

І. ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

УДК 550.344

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СЕЙСМИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА ИЗ СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА КОГЕРЕНТНОСТИ РАЗЛИЧНЫХ ФАЗ ОБЪЕМНЫХ ВОЛН

Б.Г. Букчин, А.В. Ландер, А.З. Мостинский

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук*

В.И. Максимов

*Институт математики и механики
Уральского отделения Российской академии наук*

Описана методика измерения параметров, характеризующих очаг землетрясения в приближении точечного источника, зависящего от времени. По нескольким полученным в разных точках земной поверхности телесеismicким записям прямой волны Р и волн рР и sР определяются тензор сейсмического момента, глубина и временная функция источника. В лучевом приближении все указанные волны теоретически когерентны, т.е. для любой пары фазовые спектры отличаются на линейную функцию частоты, а амплитуды – на постоянный множитель. Эти модельные свойства изучаемых сигналов позволяют свести задачу поиска компонент тензора момента к решению систем линейных уравнений, определяемых спектральными характеристиками зарегистрированных волн. В реальной ситуации на широкополосной записи обычно не удается разделить волновые фазы Р, рР и sР, имеющие близкие времена прихода. Спектры начальных частей записей, сформированных суперпозицией этих фаз, обладают свойствами когерентности лишь на периодах, существенно превышающих разности времен прихода прямой и отраженных над очагом волн. Поэтому описываемый метод реализуется в три этапа. На первом анализируется длиннопериодная часть спектра Р-волн. В предположении о когерентности сигналов, зарегистрированных различными станциями, строится оценка тензора момента. На втором этапе, расширив интерпретируемый частотный диапазон, используя полученный ранее тензор момента и варьируя глубину источника, для каждого ее значения корректируем спектры с целью ликвидировать теоретическое запаздывание интерферирующих фаз. Глубина, для которой исправленные спектры "максимально когерентны", принимается за оценку истинной глубины очага. На третьем этапе вычисляется временная функция источника. Приводятся результаты тестирования метода на синтетических сейсмограммах и записях Хаилинского землетрясения 1991 г.

DETERMINATION OF SEISMIC SOURCE PARAMETERS BY SPECTRAL ANALYSIS OF COHERENCE BETWEEN BODY WAVE PHASES

B.G. Bukchin, A.V. Lander, A.Z. Mostinsky
*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences*

V.I. Maksimov
*Institute of Mathematics and Mechanics,
Ural Division, Russian Academy of Sciences*

A new technique for seismic source parameters determination from teleseismic body wave records is presented. We use for inversion the initial part of every record formed by direct P, pP and sP body wave phases. We consider the approximation of time dependent point source. In this case the waves of this same type recorded by different stations and corrected for attenuation and instrument response are coherent. It means that their amplitude spectra differ by a scalar factor only, and their phase spectra by a linear function of the frequency. The wave trains formed by direct P, pP and sP phases recorded by different stations are coherent in the long period domain only. The periods should be much longer than the differences between P-wave phase arrival times, dependent on the source depth. The technique consists of three stages. At the first stage we analyse the long period part of P-wave spectra. Using the wave coherence we estimate the moment tensor. At the second stage we analyse a broader band of spectra, including periods comparable with the difference between P, pP and sP arrival times. Using the estimated moment tensor we calculate the values of P-wave phase relative amplitudes for every station. Trying different values of the source depth we correct P-wave amplitude spectra for the correspondent time shift of pP and sP phases with respect to direct P wave. Then "quality of coherence" is taken as the criterion for true depth estimation. At the third stage, using this value as an estimate of the source depth we calculate the source time function. The technique was tested on synthetic records of displacements generated by a source finite in space and in time. Results of this test and of a study of the 1991 Khailino earthquake are presented.

ВВЕДЕНИЕ

Методики реконструкции сейсмических источников обычно основаны на подгонке параметрической модели очага к наблюдениям. В данной работе сделана попытка, хотя бы частично, *отказаться от параметрического подхода*. Это оказывается возможным в ситуациях, допускающих использование модели *точечного* источника. Типичный случай длиннопериодных наблюдений в дальней зоне, по-видимому, удовлетворительно описывается такой моделью. Ограничимся ее использованием, а также лучевым приближением для описания волнового поля.

В принятых предположениях очаг землетрясения описывается тензором сейсмического момента и скалярной функцией, определяющей изменение интенсивности во времени, на которую не будем накладывать ограничений. Тогда отдельные объемные волны, записанные в разных точках земной поверхности, должны иметь одинаковую (с точностью до постоянного множителя и временного сдвига) форму, совпадающую с временной функцией источника. Именно это модельное свойство наблюдений – "когерентность волновых фаз на разных станциях" – положено в основу обсуждаемой ниже методики. При известном положении очага землетрясе-

ния процесс оценки тензора момента и спектра временной функции источника не требует многократной подгонки модели к данным, а сводится к решению систем линейных уравнений.

Данные об объемных волнах широко используются для реконструкции процесса развития разрыва в очаге землетрясения. Как правило, соответствующие методы (см., например, [1, 2]) основаны на минимизации различия между синтетическими и наблюдаемыми сейсмограммами. В обсуждаемой ниже методике подгонка модели к данным производится в *спектральной области*. Детальный анализ спектров смещений в объемных волнах проводился в работах [3–5]. Эти исследования были посвящены определению скалярного сейсмического момента и временной функции источника. Нам же представляется полезным оценивать по таким спектрам и тензор сейсмического момента, и глубину источника.

В отличие от остальных определяемых характеристик глубина источника входит в выражения для синтетических спектров принципиально нелинейным образом. Более того, при малой глубине источника на широкополосной записи обычно не удается разделить волновые фазы P , pP и sP , имеющие близкие времена прихода. Спектры начальных частей записей, сформированных суперпозицией этих фаз, обладают указанными выше свойствами когерентности лишь на периодах, существенно превышающих зависящие от глубины источника разности времен прихода отраженных от свободной поверхности над очагом волн pP и sP и прямой волны P . На более коротких периодах модель требует внесения в наблюдаемые спектры поправки, зависящих от искомого тензора момента и глубины источника.

Поэтому описываемый метод реализуется в три этапа. На первом этапе анализируется длиннопериодная часть спектра P -волн. Используя предположение о когерентности сигналов, зарегистрированных различными станциями, мы получаем оценку тензора момента. На втором этапе, включив в рассмотрение спектры на более коротких периодах и зафиксировав полученный ранее тензор момента, вычисляем для каждой станции относительные амплитуды волн P , pP и sP . Далее, варьируя глубину источника, для каждого ее текущего значения рассчитываем частотно-зависимые поправки, связанные с запаздыванием волн pP и sP относительно прямой волны P , и оцениваем степень когерентности скорректированных спектров. Глубина, для которой исправленные спектры "максимально когерентны", принимается за оценку истинной глубины источника. На третьем этапе, используя полученные оценки тензора момента и глубины, вычисляем временную функцию источника. Метод использован для анализа спектров записей Хаилинского землетрясения 1991 г. и спектров синтетических записей того же землетрясения, которые рассчитаны для модели очага, построенной на основе анализа записей поверхностных волн в работе [6].

СМЕЩЕНИЯ В P -ВОЛНЕ, ВОЗБУЖДЕННОЙ ТОЧЕЧНЫМ ИСТОЧНИКОМ

Пусть $\mathbf{u}_P^{(i)}(t)$, $\mathbf{u}_{pP}^{(i)}(t)$ и $\mathbf{u}_{sP}^{(i)}(t)$ – соответственно смещения в волнах P , pP и sP , зарегистрированных i -й станцией; $\mathbf{r}_P^{(i)}$, $\mathbf{r}_{pP}^{(i)}$ и $\mathbf{r}_{sP}^{(i)}$ – единичные векторы, направленные из источника вдоль лучей соответствующих волн; $\mathbf{r}_{V_{sP}}^{(i)}$ – направляющий вектор смещений в волне sP в источнике; $\mathbf{I}_P^{(i)}$, $\mathbf{I}_{pP}^{(i)}$ и $\mathbf{I}_{sP}^{(i)}$ – направляющие векторы

смещений в соответствующих волнах в точке регистрации; $k_{pP}^{(i)}$ и $k_{sP}^{(i)}$ – коэффициенты отражения волн pP и sP от свободной поверхности над источником; $J^{(i)}$ – геометрическое расхождение; α_0, β_0 и ρ_0 – скорость P-волн, S-волн и плотность в окрестности источника; α, β и ρ – значения тех же параметров в точке регистрации; $t_P^{(i)}, t_{pP}^{(i)}$ и $t_{sP}^{(i)}$ – времена распространения волн P, pP и sP. В описываемой методике мы используем для расчета всех перечисленных выше параметров сферически симметричную модель Земли IASPEI-91 [7].

Будем считать, что производная тензора момента по времени может быть представлена в виде

$$\dot{\mathbf{M}} = \mathbf{m}f(t),$$

где \mathbf{m} – постоянный нормированный тензор (след матрицы $\mathbf{m}\mathbf{m}^T$ (равный сумме квадратов элементов \mathbf{m}) равен 2; здесь и далее операцию транспонирования будем обозначать индексом T), $f(t)$ – скалярная временная функция источника. Заметим, что в этом случае скалярный сейсмический момент M_0 равен $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$ или (что то же самое) – значению спектра $f(t)$ на нулевой частоте. Поскольку \mathbf{m} и $f(t)$ допускают одновременную смену знаков, для определенности будем считать $\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt$ положительным (специальный случай равенства этого интеграла нулю здесь не рассматривается).

Тогда скорректированные за затухание смещения в рассматриваемых волнах, зарегистрированных i -й станцией, могут быть описаны следующими формулами:

$$\mathbf{u}_P^{(i)}(t) = u_P^{(i)}(t)\mathbf{I}_P^{(i)}, \quad \mathbf{u}_{pP}^{(i)}(t) = u_{pP}^{(i)}(t)\mathbf{I}_{pP}^{(i)}, \quad \mathbf{u}_{sP}^{(i)}(t) = u_{sP}^{(i)}(t)\mathbf{I}_{sP}^{(i)}, \quad (1)$$

$$u_P^{(i)}(t) = \mathbf{r}_P^{(i)T} \mathbf{m}\mathbf{r}_P^{(i)} f(t - t_P^{(i)}) \frac{J^{(i)}}{4\pi\sqrt{\rho_0\alpha_0^5\rho\alpha}}, \quad (2)$$

$$u_{pP}^{(i)}(t) = \mathbf{r}_{pP}^{(i)T} \mathbf{m}\mathbf{r}_{pP}^{(i)} f(t - t_{pP}^{(i)}) \frac{J^{(i)}k_{pP}^{(i)}}{4\pi\sqrt{\rho_0\alpha_0^5\rho\alpha}}, \quad (3)$$

$$u_{sP}^{(i)}(t) = \mathbf{r}_{sP}^{(i)T} \mathbf{m}\mathbf{r}_{sP}^{(i)} f(t - t_{sP}^{(i)}) \frac{J^{(i)}k_{sP}^{(i)}}{4\pi\sqrt{\rho_0\beta_0^5\rho\alpha}}. \quad (4)$$

Сумма функций $\mathbf{u}_P^{(i)}(t)$, $\mathbf{u}_{pP}^{(i)}(t)$ и $\mathbf{u}_{sP}^{(i)}(t)$ описывает смещения в начальной части падающей на свободную поверхность P-волны. Для телесеизмических расстояний единичные векторы $\mathbf{I}_P^{(i)}$, $\mathbf{I}_{pP}^{(i)}$ и $\mathbf{I}_{sP}^{(i)}$ с высокой точностью совпадают. Поскольку пути распространения трех рассматриваемых волн различаются лишь в окрестности источника, для каждой из них в качестве геометрического расхождения может быть взято $J^{(i)}$, соответствующее прямой P-волне. Регистрируемые смещения

$\mathbf{u}^{(i)}(t)$ в Р-волне представляют собой сумму падающей и отраженных от свободной поверхности в точке регистрации волн. Эти смещения определяются формулами (1)–(4), а также параметром $\chi^{(i)}$ (отношением $|\mathbf{u}^{(i)}(t)|$ к амплитуде падающей волны) и углом $e^{(i)}$ между вектором $\mathbf{u}^{(i)}(t)$ и свободной поверхностью.

В сформулированных выше предположениях преобразование Фурье функции $u_z^{(i)}(t)$ – вертикальной компоненты смещений в Р-волне, зарегистрированной i -й станцией, – после поправки на характеристику прибора может быть представлено в виде

$$K^{(i)}(\omega) = K_0(\omega)Q^{(i)}(\omega) \exp(-i\omega t_P^{(i)}). \quad (5)$$

Здесь $K_0(\omega)$ – спектр функции $f(t)/(4\pi\sqrt{\rho_0\alpha_0^5\rho\alpha})$, ω – круговая частота, а множитель $Q^{(i)}(\omega)$ определяется диаграммой излучения волн Р, рР и sР на i -ю станцию и временами запаздывания волн рР и sР относительно волны Р: $\tau_1^{(i)} = t_{pP}^{(i)} - t_P^{(i)}$ и $\tau_2^{(i)} = t_{sP}^{(i)} - t_P^{(i)}$. Функция $Q^{(i)}(\omega)$ описывается следующими формулами:

$$Q^{(i)}(\omega) = a^{(i)} + b^{(i)} \exp(-i\omega\tau_1^{(i)}) + c^{(i)} \exp(-i\omega\tau_2^{(i)}), \quad (6)$$

$$a^{(i)} = \sin e^{(i)} \chi^{(i)} J^{(i)} \mathbf{r}_P^{(i)T} \mathbf{m} \mathbf{r}_P^{(i)}, \quad (7)$$

$$b^{(i)} = \sin e^{(i)} \chi^{(i)} J^{(i)} k_{pP}^{(i)} k_{pP}^{(i)T} \mathbf{m} \mathbf{r}_{pP}^{(i)}, \quad (8)$$

$$c^{(i)} = \sin e^{(i)} \chi^{(i)} J^{(i)} k_{sP}^{(i)} \sqrt{\alpha_0^5/\beta_0^5} \mathbf{r}_{VsP}^{(i)T} \mathbf{m} \mathbf{r}_{sP}^{(i)}. \quad (9)$$

ДЛИННОПЕРИОДНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассмотрим длиннопериодную (низкочастотную) часть спектра, в которой ω удовлетворяет неравенствам $\omega\tau_1^{(i)} \ll 1$ и $\omega\tau_2^{(i)} \ll 1$ для всех значений i . Для таких частот функция $Q^{(i)}(\omega)$ в формуле (5) может быть заменена суммой $a^{(i)} + b^{(i)} + c^{(i)}$, и спектр $K^{(i)}(\omega)$ может быть представлен в виде

$$K^{(i)}(\omega) = g^{(i)} K_0(\omega) \exp[-i(\omega t_P^{(i)} - \Delta\psi^{(i)})], \quad (10)$$

где $g^{(i)}$ и $\Delta\psi^{(i)}$ – соответственно амплитуда и фаза вещественной суммы $a^{(i)} + b^{(i)} + c^{(i)}$ (т.е. $g^{(i)} \geq 0$), а величина $\Delta\psi^{(i)}$, которую мы в дальнейшем будем называть полярностью Р-волн, принимает значения $n\pi$ (n – некоторое целое число).

Используя формулы (7)–(9), получим соотношение, которое связывает величину $g^{(i)} \exp(i\Delta\psi^{(i)})$, определяемую наблюдаемыми спектрами $K^{(i)}(\omega)$, с тензором момента \mathbf{m} :

$$\mathbf{r}_P^{(i)T} \mathbf{m} \mathbf{r}_P^{(i)} + k_{pP}^{(i)} \mathbf{r}_{pP}^{(i)T} \mathbf{m} \mathbf{r}_{pP}^{(i)} + k_{sP}^{(i)} \sqrt{\frac{\alpha_0^5}{\beta_0^5}} \mathbf{r}_{VsP}^{(i)T} \mathbf{m} \mathbf{r}_{sP}^{(i)} = \frac{g^{(i)} \exp(i\Delta\psi^{(i)})}{\sin e^{(i)} \psi^{(i)} J^{(i)}}. \quad (11)$$

Формула (11) определяет систему уравнений ($i = 1, \dots, N$, где N – число точек регистрации) для элементов тензора \mathbf{m} . Обычно N достаточно велико, так что система уравнений (11) оказывается переопределенной.

Опишем процедуру определения величин $g^{(i)}$ и $\Delta\psi^{(i)}$, а также амплитудного спектра временной функции источника.

Пусть $F^{(i)}(\omega_m)$ и $\Psi^{(i)}(\omega_m)$ – амплитудный и фазовый спектры, наблюдаемые на i -й станции в дискретном наборе частот ω_m ($m = 1, \dots, M$), $F_0(\omega_m)$ и $\Psi_0(\omega_m)$ – амплитудный и фазовый спектры функции источника, т.е.

$$K^{(i)}(\omega_m) = F^{(i)}(\omega_m) \exp[i\Psi^{(i)}(\omega_m)], \quad K_0(\omega_m) = F_0(\omega_m) \exp[i\Psi_0(\omega_m)].$$

Тогда для амплитудных и фазовых спектров из (10) получим соотношения

$$F^{(i)}(\omega_m) = g^{(i)} F_0(\omega_m), \quad (12)$$

$$\Psi^{(i)}(\omega_m) = \Psi_0(\omega_m) - \omega_m t_p^{(i)} + \Delta\psi^{(i)} + 2\pi k^{(i)}. \quad (13)$$

Член $2\pi k^{(i)}$ ($k^{(i)}$ – целое число) в формуле (13) описывает неоднозначность определения фазы.

Введем обозначение для среднего арифметического значения некоторой функции $f^{(i)}(\omega_m)$, зависящей от номера станции i ($i = 1, \dots, N$) и от частоты ω_m ($m = 1, \dots, M$):

$$\langle f(\omega_m) \rangle^{(N)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^{(i)}(\omega_m), \quad \langle f^{(i)} \rangle_{(M)} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M f^{(i)}(\omega_m),$$

$$\langle f \rangle_{(M)}^{(N)} = \frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M f^{(i)}(\omega_m).$$

Аналогично обозначим средние геометрические значения функции $f^{(i)}(\omega_m)$ по i и по ω_m :

$$\langle\langle f(\omega_m) \rangle\rangle^{(N)} = \left(\prod_{i=1}^N f^{(i)}(\omega_m) \right)^{\frac{1}{N}}, \quad \langle\langle f^{(i)} \rangle\rangle_{(M)} = \left(\prod_{m=1}^M f^{(i)}(\omega_m) \right)^{\frac{1}{M}},$$

$$\langle\langle f \rangle\rangle_{(M)}^{(N)} = \left(\prod_{i=1}^N \prod_{m=1}^M f^{(i)}(\omega_m) \right)^{\frac{1}{MN}}.$$

Получим формулы, позволяющие по наблюдаемым амплитудным спектрам оценить коэффициенты $g^{(i)}$ и амплитудный спектр функции источника $F_0(\omega_m)$. Логарифмируя левую и правую части формулы (12), получим

$$\ln[F^{(i)}(\omega_m)] = \ln(g^{(i)}) + \ln[F_0(\omega_m)]. \quad (14)$$

Осредняя по индексу i (по станциям) обе части равенства (14), имеем

$$\langle \ln[F(\omega_m)] \rangle^{(N)} = \langle \ln(g) \rangle^{(N)} + \ln[F_0(\omega_m)]. \quad (15)$$

Разность (14) и (15) дает нам следующую систему уравнений (по одному на каждое значение частоты ω_m) для определения $g^{(i)}$:

$$\ln(g^{(i)}) = \langle \ln(g) \rangle^{(N)} + \ln[F^{(i)}(\omega_m)] - \langle \ln[F(\omega_m)] \rangle^{(N)}. \quad (16)$$

Решение системы (16) в смысле наименьших квадратов имеет следующий вид:

$$g^{(i)} = \langle \langle g \rangle \rangle^{(N)} \frac{\langle \langle F^{(i)} \rangle \rangle_{(M)}}{\langle \langle F \rangle \rangle_{(M)}^{(N)}}. \quad (17)$$

При выводе формулы (17) мы использовали соотношение $\langle \ln(\xi) \rangle^{(N)} = \ln \langle \langle \xi \rangle \rangle^{(N)}$, где ξ – некоторая переменная.

Аналогично из формулы (15) получим оценку

$$F_0(\omega_m) = \frac{\langle \langle F(\omega_m) \rangle \rangle^{(N)}}{\langle \langle g \rangle \rangle^{(N)}}. \quad (18)$$

Сравнение (12), (17) и (18) показывает, что оценка $g^{(i)}$ может быть получена из наблюдаемых амплитудных спектров с точностью до постоянного множителя $\langle \langle g \rangle \rangle^{(N)}$, от которого зависит также и амплитудный спектр временной функции источника $F_0(\omega_m)$. Эта неоднозначность снимается условиями нормировки тензора момента \mathbf{m} , которые мы обсудим ниже (см. (25), (27)) при рассмотрении решения системы (11). А теперь получим формулы для оценок по наблюдаемым фазовым спектрам полярности $\Delta\psi^{(i)}$ Р-волн.

Осредняя по индексу i (по станциям) обе части равенства (13), имеем

$$\langle \Psi(\omega_m) \rangle^{(N)} = \Psi_0(\omega_m) - \omega_m \langle t_P \rangle^{(N)} + \langle \Delta\psi \rangle^{(N)} + 2\pi \langle k \rangle^{(N)}, \quad (19)$$

где $\langle k \rangle^{(N)}$ – вообще говоря, не целое, а рациональное число.

Вычитая (19) из (13), исключаем пока из рассмотрения $\Psi_0(\omega_m)$:

$$\begin{aligned} \Psi^{(i)}(\omega_m) - \langle \Psi(\omega_m) \rangle^{(N)} &= \\ &= -\omega_m (t_P^{(i)} - \langle t_P \rangle^{(N)}) + \Delta\psi^{(i)} - \langle \Delta\psi \rangle^{(N)} + 2\pi (k^{(i)} - \langle k \rangle^{(N)}). \end{aligned} \quad (20)$$

Осредним это равенство по частотам:

$$\begin{aligned} \langle \Psi^{(i)} \rangle_{(M)} - \langle \Psi \rangle_{(M)}^{(N)} &= \\ &= -\langle \omega \rangle_{(M)} (t_P^{(i)} - \langle t_P \rangle^{(N)}) + \Delta\psi^{(i)} - \langle \Delta\psi \rangle^{(N)} + 2\pi (k^{(i)} - \langle k \rangle^{(N)}). \end{aligned} \quad (21)$$

Для каждой i -й станции разность (20) и (21) дает систему уравнений (по одному на каждое значение ω_m) для величины $\Delta\tau^{(i)} = t_P^{(i)} - \langle t_P \rangle^{(N)}$:

$$(\omega_m - \langle \omega \rangle_{(M)}) (t_P^{(i)} - \langle t_P \rangle^{(N)}) = -\Psi^{(i)}(\omega_m) + \langle \Psi(\omega_m) \rangle^{(N)} + \langle \Psi^{(i)} \rangle_{(M)} - \langle \Psi \rangle_{(M)}^{(N)}. \quad (22)$$

Решение системы (22) в смысле наименьших квадратов примем за оценку $\Delta\tau^{(i)}$:

$$\Delta\tau^{(i)} = \frac{\sum_{m=1}^M (\omega_m - \langle\omega\rangle_{(M)}) [\langle\Psi(\omega_m)\rangle^{(N)} - \Psi^{(i)}(\omega_m)]}{\sum_{m=1}^M (\omega_m - \langle\omega\rangle_{(M)})^2}. \quad (23)$$

Подставив полученную оценку $\Delta\tau^{(i)}$ в соотношение (21), получим выражение для $\Delta\psi^{(i)}$:

$$\Delta\psi^{(i)} = \langle\Psi^{(i)}\rangle_{(M)} - \langle\Psi\rangle_{(M)}^{(N)} + \langle\omega\rangle_{(M)}\Delta\tau^{(i)} + \langle\Delta\psi\rangle^{(N)} + 2\pi(\langle k\rangle^{(N)} - k^{(i)}). \quad (24)$$

Рассмотрим формулу (19) в окрестности нулевой частоты. $\Psi_0(0) = 0$, поскольку значение спектра временной функции источника на нулевой частоте $K_0(0)$ для определенности принято положительным. Считая частоты ω_m достаточно малыми, положим $\Psi_0(\omega_m) = 0$ и аппроксимируем правую часть равенства (19) наилучшей в смысле наименьших квадратов прямой. Наклон этой прямой определяет величину $\langle t_p \rangle^{(N)}$ (ее мы используем ниже при вычислении $\Psi_0(\omega)$), а пересечение с осью $\omega = 0$ дает значение величины $\langle\Delta\psi\rangle^{(N)} + 2\pi\langle k\rangle^{(N)}$. Подставляя это значение в (24), полагаем $\Delta\psi^{(i)}$ равным ближайшему к полученному значению числу, кратному π . Таким образом мы оценили по наблюдаемым длиннопериодным амплитудным и фазовым спектрам правые части системы уравнений (11) для элементов тензора сейсмического момента. Решение этой системы определяет тензор момента с точностью до положительного множителя $\langle\langle g \rangle\rangle^{(N)}$ (см. формулу (17)). Положив в (17) $\langle\langle g \rangle\rangle^{(N)} = 1$, решаем методом наименьших квадратов систему (11). Обозначим это решение символом $\tilde{\mathbf{m}}$. $Tr(\tilde{\mathbf{m}}\tilde{\mathbf{m}}^T)$ – сумма квадратов его элементов. Тогда для нормированного тензора момента \mathbf{m} , амплитудного спектра временной функции источника (см. формулу (18)) и сейсмического момента M_0 имеют место следующие оценки:

$$\mathbf{m} = \frac{\sqrt{2}\tilde{\mathbf{m}}}{\sqrt{Tr(\tilde{\mathbf{m}}\tilde{\mathbf{m}}^T)}}, \quad (25)$$

$$F_0(\omega_m) = \frac{\sqrt{Tr(\tilde{\mathbf{m}}\tilde{\mathbf{m}}^T)\langle\langle F(\omega_m) \rangle\rangle^{(N)}}}{\sqrt{2}}, \quad (26)$$

$$M_0 = 4\pi\sqrt{\rho_0\alpha_0^5\rho\alpha} \lim_{\omega \rightarrow 0} F_0(\omega). \quad (27)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ИСТОЧНИКА

Рассмотрим теперь спектры смещений в Р-волнах на более коротких периодах, сравнимых с временами запаздывания волн рР и sР по отношению к прямой волне Р. В этой области спектра зависимость от частоты функций $Q^{(i)}(\omega)$ уже существенна и, как видно из формул (6)–(9), определяется тензором момента и глубиной источника. Для принятой нами модели источника амплитудный спектр

смещений, зарегистрированных i -й станцией, в соответствии с соотношением (5) может быть представлен в виде

$$F^{(i)}(\omega) = q^{(i)}(\omega)F_0(\omega), \quad (28)$$

где $q^{(i)}(\omega) = |Q^{(i)}(\omega)|$.

Используя полученный в длиннопериодном приближении тензор момента, можно рассчитать функции $q^{(i)}(\omega)$ для любого значения глубины источника и определить, для какого из них соотношение (28) выполняется наилучшим образом. При этом следует иметь в виду, что амплитудный спектр функции источника $F_0(\omega)$ в рассматриваемом частотном диапазоне нам не известен – он оценен лишь в длиннопериодной части спектра (см. формулу (26)). Разделив наблюдаемые амплитудные спектры $F^{(i)}(\omega)$ на функции $q^{(i)}(\omega)$, соответствующие текущему значению глубины, мы могли бы в качестве минимизируемой величины использовать среднее различие этих отношений по всем станциям (по индексу i). Но функции $q^{(i)}(\omega)$ на некоторых частотах могут принимать столь малые значения, что даже небольшой шум в наблюдениях приводит к появлению больших скачков в сравниваемых функциях. Чтобы избежать этого, мы сравниваем не отношения $F^{(i)}(\omega)/q^{(i)}(\omega)$, а произведения $F^{(i)}(\omega)q^{(j)}(\omega)$ для различных пар i и j ($i, j = 1, \dots, N$). В соответствии с (28), когда глубина источника принимает истинное значение, для всех комбинаций i и j должно выполняться равенство

$$F^{(i)}(\omega)q^{(j)}(\omega) = F^{(j)}(\omega)q^{(i)}(\omega). \quad (29)$$

Для того чтобы сделать алгоритм более устойчивым к шумам, мы не сравниваем непосредственно левую и правую части приведенного соотношения, а предварительно их нормируем. Реализовано это следующим образом.

Рассмотрим заданные на дискретном наборе частот функции $V^{(i,j)}(\omega_m) = F^{(i)}(\omega_m)q^{(j)}(\omega_m)$ ($m = 1, \dots, M$) как M -мерные векторы $\mathbf{V}^{(i,j)}$ с компонентами $V_m^{(i,j)} = V^{(i,j)}(\omega_m)$. Тогда компоненты их направляющих единичных векторов определяются формулой

$$v_m^{(i,j)} = \frac{V^{(i,j)}(\omega_m)}{\sqrt{\sum_{m=1}^M [V^{(i,j)}(\omega_m)]^2}}. \quad (30)$$

Единичные векторы $\mathbf{v}^{(i,j)}$ зависят от глубины источника h , т.е. $v_m^{(i,j)} = v_m^{(i,j)}(h)$. При истинном значении глубины для любых i и j векторы $\mathbf{v}^{(i,j)}(h)$ и $\mathbf{v}^{(j,i)}(h)$ должны совпадать. В качестве минимизируемой функции глубины $\Phi(h)$ возьмем среднеквадратичное по всем парам i, j значение синуса половины угла между векторами $\mathbf{v}^{(i,j)}(h)$ и $\mathbf{v}^{(j,i)}(h)$ или половину длины вектора $\mathbf{v}^{(i,j)}(h) - \mathbf{v}^{(j,i)}(h)$

$$\Phi(h) = \sqrt{\frac{1}{2K} \sum_{i \neq j} \sum_{m=1}^M [v_m^{(i,j)}(h) - v_m^{(j,i)}(h)]^2}, \quad (31)$$

где внешнее суммирование производится по всем парам $i \neq j$ ($i, j = 1, \dots, N$), а K – число таких пар.

Значение h , соответствующее минимуму функции $\Phi(h)$, примем за оценку глубины источника.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВРЕМЕННОЙ ФУНКЦИИ ИСТОЧНИКА

Спектр наблюдаемых смещений описывается формулой (5). Используя найденный в длиннопериодном приближении тензор момента и полученную оценку глубины источника, рассчитаем по формулам (6)–(9) функцию $\tilde{Q}^{(i)}(\omega) = Q^{(i)}(\omega)/[a^{(i)} + b^{(i)} + c^{(i)}]$. Пусть $F_Q^{(i)}(\omega)$ – ее амплитуда, а $\Psi_Q^{(i)}(\omega)$ – фаза, т.е. $\tilde{Q}^{(i)}(\omega) = F_Q^{(i)}(\omega) \exp[\Psi_Q^{(i)}(\omega)]$. Разделив наблюдаемые спектры $K^{(i)}(\omega)$ на соответствующие функции $\tilde{Q}^{(i)}(\omega)$, мы могли бы оценить спектр функции источника по исправленным спектрам $\tilde{K}^{(i)}(\omega) = K^{(i)}(\omega)/[\tilde{Q}^{(i)}(\omega)]$, для которых справедливо представление (10), т.е.

$$\tilde{K}^{(i)}(\omega) = g^{(i)} K_0(\omega) \exp[-i(\omega t_P^{(i)} - \Delta\psi^{(i)})]. \quad (32)$$

Однако амплитудные спектры $F_Q^{(i)}(\omega)$, как и рассмотренные выше функции $q^{(i)}(\omega)$, могут принимать на некоторых частотах значения, слишком близкие к нулю. Поэтому мы не используем $\tilde{K}^{(i)}(\omega)$ в рассмотренной ниже процедуре расчета амплитудного спектра функции источника $F_0(\omega)$, а приведем формулы для оценки фазового спектра временной функции источника $\Psi_0(\omega_m)$.

Как видно из формул (10) и (32), функции $\tilde{K}^{(i)}(\omega) \rightarrow K^{(i)}(\omega)$ при $\omega \rightarrow 0$. Поэтому полученные в длиннопериодном приближении оценки параметров, характеризующих наблюдаемые спектры $K^{(i)}(\omega)$, могут быть отнесены к спектрам $\tilde{K}^{(i)}(\omega)$.

Из соотношения, аналогичного (19) (с заменой $\langle \Psi(\omega_m) \rangle^{(N)}$ на $\langle \tilde{\Psi}(\omega_m) \rangle^{(N)}$), $\Psi_0(\omega_m)$ может быть представлена в виде

$$\Psi_0(\omega_m) = -\langle \tilde{\Psi}(\omega) \rangle^{(N)} - \omega_m \langle t_P \rangle^{(N)} + \langle \Delta\psi \rangle^{(N)} + 2\pi \langle k \rangle^{(N)}, \quad (33)$$

где $\langle \tilde{\Psi}(\omega_m) \rangle^{(N)}$ – среднее арифметическое (по станциям) фазовых спектров $\tilde{\Psi}^{(i)}(\omega_m)$, соответствующих $\tilde{K}^{(i)}(\omega_m)$ и определяющихся выражением

$$\tilde{\Psi}^{(i)}(\omega_m) = \Psi^{(i)}(\omega_m) - \Psi_Q^{(i)}(\omega_m).$$

Анализируя в длиннопериодном приближении соотношение (19), мы получили оценки для величин $\langle t_P \rangle^{(N)}$ и $\langle \Delta\psi \rangle^{(N)} + 2\pi \langle k \rangle^{(N)}$. Подставляя эти оценки в (33), получим фазовый спектр функции источника $\Psi_0(\omega_m)$.

Опишем процедуру вычисления амплитудного спектра функции источника.

В соответствии с соотношением (5) имеем

$$\sum_{i=1}^N F^{(i)}(\omega) q^{(i)}(\omega) = F_0(\omega) \sum_{i=1}^N [q^{(i)}(\omega)]^2. \quad (34)$$

Функции $q^{(i)}(\omega)$ могут быть рассчитаны по формулам (6)–(9).

Выразив $F_0(\omega)$ из формулы (34), получим оценку амплитудного спектра временной функции источника

$$F_0(\omega) = \frac{\sum_{i=1}^N F^{(i)}(\omega) q^{(i)}(\omega)}{\sum_{i=1}^N [q^{(i)}(\omega)]^2}. \quad (35)$$

Как было отмечено выше, функции $q^{(i)}(\omega)$ на некоторых частотах могут принимать близкие к нулю значения. Однако для различных станций (разных значений индекса i) $q^{(i)}(\omega)$ принимают близкие к нулю значения на различных частотах ω и сумма $\sum_{i=1}^N [q^{(i)}(\omega)]^2$ обычно не обращается в нуль. Тем не менее, в каждом конкретном случае на некоторых частотах она может принимать малые значения и при наличии шума в наблюдениях и неадекватности принятой модели сигнала это может привести к появлению локальных максимумов у функции $F_0(\omega)$.

Получив оценку спектра функции источника $K_0(\omega) = F_0(\omega) \exp[i\Psi_0(\omega)]$ и применив к нему преобразование Фурье, получаем саму функцию $f(t)$. При этом амплитудный спектр $F_0(\omega)$ на нулевой частоте полагаем равным его значению на минимальных, доступных из наблюдений, частотах.

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА

Для тестирования описанного метода было выбрано Хаилинское землетрясение 1991 г. с магнитудой $M_s = 6.6$. Модель очага этого землетрясения была построена авторами на основе анализа записей поверхностных волн [6], и представлялось интересным сравнить полученные характеристики источника с результатами интерпретации объемных волн.

Для анализа были использованы сверхширокополосные (VBB) а также длиннопериодные (LP) записи, включенные в обработку при определении тензора момента в длиннопериодном приближении (рис. 1).

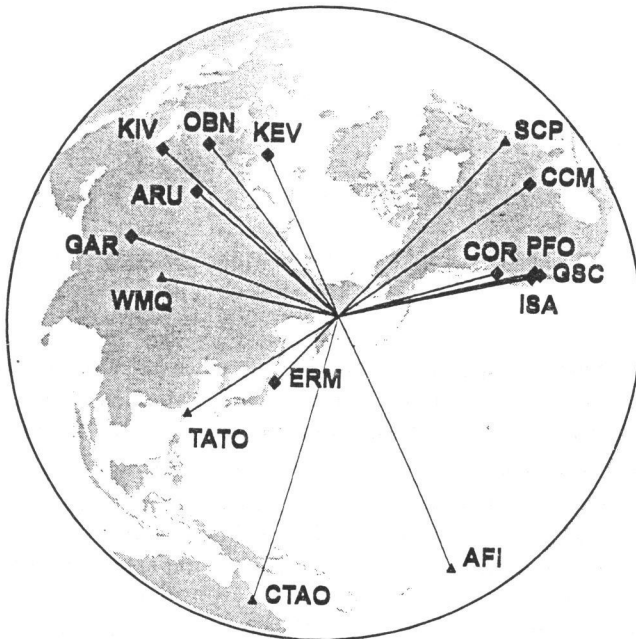


Рис. 1. Расположение сейсмических станций, записи которых анализировались

Квадраты – станции со сверхширокополосными, треугольники – с длиннопериодными записями

На основании полученных [6] тензора момента и интегральных оценок пространственно-временных характеристик очага землетрясения была построена его модель (рис. 2), для которой рассчитаны синтетические сейсмограммы, представляющие собой сумму волн Р, рР и sР. Очаговая область была задана в виде прямоугольника 40×20 км с глубиной пространственного центраида 20 км. Величина подвижки $|\Delta U| = 0.4$ м, угол подвижки 90° . Прямолинейный фронт разрыва, параллельный большой стороне прямоугольника длиной 40 км, распространяется со скоростью 3 км/с. Очаг представляет собой сумму точечных источников с одним и тем же тензором момента, действующих в течение одной секунды от момента прихода фронта разрыва в соответствующую точку.

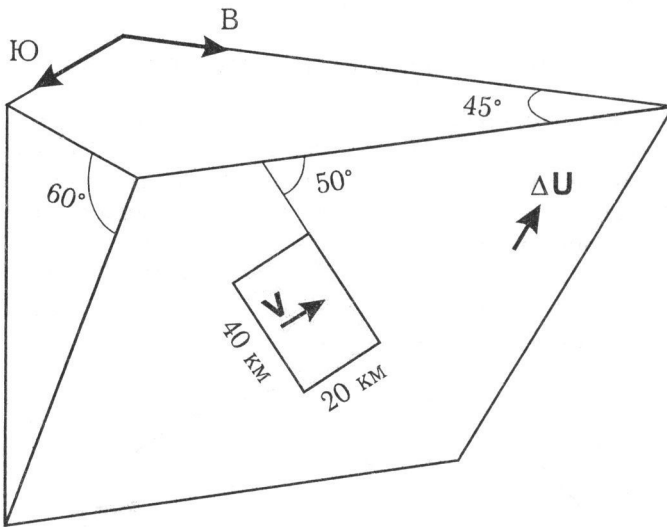


Рис. 2. Модель очага Хаилинского землетрясения, построенная на основе записей поверхностных волн

ΔU – направление подвижки; V – направление движения прямолинейного фронта разрыва; Ю и В – направления на юг и восток

Синтетические сейсмограммы рассчитаны для всех станций, записи которых анализировались. И в соответствии с описанным алгоритмом весь процесс обработки был проведен как для реальных записей, так и для синтетических.

Из анализа спектров реальных записей Р-волн в низкочастотном диапазоне от 0.007 до 0.02 Гц был получен следующий механизм очага: азимут простирания 219° , угол падения 64° , угол подвижки 97° и сейсмический момент $1.9 \cdot 10^{19}$ Н·м. Из анализа записей поверхностных волн для тех же параметров были получены [6] следующие оценки: азимут простирания 225° , угол падения 60° , угол подвижки 90° и сейсмический момент $1.3 \cdot 10^{19}$ Н·м. Именно эти значения параметров были заложены в модель при расчете синтетических сейсмограмм Р-волн. Из анализа их спектров в том же частотном диапазоне, что и для реальных записей, был получен механизм очага: азимут простирания 225° , угол падения 63° , угол подвижки

87° и сейсмический момент $1.4 \cdot 10^{19}$ Н·м. Сравнение приведенных фокальных механизмов показывает, что их различие мало, оценка же сейсмического момента по Р-волнам почти в полтора раза превышает оценку по поверхностным волнам. Это обусловлено тем, что амплитудные характеристики приборов и сумма $\sum_{i=1}^N [q^{(i)}(\omega)]^2$ в формуле (35) принимают на низких частотах достаточно малые значения и при наличии низкочастотного шума амплитудные спектры оказываются завышенными. Эта проблема рассматривалась различными авторами (см., например, [3–5]), ниже мы вернемся к ее обсуждению. На рис. 3 приведены фокальные механизмы, полученные разными методами.

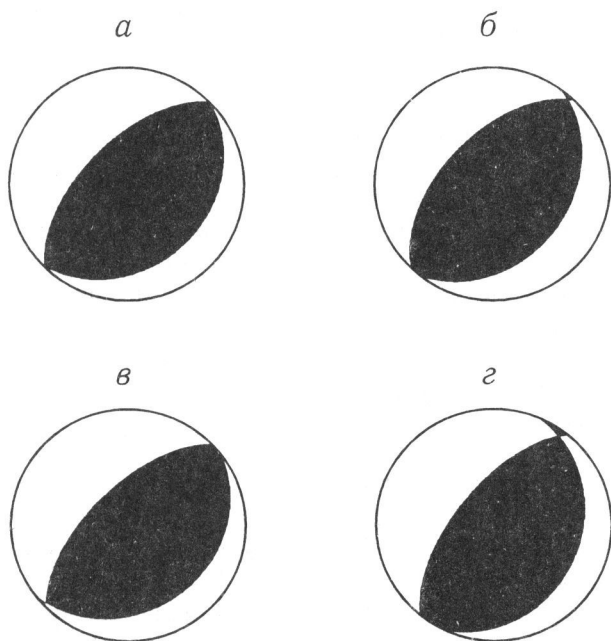


Рис. 3. Стереографические проекции нодальных плоскостей, соответствующие фокальным механизмам, полученным разными авторами

a – по поверхностным волнам [6]; *б* – СМТ-решение [8]; *в*, *г* – решение, полученное описываемым методом по синтетическим сейсмограммам (*в*) и по реальным записям (*г*)

Для определения глубины источника анализировались спектры Р-волн в частотном диапазоне от 0.01 до 0.12 Гц. Точка минимума функции $\Phi(h)$ (см. (29)–(31)), рассчитанной по спектрам синтетических сейсмограмм (рис. 4, *a*), соответствует глубине пространственного центра модели, для которой были рассчитаны сейсмограммы. Глубина 18 км, где $\Phi(h)$, рассчитанная по спектрам реальных записей, достигает минимума (рис. 4, *б*), принята нами в качестве оценки глубины эквивалентного точечного источника, в СМТ-решении [8] глубина была оценена в 15 км. Глубина 21 км, где функция $\Phi(h)$ претерпевает излом, соответствует границе между гранитами и базальтами в используемой модели Земли IASPEI-91.

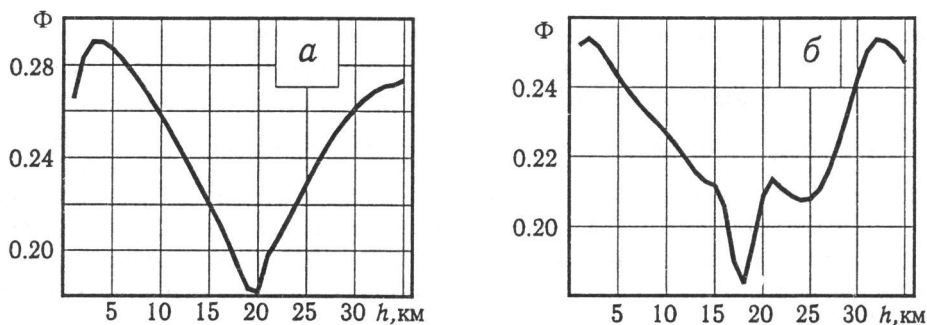


Рис. 4. График минимизируемой функции $\Phi(h)$, полученной из анализа спектров синтетических сейсмограмм (а) и реальных записей (б)

Спектр временной функции источника $K_0(\omega)$ рассчитывался по формулам (33) и (35) в том же частотном диапазоне, в котором определялась глубина очага. Соответствующие временные функции приведены на рис. 5. Осциллирующий характер этих функций объясняется тем, что формулы, использовавшиеся в расчетах, являются приближенными – они получены в предположении, что источник является точечным. Однако даже функция, полученная из реальных записей, имеет ярко выраженный главный максимум, который может быть принят в качестве аппроксимации $f(t)$. Как видно на рис. 5, б, время действия эквивалентного точечного источника – порядка 10 с. Полученная в работе [8] соответствующая оценка времени действия источника равна 10.2 с.

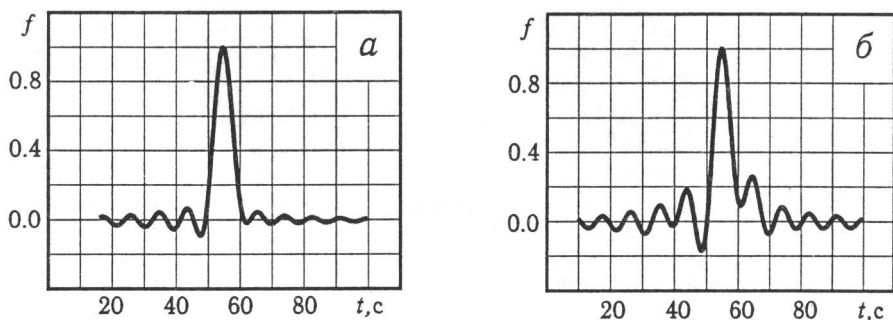


Рис. 5. Временная функция источника, полученная по синтетическим сейсмограммам (а) и реальным записям (б)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение результатов применения описанной методики с результатами, полученными другими методами [6, 8], свидетельствует о ее эффективности, и прежде всего это можно отнести к определению механизма и глубины очага. Что касается расчета временной функции, то так как в приближении точечного источника адекватная оценка ее высокочастотного спектра невозможна, она не может быть описана детально. По-видимому, по спектрам объемных волн надежная оценка

может быть получена лишь для времени действия источника. Ограничившись такой целью, можно описать развитие очага во времени простой функцией, зависящей лишь от двух параметров – сейсмического момента M_0 , определяющего ее интенсивность, и длительности Δt . Используя полученный в длиннопериодном приближении механизм очага и найденную оценку его глубины, можно рассчитать спектры Р-волн для любых значений этих параметров и оценить разность теоретических и наблюдаемых амплитудных спектров $\varepsilon(M_0, \Delta t)$ как функцию M_0 и Δt . Минимизация ε даст оценки этих параметров. Поскольку учет конечной глубины источника в такой процедуре дает возможность использовать более высокочастотные спектры, чем при расчете тензора момента, то завышенное на начальном этапе значение M_0 будет скорректировано.

Отметим также, что анализ точности оценки параметров сейсмического источника по предложенной методике требует специального изучения и расчетов.

Благодарности. Авторы благодарны Р. Мадариаге и В.Ф. Писаренко за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 93-05-8870 и 95-05-15335а), Национального научного фонда США (грант EAR 94 23818), Международного научно-технического центра (грант 008-94) и фонда ИНТАС (грант INTAS-93-457).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Kikuchi M., Kanamori H.* Inversion of complex body waves // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1982. Vol.2. P.2131-2145.
2. *Nabelek J.L.* Determination of earthquake source parameters from inversion of body waves: Ph.D. Thesis. MIT. Cambridge, 1984.
3. *Bezzeghoud M., Deshamps A., Madariaga R.* Broad-band P-wave signals and spectra from digital stations // *Modeling of the lithosphere / Eds.: R.Cassinis, G.Nolet, G.F.Panza.* N-Y.-London: Plenum Press, 1989. P.351-374.
4. *Houston H., Kanamori H.* Source spectra of great earthquake: teleseismic constraints on rupture process and strong motion // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1986. Vol.6. P.19-42.
5. *Boatwright J., Choy G.L.* Acceleration spectra for subduction zone earthquakes // *J. Geophys. Res.* 1989. Vol.94, N B11. P.15541-15553.
6. *Ландер А.В., Букчин Б.Г., Дроздин Д.В., Кирюшин А.В.* Тектоническая позиция и очаговые параметры Хаилинского (Корякского) землетрясения 8 марта 1991 года: существует ли плита Берингия? // *Геодинамика и прогноз землетрясений.* М: Наука, 1994. С.103-122. (Вычисл. сейсмология; Вып.26).
7. *Kennet B.L.N., Engdahl E.R.* Traveltimes for global earthquake location and phase identification // *Geophys. J. Int.* 1991. Vol.105. P.429-465.
8. *Dziewonski A.M., Ekstrom G., Salganik M.P., Zwart G.* Centroid-moment tensor solutions for January-March 1991 // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1992. Vol.70. P.7-15.