

УДК 550.34.01:519.2

## ОБНАРУЖЕНИЕ И ВЫДЕЛЕНИЕ ВОЛНОВОЙ ФОРМЫ СИГНАЛА В КОДЕ СИЛЬНОГО ИНТЕРФЕРИЮЩЕГО СОБЫТИЯ

А.Ф. Кушнир

*Международный институт теории прогноза землетрясений  
и математической геофизики Российской академии наук*

В.М. Лапшин

*Объединенный институт физики Земли Российской академии наук*

Рассматриваются задачи, связанные с обнаружением, выделением и оценкой параметров сейсмических сигналов, маскируемых сильными когерентными помехами. В качестве таких помех изучаются сигналы от интерферирующего события-землетрясения, происходящего одновременно со взрывом (возможный сценарий сокрытия подземного ядерного испытания). Для решения указанных задач на основе данных малоапertureных сейсмических групп используются методы статистического анализа многомерных стационарных временных рядов, позволяющие синтезировать алгоритмы адаптивной групповой фильтрации и пространственного спектрального анализа с высоким разрешением. На основе экспериментов с модельными и реальными данными Скандинавских малоапertureных сейсмических групп показано, что адаптивные статистически оптимальные алгоритмы, оценивающие (близкую к вырожденной) матричную спектральную плотность когерентных помех, обеспечивают точное определение временной функции сигнальной сейсмической волны и направления ее прихода на группу при значительно меньшем отношении сигнал/шум, чем традиционно применяемые алгоритмы.

## DETECTION AND IDENTIFICATION OF SIGNAL WAVE-FORMS IN THE CODA OF A LARGE INTERFERING EVENT

A.F. Kushnir

*International Institute of Earthquake Prediction Theory  
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences*

V.M. Lapshin

*United Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences*

We study the detection, identification, and estimation of the parameters of seismic signal masked by strong coherent noise. The noise is here assumed to consist of signals from an interfering event, an earthquake occurring simultaneously with the explosion of interest (a possible scenario for hiding an underground nuclear blast). To solve these problems using data from small-aperture seismic arrays we apply statistical methods in multivariate time series analysis

to design algorithms of adaptive group filtering and high resolution F-K analysis. Experiments with simulated and observed data at Scandinavian small-aperture arrays were carried out to show that adaptive statistically optimal algorithms that estimate the (nearly singular) matrix spectral density of coherent noise provide an accurate determination of the time function of the signal wave and of its arrival direction at the array at much lower signal/noise ratios than is possible with the conventional techniques.

## ВВЕДЕНИЕ

Возможный сценарий скрытия ядерных испытаний состоит в маскировке сейсмического сигнала от ядерного взрыва в коде сильного интерферирующего землетрясения. Обнаружение и оценивание параметров таких скрытых сигналов в близком к реальному режиме времени наиболее эффективно осуществляется с помощью сейсмических групп [1]. Используя стандартные методы обработки данных сейсмических групп, такие как полосовая частотная фильтрация, направленный прием (beamforming), STA/LTA-детектирование и пространственный спектральный анализ (F-K-анализ) [2], можно при достаточно большом отношении сигнал/шум обнаружить на сейсмограмме волны Р и S от взрыва на фоне волн от землетрясения, определить моменты их вступления, мощность, спектральный состав и направление прихода – азимут и кажущаяся медленность. Совокупность этих параметров позволяет в конечном счете локировать источник взрыва по данным одной сейсмической группы.

Указанные методы анализа данных сейсмических групп (широко используемые в практике сейсмического мониторинга) со статистической точки зрения являются оптимальными лишь в предположении, что помеха, маскирующая полезный сигнал, является белым шумовым полем по времени и по пространству или что полезный сигнал – узкополосный с известной центральной частотой. В рассматриваемой задаче (где помехи есть коды-волны от землетрясения, а полезные сигналы – волновые фазы взрыва) указанные условия, очевидно, не выполняются: коды-волны от землетрясения обладают сильной пространственной когерентностью, а сигналы волновых фаз взрыва являются широкополосными с неизвестным спектром.

Можно предложить более эффективные методы для анализа сейсмограммы взрыва на фоне коды землетрясения, более приспособленные к реальным характеристикам сигналов и помех. В данной работе исследованы некоторые из этих методов.

Сейсмический сигнал от взрыва для краткости будем называть просто "взрывом", в то время как интерферирующую с ним волновую форму коды – "землетрясением". Задача обнаружения и оценки параметров взрыва, спрятанного в землетрясении, должна решаться по-разному в зависимости от следующих априорных данных:

- 1) азимуты и кажущиеся медленности обоих событий (взрыва и землетрясения) известны;
- 2) азимут и кажущаяся медленность взрыва известна, но эти параметры неизвестны для землетрясения;
- 3) азимут и кажущаяся медленность землетрясения известна, но эти параметры неизвестны для взрыва;
- 4) азимуты и кажущиеся медленности для обоих событий неизвестны.

В случаях 1,2 для выделения сигнала на фоне когеррентных помех (и дальнейшего оценивания его параметров) вместо направленного приема лучше использовать различные процедуры групповой фильтрации [2, 3]. Этим термином мы будем называть процедуры линейной обработки многоканальных данных сейсмической группы, обладающие пространственной чувствительностью, такой что максимальное усиление достигается на азимуте и медленности, при которых сигнал от взрыва приходит на группу, а минимальное – соответствует азимуту и медленности интерферирующего землетрясения.

В случаях 3 и 4 для определения азимута и кажущейся медленности волн от взрыва проводится сравнение различных процедур пространственного спектрального анализа с использованием модельных и реальных данных.

## 1. ПРОСТРАНСТВЕННАЯ РЕЖЕКТОРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Если азимуты и кажущиеся медленности волн от взрыва и землетрясения известны, для выделения сигнала от взрыва на фоне коды землетрясения целесообразно использовать пространственный режекторный групповой фильтр (ПРГФ). Групповой фильтр  $\mathbf{r}(f) = (r_1(f), \dots, r_m(f))$  – это многоканальный фильтр, трансформирующий  $m$  входных трасс  $\mathbf{x}(f) = (x_1(f), \dots, x_m(f))^T$  (где  $T$  – знак транспонирования), представляющих собой преобразования Фурье наблюдений на датчиках малоапertureной группы, в скалярную трассу  $y(f)$  согласно соотношению

$$y(f) = \mathbf{r}^*(f)\mathbf{x}(f), \quad (1)$$

где  $0 < f < f_d/2$ ,  $f_d$  – частота дискретизации данных,  $*$  – эрмитово сопряжение.

Векторная частотная характеристика ПРГФ записывается в виде

$$\mathbf{r}_{RJ}(f) = \frac{\mathbf{h}_s^*(f)\mathbf{B}(f)}{\mathbf{h}_s^*(f)\mathbf{B}(f)\mathbf{h}_s(f)}, \quad (2)$$

где

$$\mathbf{h}_s(f) = (\exp(-i2\pi f \tau_{lk})), \quad k = 1, \dots, m) \quad (3)$$

– вектор-столбец сигнальных фазовых задержек, определяемых временными задержками  $\tau_{lk}$ , которые претерпевает сигнальная волна между  $l$ -м и  $k$ -м датчиками группы;

$$\mathbf{B}(f) = \frac{\mathbf{I} - \mathbf{h}_n(f)\mathbf{h}_n^*(f)}{\mathbf{h}_n^*(f)\mathbf{h}_n(f)} \quad (4)$$

– частотная характеристика матричного пространственного режекторного фильтра, подавляющего чисто когерентную волну с азимутом и кажущейся медленностью, соответствующими интерферирующему землетрясению,  $\mathbf{I}$  – единичная матрица. Матрица  $\mathbf{B}(f)$  определяется помеховыми фазовыми задержками

$$\mathbf{h}_n(f) = (\exp(-i2\pi f \tau_{lk})), \quad k = 1, \dots, m),$$

определенными временными задержками  $\tau_{lk}$  волны интерферирующего землетрясения между  $k$ -м и  $l$ -м датчиками группы.

Для решения задач, аналогичных рассматриваемой, часто применяется эвристический метод, известный как направленный прием для остаточных сигналов (НПОС) [4]. Согласно этому методу, сначала при помощи направленного приема (beamforming), ориентированного на очаг землетрясения, выделяют интерферирующий сигнал. Затем из каждого канала исходных наблюдений вычитают выделенный помеховый сигнал с соответствующими задержками, формируя таким образом трассы остаточных сигналов. Используя эти трассы, направленным приемом, ориентированным на очаг взрыва, выделяют сигнал от взрыва. Формально этот метод может быть представлен как процедура групповой фильтрации с векторной частотной характеристикой

$$\mathbf{r}_{RB}(f) = \mathbf{h}_s^*(f)\mathbf{B}(f). \quad (5)$$

Оба групповых фильтра (2) и (5) теоретически полностью подавляют интерферирующую чисто когерентную волну, приходящую с заданного направления. Действительно, регистрируемый группой векторный сигнал, порожденный интерферирующей волной с комплексным скалярным спектром колебаний  $n_{WF}(f)$ , в частотной области имеет вид:  $\mathbf{n}(f) = \mathbf{h}_n(f)n_{WF}(f)$ . Подстановка  $\mathbf{n}(f)$  в уравнение (1) дает

$$y(f) = \mathbf{r}_{RJ}^*(f)\mathbf{n}(f) = 0, \quad y(f) = \mathbf{r}_{RB}^*(f)\mathbf{n}(f) = 0,$$

поскольку

$$\mathbf{B}(f)\mathbf{n}(f) = \left[ \mathbf{h}_n(f) - \frac{\mathbf{h}_n(f)\mathbf{h}_n^*(f)\mathbf{h}_n(f)}{\mathbf{h}_n^*(f)\mathbf{h}_n(f)} \right] n_{WF}(f) = 0.$$

Однако групповой фильтр (5) обладает существенным недостатком, поскольку искажает частотный состав сигнала от взрыва, т.е. он не является чисто пространственным фильтром. В то же время, режекторный фильтр (2) не искажает сигнал. Действительно, регистрируемый группой векторный сигнал от взрыва, порождаемый волной с комплексным скалярным спектром колебаний  $s_{WF}(f)$ , может быть записан в форме  $\mathbf{s}(f) = \mathbf{h}_s(f)s_{WF}(f)$ . Подстановка  $\mathbf{s}(f)$  в уравнение (1) для случая пространственного режекторного фильтра (2) дает выходной сигнал

$$y(f) = \frac{\mathbf{h}_s^*(f)\mathbf{B}(f)\mathbf{h}_s(f)s_{WF}}{\mathbf{h}_s^*(f)\mathbf{B}(f)\mathbf{h}_s(f)} = s_{WF}(f).$$

Для группового фильтра (5) по методу НПОС аналогичная подстановка дает

$$\begin{aligned} y(f) &= \mathbf{h}_s^*(f)\mathbf{B}(f)\mathbf{h}_s(f)s_{WF} = \\ &= \mathbf{h}_s^*(f) \left[ \frac{\mathbf{h}_s(f) - \mathbf{h}_n(f)\mathbf{h}_n^*(f)\mathbf{h}_s(f)}{\mathbf{h}_n^*(f)\mathbf{h}_n(f)} \right] s_{WF}(f) \neq s_{WF}(f). \end{aligned} \quad (6)$$

Для иллюстрации различий между ПРГФ- и НПОС-методами мы провели эксперимент с модельными данными, имитирующими смесь сигналов от двух чисто когерентных плоских волн с разными азимутами и кажущимися медленностями, зарегистрированных норвежской сейсмической группой NORESS. При моделировании предполагалось, что "сигнальная" волна приходит с полигона на Новой

Земле, т.е. имеет по отношению к группе NORESS азимут  $32.9^\circ$  и кажущуюся скорость  $10.4 \text{ км с}^{-1}$ . Волновая форма сигнала искусственно генерировалась в виде синусоидальной кривой с линейной частотной модуляцией. Интерферирующая "помеховая" волна моделировалась как приходящая из района Гиндукуша волна с азимутом  $101.4^\circ$  и кажущейся скоростью  $14.8 \text{ км с}^{-1}$ . В качестве ее волновой формы использовалось реальная сейсмограмма землетрясения в Гиндукуше, записанная центральным датчиком группы NORESS. Отношение между максимальными амплитудами сигнальной и интерферирующей волн было принято равным 0.13.

Результаты применения методов ПРГФ и НПОС к этим модельным данным приведены на рис. 1. При таком низком отношении сигнал/шум, которое было в эксперименте (трасса 1), модельный сигнал не может быть визуально идентифицирован по выходной трассе направленного приема. Метод НПОС (трасса 2), т.е. метод групповой фильтрации, применялся в соответствии с уравнениями (1) и (5). Интерферирующее землетрясение полностью подавлено, однако амплитуда сигнала сильно уменьшена на низких частотах. Отметим, что, как следует из (6), искажение частотных компонент сигнала при данной геометрии группы зависит от направлений прихода интерферирующей и сигнальной волн, и, следовательно, меняется от случая к случаю. ПРГФ (трасса 3) также применялась в соответствии

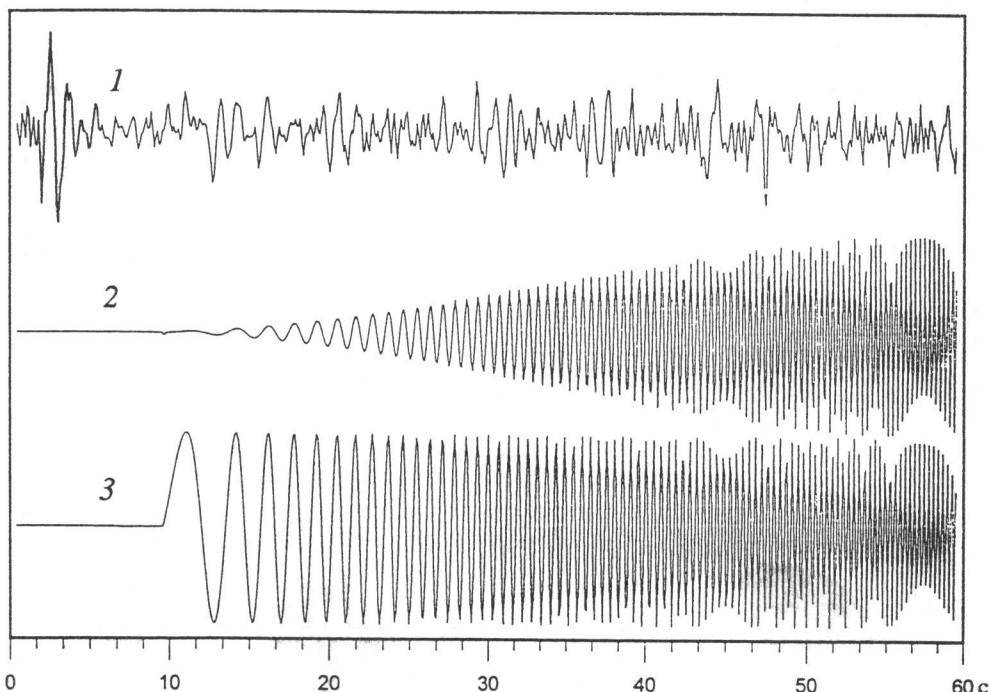


Рис. 1. Обработка с помощью ПРГФ и НПОС смеси модельных сейсмограмм двух плоских волн, зарегистрированных группой NORESS

1 – результат применения обычного направленного приема с ориентацией на источник на Новой Земле, 2 – процедуры НПОС; 3 – выходная трасса ПРГФ

с уравнениями (1) и (2). Этот групповой фильтр выделяет модельный сигнал из смеси без искажения его формы; флуктуации амплитуды сигнала в конце трассы объясняются эффектами дискретизации сигнала с теоретически неограниченным по частоте спектром.

На практике приходящие на группу волны не являются плоскими из-за искажений фронтов, вызываемых неоднородностями земной коры. Для иллюстрации возможностей НПОС- и ПРГФ-методов при реальных условиях были синтезированы данные, представляющие смесь реальных записей двух событий, зарегистрированных группой NORESS: подземного ядерного взрыва на Новой Земле 24.10.1990г. и землетрясения в Гиндукуше 25.10.1990г. (время в очаге 04 ч 53 мин 59.9 с). Отношение сигнал/шум задавалось при помощи редукции амплитуды сигналов от взрыва и в данном эксперименте составляло 0.2. Наложение сигналов производилось таким образом, чтобы Р-волна от взрыва вступала через 12 с после вступления Р-волны от землетрясения.

Результаты обработки этой модельной смеси с помощью методов ПРГФ и НПОС представлены на рис. 2.

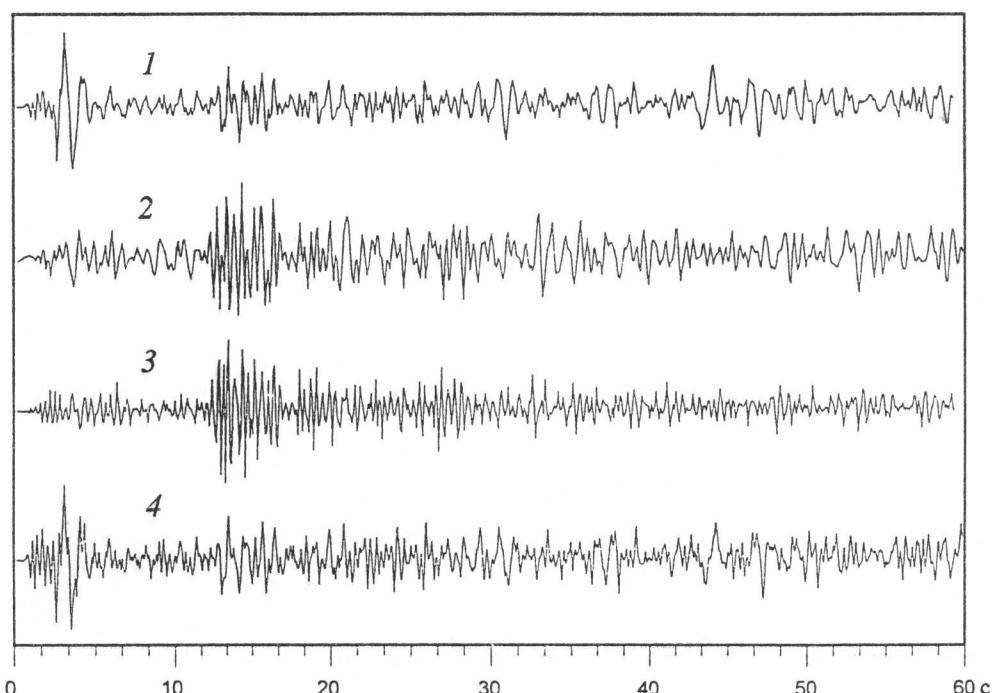


Рис. 2. Обработка с помощью ПРГФ и НПОС искусственной смеси записей двух реальных событий, зарегистрированных группой NORESS

1 – результат применения обычного направленного приема с ориентацией на источник на Новой Земле, 2 – ПРГФ, 3 – процедуры НПОС; 4 – запись смеси сейсмограмм взрыва на Новой Земле и Гиндукушского землетрясения центральным сейсмометром группы NORESS

Из сравнения трасс  $\mathcal{Z}$  и  $\mathcal{S}$  видно, что оба метода дают в данном случае приблизительно одинаковые результаты. Это связано с тем, что Р-волна от взрыва имеет спектр в полосе 2-3 Гц, где частотные искажения НПОС-метода не столь существенны. Однако для выделения более низкочастотных S-волн или (в особенности) поверхностных волн от удаленных взрывов ПРГФ-метод может оказаться предпочтительнее НПОС-метода. Этот вывод подтверждается тем, что трасса  $\mathcal{S}$  содержит явно меньше низкочастотных компонент по сравнению с трассой  $\mathcal{Z}$ .

## 2. АДАПТИВНАЯ ОПТИМАЛЬНАЯ ГРУППОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ

Кода-волны землетрясения, как известно, представляют собой совокупность волновых компонент с различными азимутами и кажущимися скоростями, распределенными в окрестностях азимута и кажущейся скорости основной волновой фазы. Эффективное подавление такой совокупности волн не может быть достигнуто с помощью пространственного режекторного фильтра (2). Кроме того, при обработке данных в реальном времени направление прихода волны от землетрясения, а следовательно, вектор помеховых фазовых задержек  $\mathbf{h}_n(f)$  и частотная характеристика пространственного режекторного фильтра неизвестны. В этой ситуации (см. Введение, условие 2) вместо пространственного режекторного фильтра целесообразно применять адаптивный оптимальный групповой фильтр (АОГФ) [3,5]. Векторная частотная характеристика АОГФ

$$\mathbf{r}_{AO}^*(f) = \frac{\mathbf{h}_s^*(f)\hat{\mathbf{F}}_n^{-1}(f)}{\mathbf{h}_s^*(f)\hat{\mathbf{F}}_n^{-1}(f)\mathbf{h}_s(f)}, \quad (7)$$

где  $\hat{\mathbf{F}}_n^{-1}(f)$  – оценка обратного матричного энергетического спектра помех, полученная из реализации помех в некотором временном окне. В нашем случае помехи – это регистрируемые группой сигналы от интерферирующего события. Как теоретически показано в работе [5], во временном окне, в котором производится адаптация к помехе (т.е. оценка матричного спектра  $\hat{\mathbf{F}}_n^{-1}(f)$ ), могут содержаться помимо помех также и сигналы от полезной волны, которую требуется выделить. При этом не происходит искажения оптимального группового фильтра (7) по сравнению с ситуацией, когда он синтезируется по чистой помехе. Мы назовем такой тип адаптации самоадаптацией (а соответствующий фильтр – САОГФ) в отличие от простой адаптации, при которой временное окно, по которому оцениваются параметры АОГФ, содержит только помехи. Чтобы проверить теоретические предсказания о возможности самоадаптации АОГФ, был проведен эксперимент с описанной в предыдущем разделе смесью модельных сейсмограмм плоских волн, приходящих на группу NORESS с Новой Земли и Гиндукушем.

Рис. 3 представляет результат обработки указанных модельных данных с использованием самоадаптации. Сравнивая трассы  $\mathcal{Z}$  и  $\mathcal{S}$ , можно убедиться, что процедура САОГФ в случае двух интерферирующих *плоских* волн приводит к столь же хорошим результатам, как и пространственный режекторный фильтр. При этом, однако, процедура САОГФ не требует информации о направлении прихода

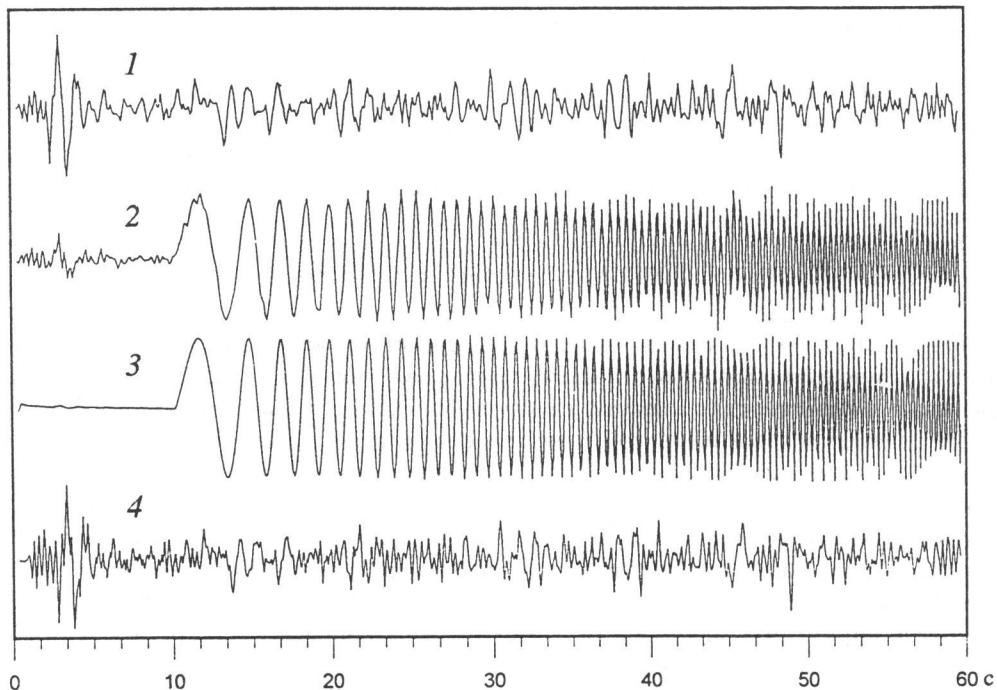


Рис. 3. Обработка с помощью САОГФ смеси модельных сейсмограмм двух плоских волн, записанных группой NORESS. Моделируемые данные были такими же, как на рис. 1

1 – результат применения обычного направленного приема с ориентацией на источник на Новой Земле, 2 – САОГФ, 3 – ПРГФ; 4 – запись смеси сигнала с помехой на центральном сейсмометре NORESS

помеховой волны от интерферирующего события, а также о том, что данные, используемые для адаптации, представляют собой чистую помеху.

Однако эксперименты со смесью реальных событий (взрыв на Новой Земле и землетрясение в Гиндукуш) обнаружили существенное ухудшение качества адаптивной оптимальной групповой фильтрации при самоадаптации по сравнению с обычной адаптацией. В отличие от предыдущего эксперимента с модельными плоскими волнами с помощью САОГФ не удается выделить Р-волну от взрыва на Новой Земле из смеси реальных записей событий на Новой Земле и в Гиндукуше. Как мы полагаем, это связано с тем, что кода-волны интерферирующего землетрясения сильно отличаются от плоской волны.

Тем не менее, в эксперименте с САОГФ при отношении сигнал/шум, равном 0.3, результаты получаются обнадеживающими и для смеси записей реальных событий (рис. 4). На трассе 1 Р-волна взрыва сильно искажена кодой Р-волны Гиндукушского землетрясения; выходные трассы (2 и 3) двух программных версий САОГФ отличаются способом регуляризации. Отметим, что САОГФ (трасса 3) обеспечивает существенное увеличение отношения сигнал/шум по сравнению с направленным приемом (трасса 1) и слегка превосходит по качеству ПРГФ (трасса 4).

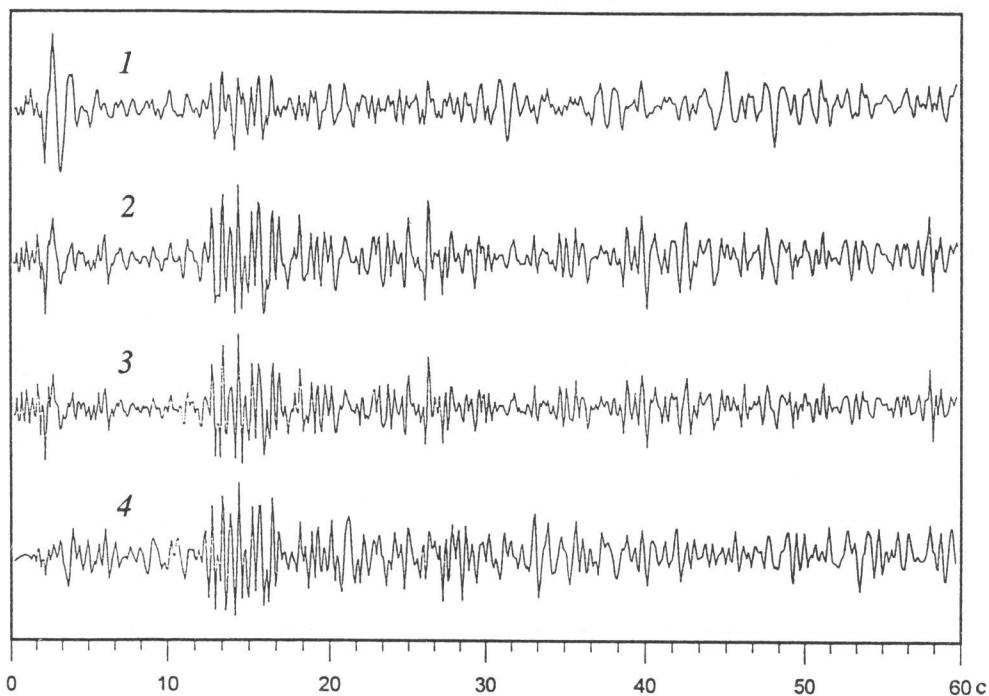


Рис. 4. Обработка с помощью САОГФ искусственной смеси сейсмограмм взрыва на Новой Земле и Гиндукушского землетрясения, записанных группой NORESS

1 – результат применения обычного направленного приема, 2, 3 – выходные трассы двух вариантов САОГФ, 4 – выходная трасса ПРГФ

### 3. АДАПТИВНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ ДЕТЕКТИРОВАНИЕ СИГНАЛА ОТ ВЗРЫВА НА ФОНЕ КОДЫ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ

Различия в частотном составе сигналов от взрыва на Новой Земле и землетрясения в Гиндукуше позволяют обнаружить сигнал от взрыва и приблизенно определить момент его вступления при использовании метода АОГФ с самоадаптацией даже при весьма малых отношениях сигнал/шум. Время вступления можно определить, применив к выходной трассе после процедуры САОГФ адаптивный оптимальный детектор сейсмических фаз [2,6]. Детектор основан на сравнении усредненной авторегрессионной модели для всей сейсмограммы в целом с "текущей" авторегрессионной моделью в скользящем временном окне. Он реагирует на отклонение мощности и спектрального состава трассы внутри временного окна от средних значений этих характеристик для всей сейсмограммы (рис. 5). Отношение сигнал/шум в этом эксперименте равно 0.05, а Р-волна от взрыва вступает на 21 с позже Р-волны от Гиндукушского землетрясения. Смесь сигналов событий была обработана с помощью оптимального группового фильтра с самоадаптацией и пространственного режекторного фильтра (трассы 3 и 4). К трассе после САОГФ

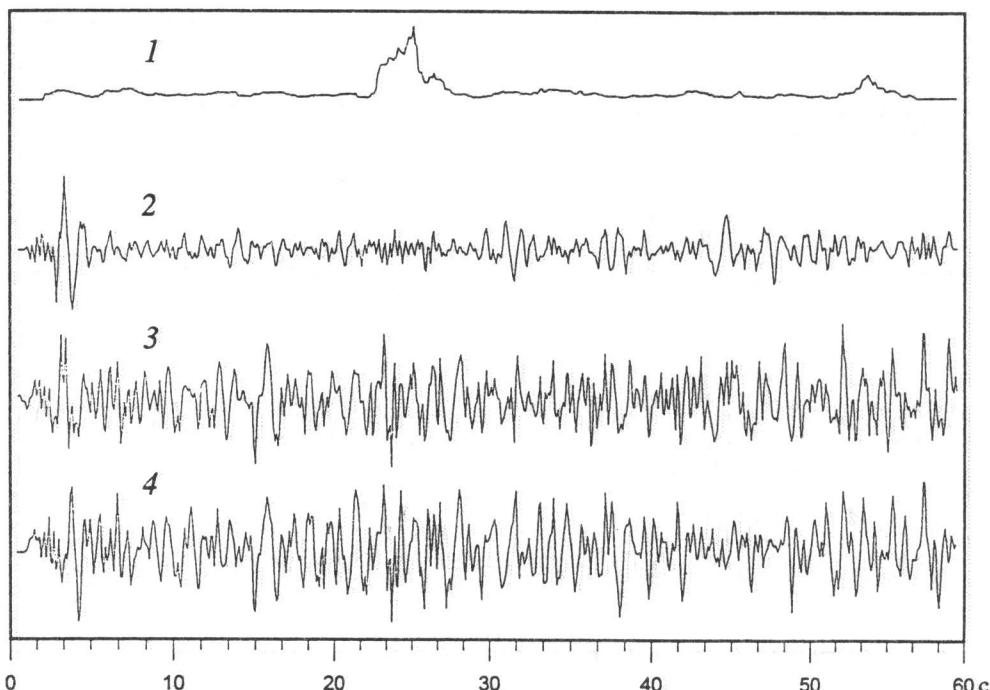


Рис. 5. Обработка с помощью САОГФ и адаптивного оптимального детектора смеси реальных сейсмограмм

1 – результат применения процедуры адаптивного оптимального детектирования к выходной трассе САОГФ (трасса 3); 2,3,4 – то же, что для трасс 1,2,4 на рис.4

была применена процедура адаптивного оптимального детектирования. Статистика обнаружителя показана на трассе 1. Видно, что сигнал от взрыва при столь малом отношении сигнал/шум практически не выделяется процедурами направленного приема, АОГФ и ПРГФ (трассы 2-4), но адаптивный оптимальный детектор дает надежное доказательство присутствия сигнала (четкий импульс на трассе 1) и позволяет определить момент его вступления.

Высокая чувствительность адаптивного оптимального детектора позволяет сконструировать комбинированную процедуру обработки данных сейсмической группы, которая обеспечивает, по-видимому, наилучшее качество выделения формы колебания волны от взрыва, спрятанной в коде волны от землетрясения, даже при очень малых отношениях сигнал/шум. Первый шаг этой процедуры состоит в применении адаптивного оптимального детектора к трассе, полученной в результате направленного приема, это позволяет обнаружить сигнал от взрыва и определить приблизительное время его вступления. Второй шаг процедуры заключается в адаптации АОГФ с использованием интервала перед приходом сигнала (и, может быть, после его прихода). Заключительный шаг состоит в применении АОГФ ко всей реализации.

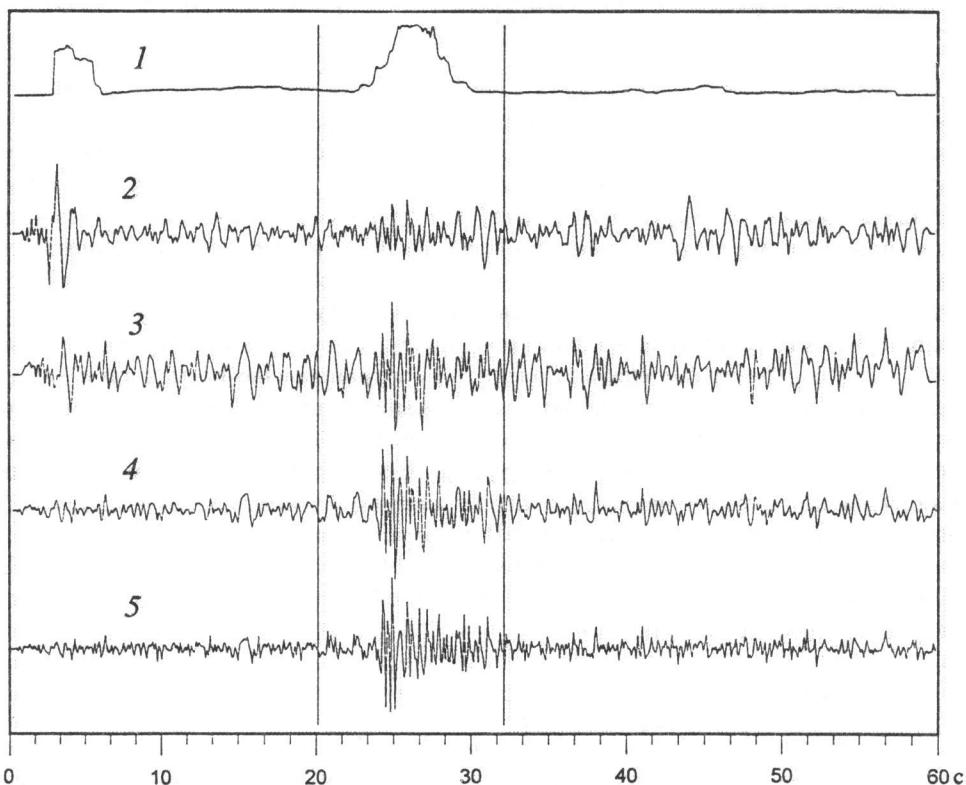


Рис. 6. Обработка смеси реальных записей двух событий для обнаружения сигнала и выделения волновой формы

1 – результат применения аддитивного оптимального детектора, 2 – процедуры направленного приема, 3 – ПРГФ, 4 – АОГФ, 5 – результат применения "обеляющей" шум аддитивной фильтрации выхода АОГФ

Рис. 6 иллюстрирует эффективность такой комбинированной процедуры. Обрабатывалась запись смеси событий на Новой Земле и в Гиндукуше с отношением сигнал/шум, равным 0.2. Сигнал от взрыва на Новой Земле вступает на 25 с позже Р-волны от землетрясения в Гиндукуше. Результат обычного направленного приема показан на трассе 2, где визуально сигнал выделяется с трудом. Однако после применения аддитивного оптимального детектора вступление сигнала определяется отчетливо (трасса 1). После адаптации на временному интервале, предшествующем вступлению сигнала (0–20 с) и после Р-волны от взрыва (32–60 с), все исходные данные были отфильтрованы с помощью АОГФ (трасса 4). На этой трассе волновая форма сигнала хорошо выделяется, причем качество фильтрации выше, чем с использованием ПРГФ (трасса 3). Дополнительное увеличение отношения сигнал/шум можно получить после "обеляющей" шум аддитивной фильтрации выхода АОГФ (трасса 5), однако при этомискажается форма сигнала.

#### 4. ОЦЕНКА ПРОСТРАНСТВЕННОГО СПЕКТРА СЕЙСМИЧЕСКОГО ПОЛЯ МЕТОДАМИ ВЫСОКОГО РАЗРЕШЕНИЯ

В трудных для анализа ситуациях, описываемых условиями 3 и 4 (см. введение), обнаружение и выделение полезного сигнала из смеси записей событий должно выполняться в несколько шагов. На первом шаге целесообразно применение различных методов пространственно-временного анализа с высоким разрешением. Такой анализ позволяет обнаружить в исследуемых данных несколько волн с различными направлениями прихода и определить эти направления. На следующем шаге могут быть использованы описанные выше процедуры групповой фильтрации.

Рассмотрим сначала наиболее трудный случай (условие 4), когда неизвестны направления прихода волн как от интерферирующего землетрясения, так и от взрыва. В этом случае нужно сначала оценить пространственно-временной спектр зарегистрированного сейсмического поля, основываясь на всей многоканальной записи, т.е. построить карту  $P(\mathbf{p})$  распределения энергии сейсмического поля в координатах кажущихся медленностей  $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$ . В экспериментальных исследованиях мы применяли для этой цели несколько методов пространственного спектрального анализа с высоким разрешением (ПСВР-анализа) наряду с традиционным широкополосным пространственным анализом [4]. Наиболее популярным методом ПСВР-анализа является метод Кейпона [7], согласно которому карта  $P(\mathbf{p})$  для каждой частоты  $f$  строится по формуле

$$P_{HR}(f, \mathbf{p}) = \frac{1}{\mathbf{h}^*(f, \mathbf{p}) \hat{\mathbf{F}}_x^{-1}(f) \mathbf{h}(f, \mathbf{p})}.$$

Здесь  $\hat{\mathbf{F}}_x^{-1}(f)$  – оценка обратной матричной спектральной плотности анализируемых многоканальных данных,

$$\mathbf{h}(f, \mathbf{p}) = (\exp[-i2\pi f(\mathbf{r}_k^T \mathbf{p})]), \quad k = 1, \dots, m, \quad (8)$$

где  $\mathbf{r}_k$  – вектор координат  $k$ -го датчика группы.

Мы рассматривали два варианта алгоритма Кейпона. Первый из них, описанный Кейпоном [7], базируется на обычной оценке Бартлетта матричной спектральной плотности [8] с последующим инвертированием матриц для каждой из частот, на которых проводится анализ. Второй вариант использует многомерную авторегрессионную модель входных данных. В этом случае оценка обратной матричной спектральной плотности получается в виде

$$\hat{\mathbf{F}}_x^{-1}(f) = \mathbf{A}(f) \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}^*(f).$$

Здесь

$$\mathbf{A}(f) = \mathbf{I} - \sum_{k=1}^p \mathbf{A}_k \exp\left(\frac{i2\pi kf}{f_g}\right),$$

где  $\mathbf{A}_k$  ( $k = 1, \dots, p$ ) –  $\mathbf{B}$ -матричные параметры многомерной авторегрессионной модели. Заметим, что оба варианта дают слаженную по частоте оценку пространственного спектра. В дальнейшем для краткости будем обозначать указанные алгоритмы как ПСВР-Б и ПСВР-А.

В качестве алгоритма традиционного пространственного спектрального анализа с низким разрешением мы использовали формулу

$$P_{LR}(f, \mathbf{p}) = \mathbf{h}(f, \mathbf{p}) \hat{\mathbf{F}}_x(f) \mathbf{h}(f, \mathbf{p}),$$

где  $\hat{\mathbf{F}}_x(f)$  – оценка матричной спектральной плотности методом Бартлетта. Поскольку для сглаживания оценки Бартлетта обычно используется усреднение по частоте, такая оценка является широкополосной. Ниже для нее используется аббревиатура ПСНР.

Для сравнения методов пространственного спектрального анализа с высоким и низким разрешением применительно к геометрии группы NORESS было предпринято имитационное моделирование: генерировалась смесь сейсмограмм шести плоских волн с различными направлениями прихода и случайными волновыми формами. Последние представляли собой реализации независимых случайных процессов с идентичными спектральными плотностями. Направления прихода волн были выбраны с одинаковыми медленностями, равными  $0.34 \text{ с} \cdot \text{км}^{-1}$ , но с различными азимутами, эквидистантно делящими окружность. Эта модель соответствует ситуации, когда кода-волны от сильного сейсмического события анализируются с целью локализации положения интенсивных поверхностных рассеивателей в окрестности малоапертурной группы [4]. Результаты обработки модельных данных с использованием оценок ПСНР и ПСВР-А приведены на рис. 7. Пространственный спектральный анализ с низким разрешением (рис. 7, а) дает сильный ложный максимум в центре карты и практически пропускает одну из полезных волн; анализ с высоким разрешением (рис. 7, б) отчетливо выделяет пики от всех модельных волн при очень слабом ложном максимуме в центре карты.

В качестве альтернативы методу Кейпона мы использовали популярные в радио- и гидролокации методы, основанные на анализе собственных векторов и собственных значений матричной спектральной плотности многомерных наблюдений [9, 10]. Ключевой операцией в этих методах является разделение векторного пространства наблюдений на два собственных подпространства: подпространство сигнала и подпространство шума. Указанные подпространства можно использовать для определения различных функционалов от наблюдений, имеющих острые пики в окрестности тех значений медленности, которые соответствуют плоским волнам, определяющим наблюдения на группе. Если число сигнальных плоских волн известно, то положения пиков являются состоятельными оценками направлений прихода волн, обеспечивающими высокую разрешающую способность [9]. Однако сами функционалы не являются состоятельными оценками пространственной спектральной плотности, так как не сохраняют мощности компонент анализируемого процесса. Рассматриваемые методы основаны на сингулярном разложении матричной спектральной плотности

$$\mathbf{F}_x(f) = \sum_{k=1}^m \mu_k \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^T,$$

где  $m$  – число датчиков в группе,  $\mu_k$ ,  $\mathbf{V}_k$  – собственные числа и собственные векторы (соответственно), причем собственные числа упорядочены по убыванию значений. Мы использовали две популярные оценки из этого класса: оценку MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) и оценку EV (Eigen Vectors) [11]. Оценка MUSIC вычисляется по формуле

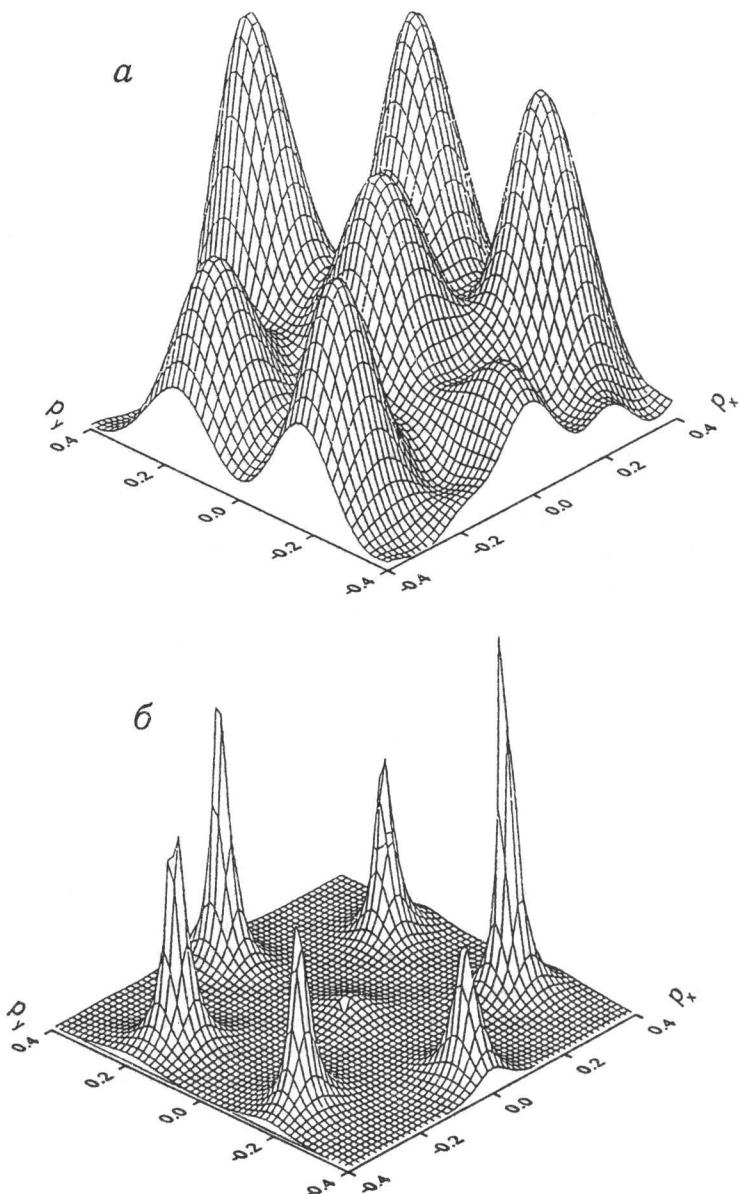


Рис. 7. Пространственный спектральный анализ смеси сейсмограмм шести модельных плоских волн  
*а* – алгоритм низкого разрешения (ПСНР), *б* – высокого разрешения (ПСВР-А)

$$P_{\text{MUSIC}}(\mathbf{p}, f) = \frac{1}{\mathbf{h}^*(f) \left( \sum_{k=s+1}^m \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^T \right) \mathbf{h}(f)},$$

а оценка EV – по формуле

$$P_{\text{EV}}(\mathbf{p}, f) = \frac{1}{\mathbf{h}^*(f) \left( \sum_{k=s+1}^m \frac{1}{\mu_k} \mathbf{V}_k \mathbf{V}_k^T \right) \mathbf{h}(f)},$$

где  $s$  – число сигнальных волн.

На рис. 8 показаны результаты применения описанных методов пространственного спектрального анализа для оценивания направления прихода Р-волны от взрыва на Новой Земле, маскируемого кодой Гиндукушского землетрясения.

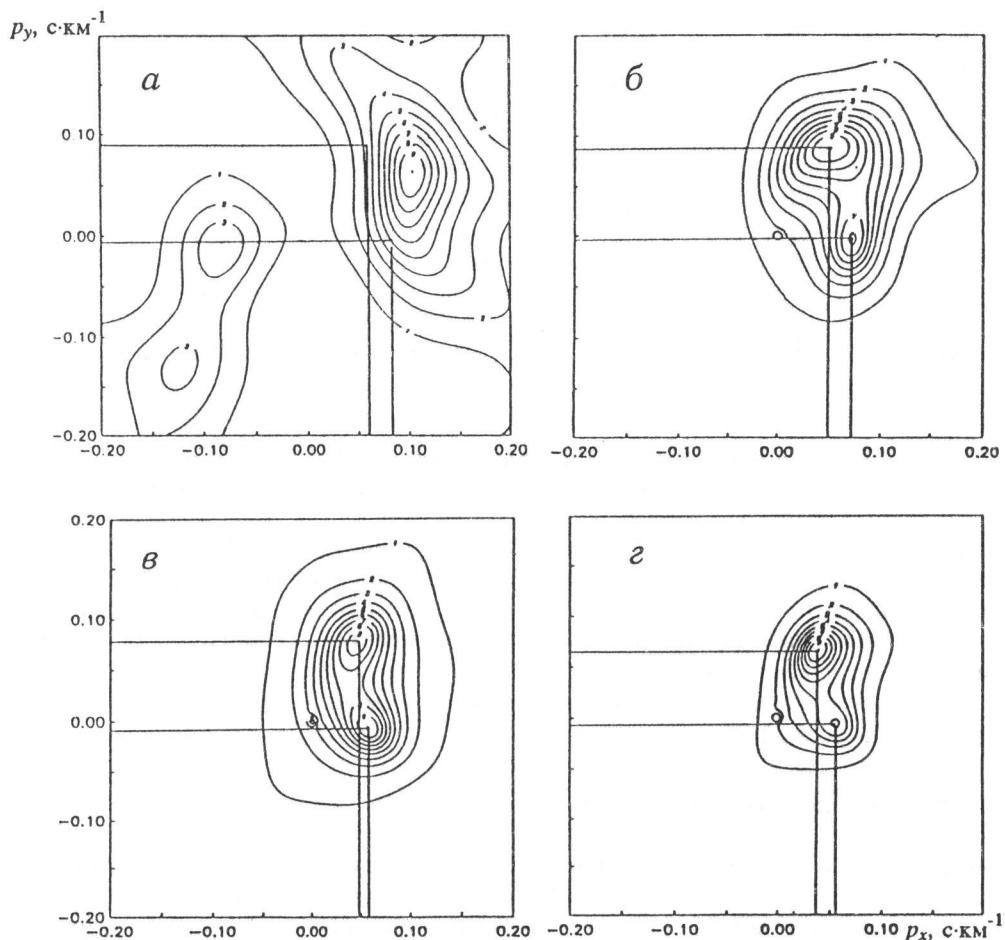


Рис. 8. Пространственный спектральный анализ смеси сейсмограмм взрыва на Новой Земле и Гиндукушского землетрясения

а – алгоритм низкого (ПСНР), б – высокого разрешения (ПСВР-А), в – MUSIC-метод, г – EV-метод

Для эксперимента использовалась смесь NORESS-сейсмограмм этих событий с отношением сигнал/шум, равным 1. Алгоритм ПСНР не обеспечил пространственного разрешения сигналов от этих событий (рис. 8, а). Все алгоритмы с высоким разрешением позволили оценить направления прихода волн от взрыва на Новой Земле и Гиндукушского землетрясения по положению двух отчетливо разрешенных пиков (рис. 8, б-г). Результаты сравнения этих оценок с истинными направлениями прихода приведены в таблице.

Оценки медленности, полученные методами высокого разрешения

Медленность	Событие	Истинное значение	Метод			
			ПСВР-А	ПСВР-Б	MUSIC	EV
Отношение сигнал/шум равно 1.0						
$p_x$	ВНЗ	0.052	0.051	0.048	—	0.038
$p_y$	ВНЗ	0.081	0.086	0.077	—	0.065
$p_x$	ЗГК	0.066	0.072	0.058	—	0.054
$p_y$	ЗГК	-0.013	-0.007	-0.008	—	-0.005
Отношение сигнал/шум равно 0.3						
$p_x$	ВНЗ	0.052	0.049	—	0.048	—
$p_y$	ВНЗ	0.081	0.091	—	0.089	—
$p_x$	ЗГК	0.066	0.07	—	0.062	—
$p_y$	ЗГК	-0.013	-0.006	—	-0.017	—

Примечание. ВНЗ – взрыв на Новой Земле, ЗГК – землетрясение в Гиндукуше

## 5. ОЦЕНКИ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ ДЛЯ НАПРАВЛЕНИЯ ПРИХОДА ВОЛНЫ ОТ ВЗРЫВА

В случае когда направление прихода интерферирующей волны от землетрясения известно, а направление волны от взрыва неизвестно, можно предложить потенциально более точный, чем описанные выше, алгоритм для оценки направления прихода сигнальной волны. Ниже кратко описывается статистический подход к синтезу такого алгоритма.

Сумма интерферирующих событий при регистрации на группе может быть записана в частотной области в виде

$$\mathbf{x}(f) = \mathbf{h}_s(f, \mathbf{p})s_{wf}(f) + \mathbf{h}_n(f)n_{wf}(f) + \mathbf{d}_n(f), \quad (9)$$

где  $\mathbf{d}_n(f) = (d_{n,1}, \dots, d_{n,m})^T$  – микросейсмический шум. Два последних слагаемых в (9) представляют собой независимые случайные векторные гауссовские процессы. Относительно первого (сигнального) слагаемого в (9) будем следовать подходу к проблеме оценивания параметров, который был использован в [12, 13]. В соответствии с ним сигнальное слагаемое представляется как детерминированный векторный временнóй ряд, зависящий от информативных параметров  $\mathbf{p} = (p_x, p_y)^T$  и неизвестных мешающих параметров – значений волновой формы взрыва  $s_{wf}(f)$ .

для каждой частоты анализируемого диапазона. Последние должны оцениваться совместно с  $\mathbf{p}$ . При этих предположениях алгоритм оценивания вектора  $\mathbf{p}$  ищется методом максимального правдоподобия, т.е. функционал правдоподобия максимизируется и по информативным параметрам  $\mathbf{p}$ , и по мешающим параметрам  $s_{wf}(f)$ . Как показано в [13], такой подход приводит к следующему результату: оценка максимального правдоподобия вектора  $\mathbf{p}$  соответствует максимуму функционала

$$L_{ML}(\mathbf{p}) = \sum_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{|\mathbf{h}_s^*(f, \mathbf{p}) \mathbf{F}_n^{-1}(f) \mathbf{X}(f)|^2}{\mathbf{h}_s^*(f, \mathbf{p}) \mathbf{F}_n^{-1}(f) \mathbf{h}_s(f, \mathbf{p})}, \quad (10)$$

где суммирование проводится по всем частотам из анализируемого диапазона;  $\mathbf{F}_n^{-1}(f)$  – обратная матричная спектральная плотность шумовой компоненты наблюдений  $\mathbf{h}_n(f)n_{wf}(f) + \mathbf{d}_n(f)$ , определяемая формулой

$$\mathbf{F}_n^{-1}(f) = (\mathbf{h}_n(f)\mathbf{h}_n^*(f)g(f) + \mathbf{D}(f))^{-1},$$

где  $\mathbf{D}$  – матричная спектральная плотность микросейсмического шума  $\mathbf{d}_n(f)$ ,  $g(f)$  – спектральная плотность волновой формы землетрясения  $s_{wf}(f)$ ,  $\mathbf{h}_n(f)$  – фазовые задержки колебаний от землетрясения в датчиках группы, определяемые направлением прихода интерферирующей волны. Видно, что для использования функционала (10) необходима достаточно большая априорная информация о помехах, маскирующих сигнал от взрыва. Однако во многих случаях обратная матричная спектральная плотность  $\mathbf{F}_n^{-1}(f)$  может быть оценена по наблюдениям интерферирующей волны на интервале времени, предшествующем и/или следующим за основной фазой взрыва. На наш взгляд, такая *адаптивная оценка максимального правдоподобия* направления прихода волны от взрыва может быть весьма эффективной в практических применениях. Если мощность интерферирующей волны много больше, чем мощность сейсмического шума, то в уравнении (10) можно перейти к пределу при  $\mathbf{d}_n(f) \rightarrow 0$ . В результате получим следующий функционал:

$$\tilde{L}_{ML}(\mathbf{p}) = \sum_{f_{\min}}^{f_{\max}} \frac{|\mathbf{h}_s^*(f, \mathbf{p}) \mathbf{B}(f) \mathbf{X}(f)|^2}{\mathbf{h}_s^*(f, \mathbf{p}) \mathbf{B}(f) \mathbf{h}_s(f, \mathbf{p})}, \quad (11)$$

где  $\mathbf{B}(f)$  – частотная характеристика матричного пространственного фильтра (4). Основанная на функционале (11) оценка направления волны от взрыва требует информации *только* о направлении прихода интерферирующей волны. Ее существенный недостаток (по сравнению с адаптивной оценкой максимального правдоподобия) в том, что она базируется на слишком строгом предположении о плоском фронте интерферирующей волны.

Оценка (11) родственна часто используемой эвристической оценке, основанной на пространственном спектральном анализе остаточных сигналов после процедуры направленного приема, ориентированного на очаг землетрясения [4] (см. разд. 1). Если используется обычный широкополосный спектральный анализ, эта эвристическая оценка сводится к вычислению максимума функционала

$$R(\mathbf{p}) = \sum_{f_{\min}}^{f_{\max}} |\mathbf{h}_s^*(f, \mathbf{p}) \mathbf{B}(f) \mathbf{X}(f)|^2. \quad (12)$$

Более сложные эвристические способы базируются на пространственном спектральном анализе "остаточного" сигнала с использованием методов высокого разрешения. Эти процедуры состоят из следующих шагов:

- вычисление остаточного сигнала по формуле  $y(f) = B(f)x(f)$ ;
- оценивание матричной спектральной плотности  $\hat{F}_y(f)$  векторного временного ряда  $y(f)$ ;
- вычисление оценки пространственного спектра с высоким разрешением, например ПСВР-А:

$$P_{RHR}(p) = \frac{1}{h(f, p)\hat{F}_y(f)h(f, p)}. \quad (13)$$

Оценки по максимуму функционала (11) эффективнее описанных эвристических оценок по тем же причинам, по которым пространственный режекторный фильтр эффективнее метода направленного приема для остаточных сигналов (см. разд. 2).

На рис. 9, а показана карта функционала (13), а на рис. 9, б – карта функционала (10), вычисленные для смеси NORESS-сейсмограмм взрыва на Новой Земле и Гиндукушского землетрясения с отношением сигнал/шум, равным 1. В отличие от результатов спектрального анализа с высоким разрешением (рис. 8), указанный популярный эвристический метод дает плохую оценку направления прихода Р-волны от взрыва, что, на наш взгляд, связано с отклонением фронта волны от плоской формы. В то же время, как показывает рис. 9, б, аддитивная оценка с использованием функционала (10) является существенно более точной, чем оценки (11)–(13), основанные на упрощенной плоской модели интерферирующей волны.

Более общая проблема состоит в оценивании параметров нескольких сигнальных волн, маскируемых когерентным шумом или интерферирующими волнами [12]. В этом случае сначала надо определить число этих волн, а затем оценить направле-

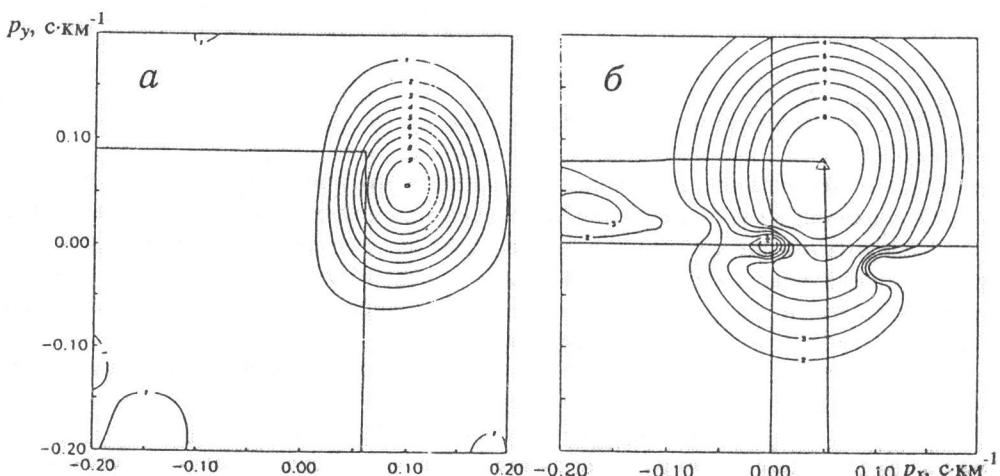


Рис. 9. Анализ смеси сейсмограмм взрыва на Новой Земле и Гиндукушского землетрясения эвристическим алгоритмом и алгоритмом правдоподобия

*a* – алгоритм, основанный на (13), *б* – на (10)

ния прихода. Если число волн  $K$  известно точно, можно обобщить выражение для функционала правдоподобия (10). Такое обобщение для случая  $K = 2$  имеет вид

$$\hat{L}_{ML} = \sum_{f_{\min}}^{f_{\max}} \mathbf{x}^*(f) \mathbf{A}(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \mathbf{x}(f), \quad (14)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= \mathbf{F}_n^{-1}(f) \mathbf{H}(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) [\mathbf{H}^*(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \mathbf{F}_n^{-1}(f) \mathbf{H}(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)]^2 \times \\ &\times \mathbf{H}^*(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) \mathbf{F}_n^{-1}(f), \\ \mathbf{H}(f, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &= [\mathbf{h}_{s1}(f, \mathbf{p}_1), \mathbf{h}_{s2}(f, \mathbf{p}_2)] \end{aligned}$$

— матрица, состоящая из двух столбцов, каждый из которых вычисляется по формуле (8). Оценки векторов медленностей  $\mathbf{p}_1$  и  $\mathbf{p}_2$  сигнальных волн находятся как векторы, обеспечивающие абсолютный максимум функционалу (14).

*Благодарности.* Работа была выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 94-05-17758-а) и Международного научного фонда (гранты MDS000, MDS300). Авторы благодарят д-ра Т. Кварну за помощь в выполнении этой работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Kvarna T., Kushnir A.F. Initial testing of mixed event separation using statistically optimal adaptive algorithm // NORSAR Sci. Rep. 1991. N 1-91/92. P.112-126.
2. Kushnir A.F., Lapshin V.M., Pinsky V.I., Fyen J. Statistically optimal detection using small array data // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1990. Vol.80B, N 6. P.1934-1950.
3. Kushnir A.F., Pinsky V.I., Tsvang S.L. et al. Optimal group filtering and noise attenuation for NORESS and ARCESS arrays // NORSAR Sci. Rep. 1991. N 1-90/91. P.115-134.
4. Gupta I.N., Lynnes C.S., Wagner R.A. Broadband F-K analysis of array data to identify sources of local scattering // Geophys. Res. Lett. 1990. Vol.17, N 2. P.183-186.
5. Kushnir A.F., Fjen J., Kvarna T. Studying of multichannel statistical data processing algorithms in the framework of the NORSAR event processing package // NORSAR Sci. Rep. 1991. N 2-90/91. P.82-103.
6. Pisarenko V.F., Kushnir A.F., Savin I.V. Adaptive algorithms for estimation of onset moments of seismic phases // Phys. Earth Planet. Inter. 1987. Vol. 47. P.4-10.
7. Кейпон Д. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением // ТИИЭР. 1969. Т.57, N 8. С.69-79.
8. Бриллинджер Д. Временные ряды: обработка данных и теория. М.: Мир, 1980. 536 с.
9. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
10. Haykin S., Justice J.H., Owsley N.I. et al. Array signal processing. N.-Y.: Prentice-Hall, 1985. 433 p.
11. Schmidt P.O. Multiple emitter location and signal parameter estimation // Proc. RADS Spectral Est. Workshop. N-Y, 1979. P.328-333.
12. Harris D.B. Comparasion of direction estimation performance of high-frequency seismic arrays and three-component stations // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1990. Vol. 80B, N 6. P.1951-1968.
13. Кушнир А.Ф. Идентификация линейных динамических систем как статистическая задача с мешающими параметрами // Современные методы интерпретации сейсмологических данных. М.: Наука, 1991. С.252-272. (Вычисл. сейсмология; Вып.24).