 1981. Vol.30. P.713-747.
11. *Barnsley M.F., Ervin V., Hardin D., Lancaster J.* Solution of an inverse problem for fractals and other sets // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 1985. 83 p.

12. Southern California hypocenters data file, 1932-1994 USGS-CIT. Pasadena, Calif., US. 1994.
13. Аллен К.А., Кейлис-Борок В.И., Ротвайн И.М., Хаттен К. Комплекс долгосрочных сейсмологических предвестников (Калифорния и некоторые другие районы) // Математические методы в сейсмологии и геодинамике. М.: Наука. 1986. С.23-37. (Вычисл. сейсмология; Вып.19).
14. Kagan Y.Y. Fractal dimension of brittle fracture // J.Nonlinear Sci. 1991. Vol.1. P.1-16.
15. Kagan Y.Y., Knopoff L. Spatial distribution of earthquakes: the two-point correlation function // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. Amer. 1980. Vol.62. P.303-320.
16. Kagan Y.Y. Spatial distribution of earthquakes: the three-point moment function // Geophys. Roy. Astron. Soc. Amer. 1981. Vol.67. P.697-717.
17. Kagan Y.Y. Spatial distribution of earthquakes: the four-point moment function // Geophys. Roy. Astron. Soc. Amer. 1981. Vol.67. P.719-733.
18. Peitgen H.-O., Jurgens H., Saupe D. Chaos and fractals // New frontiers of science. Springer-Verlag, 1992.
19. Романов В.Ю. Популярные форматы файлов для хранения графических изображений на IBM PC. М.: Унитех, 1992. 156 с.