

УДК 550.3

КОНВЕКТИВНЫЕ КОЛЕБАНИЯ КОНТИНЕНТАЛЬНОЙ ЛИТОСФЕРЫ И ЭВОЛЮЦИЯ ОСАДОЧНЫХ БАССЕЙНОВ

Б.И. Биргер

Объединенный институт физики Земли Российской академии наук

Для описания медленных течений в мантии обычно используется реологическая модель степенной ньютоновской жидкости. Однако степенная жидкость в отличие от реального материала не обладает памятью. Новая нелинейная реологическая модель с памятью, недавно предложенная автором, сводится к модели степенной жидкости в случае стационарных течений и к модели Андраде в случае течений, вызывающих малые деформации. Флейту и Юин исследовали стационарную конвекцию под континентами. Они использовали модель степенной жидкости и получили холодный неподвижный погранслой (континентальную литосферу). При анализе устойчивости этого слоя следует применять реологическую модель Андраде. Анализ показывает, что литосфера имеет колебательную неустойчивость (период колебаний около 200 миллионов лет). Эти термоконвективные колебания рассматриваются в настоящей работе как механизм эволюции осадочных бассейнов. Вертикальные движения коры в осадочных бассейнах можно рассматривать как медленные опускания, на которые наложены малоамплитудные колебания. Период колебательных движений коры того же порядка, что и период конвективных колебаний литосферы, найденный при анализе устойчивости. Принимая во внимание значительное различие между темпами седиментации и эрозии, удастся объяснить не только колебательные движения в бассейнах, но и медленные постоянные опускания.

CONVECTIVE OSCILLATIONS OF CONTINENTAL LITHOSPHERE AND EVOLUTION OF SEDIMENTARY BASINS

B.I. Birger

United Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences

A power-law non-Newtonian fluid is usually assumed to model slow flows in the mantle. However, the power-law fluid has no memory in contrast to a real material. A new nonlinear model having a memory has been proposed recently by the author to describe the mantle rheology. The model reduces to the power-law fluid model for stationary flows and to the Andrade model for flows associated with small strains. Stationary convection beneath continents have been studied by Fleitout and Yuen who used the power-law fluid model and obtained a cold

immobile boundary layer (continental lithosphere). In stability analysis of this layer, the Andrade model must be used. The analysis shows that the lithosphere is overstable (period of oscillations is about 200 Ma). In the present study, these thermoconvective oscillations of the lithosphere are suggested to be a mechanism for sedimentary basin evolution. Vertical crustal movements in sedimentary basins can be considered as slow subsidences on which small-amplitude oscillations are superimposed. The period of oscillatory crustal movement is of the same order of magnitude as the period of convective oscillation of the lithosphere which is found in the stability analysis. Taking into account the difference between depositional and erosional transport rates we can explain slow permanent subsidences as well as oscillatory movements in sedimentary basins.

ВВЕДЕНИЕ

Длительное отложение осадков в осадочных бассейнах неизбежно прерывается эрозией, что свидетельствует о периодических поднятиях земной коры. Вертикальные движения коры в осадочных бассейнах могут быть представлены как колебания с периодом порядка 200 миллионов лет, наложенные на постоянные медленные опускания. Хотя многие геологи рассматривают вертикальные колебательные движения коры как основной тип тектонических движений (см., например, [1, 2]), до сих пор не существует общепринятого объяснения этих движений.

Для объяснения вертикальных движений коры, которые формируют осадочные бассейны, было предложено несколько различных механизмов [3]. Обычно считают, что причиной, вызывающей опускание земной коры, является изостатически нескомпенсированный избыток массы [4]. Тогда скорости опускания должны быстро уменьшаться со временем. Однако по геологическим данным, скорости опускания в осадочных бассейнах периодически возрастают (реактивация). В работах [5, 6] периоды реактивации объясняются приложением сжимающих напряжений, вызванных столкновением литосферных плит. После столкновения начинается глобальная перестройка мантийных течений и движений литосферных плит. В результате этой перестройки плиты расходятся и сжимающие напряжения снимаются. Характерная продолжительность данного тектонического цикла (порядка 200 миллионов лет) соответствует типичному периоду реактивации в осадочных бассейнах. Именно поэтому механизм, связывающий эволюцию осадочных бассейнов со сжимающими напряжениями, является очень привлекательным и широко применяется в настоящее время при изучении различных геологических регионов [7].

Зависимость вертикального смещения поверхности литосферы от времени после приложения сжимающего напряжения можно представить в виде

$$w(t) = (w_0 - w_{eq}) \exp(-t/\tau) + w_{eq},$$

где w_{eq} – смещение в равновесном состоянии, которое устанавливается при горизонтальном сжатии, w_0 – начальное смещение при $t = 0$, τ – время релаксации. Таким образом, период реактивации определяется временем релаксации τ , а не продолжительностью приложения сжимающего напряжения. Численные оценки показывают, что время релаксации мало по сравнению с типичным периодом реактивации (порядка 100 миллионов лет, по геологическим данным).

Для того чтобы избежать трудностей, связанных с малым временем релаксации, авторы работы [5] предположили, что в течение периодов реактивации приложены пульсирующие, а не постоянные, напряжения, причем период пульсации значительно меньше, чем период реактивации. Это предположение выглядит искусственным. Кроме того, механизм, предлагаемый в [5], подразумевает, что эволюция бассейнов не имеет периодов поднятий коры, сопровождаемых эрозией, и объясняет только чередование медленных и быстрых опусканий.

В работе [8] колебательные движения коры связываются с термоконвективными колебаниями верхнего холодного погранслоя (литосферы), формируемого тепловой конвекцией в мантии Земли. Период конвективных колебаний литосферы оказывается того же порядка, что и типичный период реактивации. Теория термоконвективных колебаний, развитая автором, основана на изучении реологии мантийных пород. В настоящем исследовании используется новая нелинейная наследственная (обладающая памятью) реологическая модель мантии [9], предложенная автором вместо использованной им ранее реологической модели [8, 10]. В отличие от предыдущего исследования [8], где рассматривались колебательные движения коры, в настоящей работе не только колебательные движения, но и постоянные опускания коры объясняются термоконвективными колебаниями литосферы.

СТАЦИОНАРНАЯ КОНВЕКЦИЯ В КОНТИНЕНТАЛЬНОЙ МАНТИИ

Флейту и Юин [11] численно решили задачу о стационарной тепловой конвекции в верхней мантии под древними континентальными кратонами, используя реологическую модель степенной ньютоновской жидкости с реологическим параметром, зависящим от температуры и давления (см., также, [12]). Они получили верхний погранслой (континентальную литосферу). Ниже этого погранслоя имеется мелкомасштабное конвективное движение со скоростями порядка нескольких сантиметров в год и градиентами температуры, близкими к нулю. Перепад температуры в погранслое – приблизительно 1300 К, толщина погранслоя – около 200 км, а скорости в погранслое равны нулю.

Таким образом, континентальная литосфера ведет себя как неподвижная крышка над подстилающей ее конвектирующей мантией. Эффективная вязкость степенной (кубической) жидкости определяется формулой

$$\eta_{\text{eff}} = (2B)^{-1/3} \dot{\epsilon}^{-2/3},$$

где B – реологический параметр, зависящий от температуры и давления, $\dot{\epsilon}$ – второй инвариант тензора скорости деформации. Поскольку $\dot{\epsilon} = 0$ в погранслое, η_{eff} для континентальной литосферы обращается в бесконечность. Следовательно, в рамках модели степенной жидкости этот слой является конвективно устойчивым, несмотря на присутствие значительного градиента температуры.

В настоящей работе задача о тепловой конвекции под континентами, решенная в работе [11], рассматривается при помощи более адекватной реологической модели мантии (РММ), введенной в работе [9]. РММ сводится к модели степенной жидкости в случае стационарного течения, и, следовательно, стационарная конвекция в РММ полностью описывается решением, найденным Флейту и Юином

[11]. Однако анализ устойчивости состояния стационарной конвекции в рамках РММ существенно отличается от такого анализа в модели степенной жидкости.

Ясно, что устойчивость стационарной конвекции определяется погранслоем, который является наиболее неустойчивой областью конвективной ячейки. Ниже будет сделан локальный анализ устойчивости погранслоя. Этот приближенный подход к задаче устойчивости фактически подразумевает введение упрощенных граничных условий на границе между рассматриваемым слоем и остальной частью ячейки стационарной конвекции.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИТОСФЕРЫ

Рассматриваемый погранслой моделируется как однородный бесконечный горизонтальный слой. Его физические свойства описываются следующими параметрами: плотность $\rho \approx 3.3 \times 10^3 \text{ кг м}^{-3}$, температуропроводность $\kappa \approx 10^{-6} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}$, коэффициент теплового расширения $\alpha \approx 4 \times 10^{-5} \text{ К}^{-1}$, ускорение силы тяжести $g \approx 10 \text{ м с}^{-2}$, упругий модуль сдвига $\mu \approx 10^{11} \text{ Па}$, перепад температуры между нижней и верхней изотермическими поверхностями слоя $\Delta T \approx 10^3 \text{ К}$, толщина слоя $d \approx 2 \times 10^5 \text{ м}$.

Поместим начало координат на нижней поверхности слоя. Ось z направлена вертикально вверх. Рассматривается только двухмерное конвективное движение. Тогда линеаризованные уравнения, описывающие конвективную устойчивость слоя, выписываются в виде

$$\partial v'_x / \partial x + \partial v'_z / \partial z = 0, \quad (1)$$

$$-\partial p' / \partial x + \partial \sigma'_{xx} / \partial x + \partial \sigma'_{xz} / \partial z = 0, \quad (2)$$

$$-\partial p' / \partial z + \partial \sigma'_{xz} / \partial x + \partial \sigma'_{zz} / \partial z + \text{Ra} \theta' = 0, \quad (3)$$

$$\partial \theta' / \partial t - v'_z - (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial z^2) \theta' = 0, \quad (4)$$

где θ' , p' , v'_x , v'_z , σ'_{xx} , σ'_{xz} и σ'_{zz} - безразмерные возмущения температуры, давления, скорости и компонентов тензора девиатора напряжений. В качестве масштаба длины принимается толщина слоя $d \approx 2 \times 10^5 \text{ м}$, масштаб скорости $\kappa/d \approx 5 \times 10^{-12} \text{ м с}^{-1}$, масштаб времени $d^2/\kappa \approx 4 \times 10^{16} \text{ с}$, масштаб давления и напряжений $\mu \approx 10^{11} \text{ Па}$, масштаб температуры $\Delta T \approx 10^3 \text{ К}$. Число Рэлея определено как

$$\text{Ra} = \alpha \rho g \Delta T d / \mu.$$

Этот безразмерный параметр оценивается для погранслоя как $\text{Ra} \approx 3 \times 10^{-3}$. Если ввести масштабную вязкость $\eta = \mu d^2 / \kappa$, число Рэлея будет определено точно так же, как для ньютоновской жидкости. Выписывая исходную систему уравнений (1)-(4), мы пренебрегали инерционными членами, поскольку число Прандтля очень велико, и использовали приближение Буссинеска.

Чтобы замкнуть исходную систему уравнений, к уравнениям (1)-(4) необходимо добавить реологическое соотношение, соответствующее РММ. Деформации, связанные с основным стационарным конвективным течением, обращаются в нуль в погранслое, а возмущения деформаций предполагаются малыми в линейном анализе устойчивости. Как показано в работе [9], в случае малых деформаций РММ сводится к линейной наследственной реологической модели Андраде.

КОНВЕКТИВНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ЛИТОСФЕРЫ

Решение исходных уравнений (1)–(4) ищем в виде колебаний

$$\begin{aligned} b'_1 &= B_1(z) \exp i\omega t \cos kx, \\ b'_2 &= B_2(z) \exp i\omega t \sin kx, \end{aligned} \quad (5)$$

где b'_1 – одна из переменных $v'_z, \theta', \sigma'_{xx}, \sigma'_{zz}$; b'_2 – одна из переменных v'_x, σ'_{xz} . Безразмерное волновое число k описывает периодичность по x . Безразмерная частота ω является комплексным числом, $B_1(z)$ и $B_2(z)$ – комплексные амплитуды соответствующих физических переменных. В последующем изложении переменные обозначаются строчными буквами, а соответствующие им комплексные амплитуды – прописными.

Реологической модели Андраде в случае периодических течений соответствует комплексная безразмерная вязкость, которая является функцией частоты [9],

$$F(\omega) = \beta(i\omega)^{m-1}/m\Gamma(m), \quad (6)$$

где β – безразмерный параметр, связанный с реологическим параметром Андраде A соотношением

$$\beta = (A/\mu)(\varkappa/d^2)^m. \quad (7)$$

В дальнейшем будет использовано только значение $m = 1/3$ для показателя степени в модели Андраде. При этом значении $m\Gamma(m) \approx 1$ в уравнении (6).

Подставляя (5) в уравнения (1) и (2), находим

$$V_x = -DV_z/k, \quad (8)$$

$$P = F(\omega)(D^3 - k^2D)V_z/k^2, \quad (9)$$

$$\Sigma_{zz} = -\Sigma_{xx} = 2F(\omega)DV_z, \quad (10)$$

$$\Sigma_{xz} = -F(\omega)(D^2 + k^2)V_z/k, \quad (11)$$

где D – дифференциальный оператор $D = d/dz$.

Подставляя (5) в уравнения (3) и (4) и используя (8)–(11), получаем удобные для анализа устойчивости уравнения

$$F(\omega)L^4V_z - Rak^2\Theta = 0, \quad (12)$$

$$(i\omega - L^2)\Theta - V_z = 0, \quad (13)$$

где L – дифференциальный оператор: $L^2 = D^2 - k^2$.

Предположим, что вертикальные скорости, касательные напряжения и возмущения температуры обращаются в нуль на нижней и верхней поверхностях слоя

$$z = 0, \quad z = 1, \quad v'_z = 0, \quad \sigma'_{xz} = 0, \quad \theta' = 0. \quad (14)$$

Эти "свободные" граничные условия упрощают анализ и позволяют получить точное решение. Подставляя (5) и (11) в (14), представим граничные условия в виде

$$V_z = 0, \quad D^2V_z = 0, \quad \Theta = 0 \quad \text{при } z = 0 \text{ и } z = 1. \quad (15)$$

Задача, описываемая уравнениями (12), (13) и (15), есть задача на собственные значения. Собственным значением является критическое число Рэлея, которое дает критерий устойчивости. Когда $Ra = Ra_{cr}$, решение имеет вид (5) с действительной частотой ω .

При свободных граничных условиях (15) собственная функция задачи принимает вид

$$V_z(z) = C \sin \pi z, \quad (16)$$

где C – произвольный множитель. Дисперсионное соотношение задается уравнением

$$i\omega F(\omega)(k^2 + \pi^2)^2 + F(\omega)(k^2 + \pi^2)^3 - Ra_{cr} k^2 = 0. \quad (17)$$

Как следует из (17),

$$Ra = \frac{(k^2 + \pi^2)^3 |F(\omega)|^2}{k^2 \operatorname{Re} F(\omega)}, \quad (18)$$

$$\omega = -\frac{\operatorname{Im} F(\omega)}{\operatorname{Re} F(\omega)}(k^2 + \pi^2), \quad (19)$$

где Re означает действительную, а Im – мнимую часть.

Для $F(\omega)$, даваемого уравнением (6) при $m = 1/3$, находим, что критическое число Рэлея достигает минимума Ra_m при $k = k_m \approx 2.7$. Значение этого минимума $Ra \approx 144\beta$, а соответствующая ему частота $\omega = \omega(k_m) \approx 30$. Минимальное значение критического числа Рэлея Ra_m определяет порог неустойчивости: если $Ra < Ra_m$, слой устойчив к возмущениям с любыми значениями k . Если $Ra = Ra_m$, имеет место режим пороговой неустойчивости, при котором не затухают только конвективные колебания с волновым числом $k_m \approx 2.7$ и частотой $\omega_m \approx 30$.

Как уже упомянуто, данное выше определение числа Рэлея соответствует масштабу вязкости $\eta = \mu d^2/\kappa$. Для реологической модели Андраде удобнее ввести масштабную вязкость $\eta^A = A(d^2/\kappa)^{1-m}$. Тогда соответствующее число Рэлея $Ra^A = Ra/\beta$, а его минимальное критическое значение $Ra_m^A = Ra_m/\beta \approx 144$, где β определено формулой (7).

Имеющиеся оценки реологического параметра Андраде для литосферы показывают, что β имеет порядок 10^{-5} [13]. При такой оценке $Ra \approx Ra_m$ и, следовательно, литосфера находится в режиме пороговой неустойчивости, причем незатухающие конвективные колебания литосферы характеризуются длиной волны $(2\pi/k_m)d \approx 400$ км и периодом $(2\pi/\omega_m)d^2/\kappa \approx 300$ Ма.

В случае "твердых" границ (компоненты скорости и возмущения температуры обращаются в нуль на поверхностях слоя) граничные условия (15) должны быть заменены следующими условиями:

$$V_z = DV_z = 0, \quad \Theta = 0 \quad \text{при } z = 0 \text{ и } z = 1. \quad (20)$$

В этом случае нет точного решения, аналогично решению (16), (18), (19), которое найдено для свободных границ. Приближенное решение задачи на собственные значения, заданной уравнениями (12), (13) и (20), найдено в работе [8] в виде

$$V_z = Cz^2(z-1)^2, \quad \Theta = Cbz(z-1), \quad b \approx (-2 + i3.5) \times 10^{-3}, \quad (21)$$

$$k_m \approx 4, \quad \omega_m \approx 45, \quad Ra_m \approx 300\beta, \quad (22)$$

где C – произвольный множитель. "Твердая" нижняя поверхность погранслоя соответствует ситуации, когда эффективная вязкость погранслоя много меньше, чем эффективная вязкость подстилающей мантии.

Более сложная задача на собственные значения для слоя, подстилаемого полупространством с той же самой реологией Андраде и нулевым градиентом температуры, была решена численно [8]. Найдено, что $k_m \approx 2, \omega_m \approx 17, Ra \approx 94\beta$. Таким образом, усложненные (и более реальные) граничные условия приводят к тем же оценкам по порядку величины, которые следуют из упрощенных ("свободных" или "твердых") граничных условий. Подчеркнем, что, рассматривая слой как однородный по всем физическим свойствам, мы можем получать только оценки по порядку величины.

РЕАЛЬНЫЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ

Рассматривая погранслоя как однородный, мы характеризуем его реологию усредненным по глубине параметром A реологической модели Андраде. В действительности параметр A зависит от температуры и давления, а следовательно, от глубины. Хотя эта зависимость значительно более слабая, чем для реологического параметра B модели степенной жидкости [9], тем не менее в самой верхней холодной части литосферы значение параметра A становится очень большим. Если бы литосфера не обладала упругостью, эта ее холодная верхняя часть вела бы себя как неподвижная твердая крышка, и, следовательно, деформация земной коры была бы запрещена. Однако деформации в холодном верхнем слое определяются упругостью: деформации, связанные с реологическими свойствами среды, пренебрежимо малы по сравнению с упругими деформациями даже для очень медленных течений в холодном слое. В остальной же части литосферы можно пренебречь упругими деформациями. Чтобы описать данную ситуацию, мы выделяем тонкий верхний упругий слой, который будем называть упругой корой.

Согласно теории тонкой упругой пластины (см., например, [14]) действие упругого слоя на подстилающую среду характеризуется силой на единицу площади

$$f_x = [E\delta/(1-\nu^2)\mu]d^2u_x/dx^2, \quad (23)$$

$$f_z = -[E\delta^3/12(1-\nu^2)\mu]d^4u_z/dx^4, \quad (24)$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, δ – безразмерная толщина упругого слоя, т.е. отношение толщины упругого слоя к толщине литосферы. Остальные величины в равенствах (23) и (24) также представлены в безразмерном виде.

Компоненты тензора напряжений в тонкой упругой пластине

$$\sigma_{xx} = [E/(1-\nu^2)\mu]du_x/dx, \quad (25)$$

$$\sigma_{yy} = \nu\sigma_{xx}. \quad (26)$$

Остальные компоненты тензора напряжений в пластине пренебрежимо малы. Если ввести безразмерный параметр $\gamma = \mu/3K$, где K – упругий модуль всестороннего сжатия, то

$$E/(1 - \nu^2)\mu = 4(1 + \gamma)/(1 + 4\gamma), \quad \nu = (1 - 2\gamma)/2(1 + \gamma).$$

Параметр γ оценивается как $\gamma \approx 1/6$ для упругой коры, δ порядка $1/4$, т.е. толщина упругой коры около 50 км, а ее изгибная жесткость порядка 10^{24} Н м [15]. Для $\gamma \approx 1/6$ параметр $E/(1 - \nu^2)\mu$ оценивается как 3.

Процессы седиментации и эрозии описываются уравнением диффузии

$$\partial\xi/\partial t = v_z(1) + a(\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2)\xi, \quad (27)$$

где ξ – смещение земной поверхности (топография), $a = \lambda/\kappa$ – безразмерный коэффициент, λ – коэффициент переноса.

Смещение земной поверхности можно представить в виде

$$\xi = u_z(1) + h, \quad (28)$$

где $u_z(1)$ – смещение коровой поверхности литосферы, а h – толщина осадков (h отрицательна в случае эрозии). Поскольку в настоящем исследовании предполагается, что все переменные, включая ξ и h , являются гармоническими функциями x и не зависят от y , уравнение (27) можно переписать в виде

$$\partial\xi/\partial t = v_z(1) - ak^2\xi. \quad (29)$$

Заметив, что $\partial u_z/\partial t = v_z$, и подставив (28) в (29), получаем

$$\partial h/\partial t = -ak^2\xi. \quad (30)$$

Принимая во внимание действие тонкого упругого слоя, выписываем граничные условия на верхней изотермической деформируемой поверхности литосферы при $z = 1$

$$\sigma_{xz} = 3\delta d^2 u_x/dx^2, \quad (31)$$

$$-p + \sigma_{zz} = -(\delta^3/4)d^4\xi/d^4x - \psi\xi, \quad (32)$$

$$\theta = \xi, \quad (33)$$

где $\psi = \rho g d/\mu$ – безразмерный параметр, который оценивается для литосферы как $\psi \approx 0.07$.

Граничное условие (32) справедливо при следующих предположениях:

- 1) характерное время литификации осадков значительно меньше, чем период конвективных колебаний;
- 2) в результате литификации плотность осадков и их упругие свойства становятся точно такими же, как для коры;
- 3) характерное время $\delta^2 d^2/\kappa$ установления теплового равновесия в упругой коре много меньше, чем период конвективных колебаний.

Третье предположение означает, что седиментация и эрозия слабо влияют на распределение температуры в Земле и, следовательно, на толщину упругой коры. Нижняя граница упругой коры, как и ее верхняя граница, является изотермической. Когда кора опускается, упругий слой наращивается литификацией осадков на верхней поверхности и уничтожается за счет нагревания нижней поверхности. Когда кора поднимается, упругий слой разрушается эрозией на верхней поверхности и создается путем охлаждения нижней поверхности. Таким образом, толщину упругой коры δ можно считать постоянной в уравнении (32). Конвективные колебания приводят к изменению вертикального градиента температуры по горизонтали и, следовательно, к вариациям толщины упругой коры. Однако эти вариации вызывают слабые нелинейные эффекты, которыми можно пренебречь в граничном условии (32).

Подставляя (5) в (31)–(33) и используя (8)–(11), получаем граничные условия при $z = 1$ в виде

$$i\omega F(\omega)(D^2/k^2 + 1)V_z = -3\delta DV_z, \quad (34)$$

$$F(\omega)(D^3/k^2 - 3D)V_z = [(\delta^3 k^4/4) + \psi]\Xi, \quad (35)$$

$$\Theta = \Xi. \quad (36)$$

Подставляя (5) в (29) и (30), находим

$$\Xi = [i\omega/(i\omega + ak^2)]U_z(1), \quad (37)$$

$$i\omega H = -ak^2\Xi. \quad (38)$$

Подстановка (37) приводит граничное условие (35) к виду

$$F(\omega)(D^3/k^2 - 3D)V_z = [(\delta^3 k^4/4) + \psi]V_z/(i\omega + ak^2) \text{ при } z = 1. \quad (39)$$

Для достаточно низких частот, которые удовлетворяют ограничениям

$$|\omega F(\omega)|/\delta \ll 1, \quad |(i\omega + ak^2)F(\omega)|/[(\delta^3 k^4/4) + \psi] \ll 1, \quad (40)$$

граничные условия (34), (36) и (39) принимают вид

$$V_z^0 = DV_z^0 = 0, \quad \Theta^0 = 0 \text{ при } z = 1. \quad (41)$$

Таким образом, в нулевом приближении (обозначаемом индексом 0) по малым параметрам, которые определяются левыми частями неравенств (40), верхняя поверхность слоя ведет себя как твердая граница. Для упрощения анализа предположим, что граничные условия (41) справедливы и на нижней поверхности $z = 0$. Решение задачи на собственные значения для слоя с твердыми границами дается формулами (21) и (22).

В первом приближении из уравнений (35) и (41) находим

$$\Xi = F(\omega_m)D^3V_z^0/k_m^2[(\delta^3 k_m^4/4) + \psi] \text{ при } z = 1, \quad (42)$$

где, как следует из (21) и (22), $\omega_m = 45$, $k_m = 4$ и

$$V_z^0 = Cz^2(z-1)^2. \quad (43)$$

Картина течений в литосфере, вызванных конвективными колебаниями, показана на рис. 1.

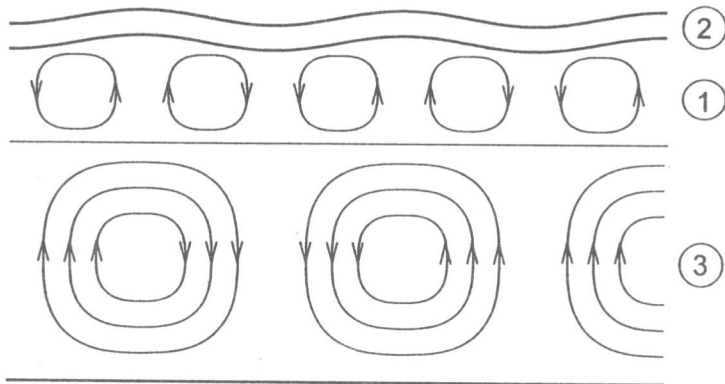


Рис. 1. Конвективные течения в мантии

1 – литосфера, 2 – упругая кора, 3 – подстилающая мантия. Стрелками показаны направления конвективных течений. Горячий материал движется вверх, холодный опускается, через 100 млн. лет конвективные течения в литосфере (но не в подстилающей мантии) меняют свое направление на противоположное

ЭВОЛЮЦИЯ ОСАДОЧНЫХ БАССЕЙНОВ

Уравнения (37) и (38) справедливы в случае, когда седиментация и эрозия описываются одним и тем же коэффициентом переноса. Однако коэффициент переноса λ_{er} , связанный с эрозией, примерно на порядок меньше, чем седиментационный коэффициент переноса λ_s [16]. Следовательно, $a = a_{er}$ при $\xi > 0$ и $a = a_s$ при $\xi < 0$ в уравнениях (27)–(30). В этом случае уравнения (36) и (38) уже не справедливы, но уравнение (40) остается в силе.

Введем теперь малые параметры, определяемые неравенствами (40), в которых коэффициент переноса a заменен его максимальным значением a_s . Тогда в нулевом приближении получаем граничные условия (41) и гармоническую зависимость скорости и температуры в слое от времени. Смещение земной поверхности ξ равно нулю в этом приближении. В первом приближении находим

$$\xi = \Xi \cos kx \exp i\omega t,$$

где комплексная амплитуда Ξ задана равенством (42) и не зависит от a . Таким образом, топография ξ гармонически зависит от времени, но для толщины осадков $h(t)$ это не так. Подставляя $\xi = |\Xi| \cos(\omega t + \arg \Xi)$ в (30), находим $h(t)$ с помощью интегрирования

$$\begin{aligned} h &= a_s k^2 (|\Xi|/\omega) (1 - \sin \varphi), & \pi/2 \leq \varphi \leq 3\pi/2, \\ h &= k^2 (|\Xi|/\omega) [2a_s - a_{er} (1 + \sin \varphi)], & 3\pi/2 \leq \varphi \leq 5\pi/2, \end{aligned} \quad (44)$$

где $\varphi = \omega t + \arg \Xi$.

Зависимости h и ξ от времени, соответствующие решению (44), показаны на рис. 2. Когда земная кора опускается в течение полупериода конвективного колебания, накапливается слой осадков. Его толщина является гармонической функцией горизонтальной координаты x с амплитудой

$$\Delta h = 2a_s k^2 |\Xi| / \omega. \quad (45)$$

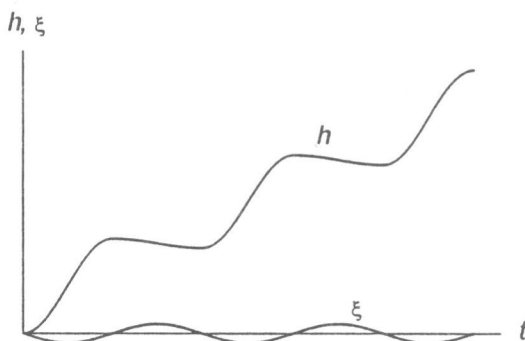


Рис. 2. Теоретически полученная зависимость топографии ξ и толщины осадков h от времени

Поскольку $a_{er} \ll a_s$, толщина осадков практически не уменьшается в течение следующего полупериода, когда происходит поднятие и эрозия. Затем накапливается новый слой осадков той же толщины, и цикл повторяется.

Подставляя (43) в (8)–(11), (25), (26) и (42), нетрудно получить распределение по глубине всех физических переменных в литосфере, смещение поверхности и толщину осадков с точностью до одного и того же произвольного множителя C . Как следует из (43), амплитуда вертикальной скорости достигает максимума при $z = 1/2$, а значение этого максимума: $V_z^0(1/2) = C/16$. Исключая C из этого уравнения, находим комплексные амплитуды остальных физических переменных

$$\Xi = 192F(\omega_m)V_z^0(1/2)/k_m^2[(\delta^3 k_m^4/4) + \psi], \quad (46)$$

$$U_x(1) = 32F(\omega_m)V_z^0(1/2)/3\delta k_m^3, \quad (47)$$

$$\Sigma_{xx}(1) = 3k_m U_x(1), \quad (48)$$

$$\Theta(1/2) = 4bV_z^0(1/2), \quad (49)$$

где $F(\omega) = \beta(i\omega)^{-2/3}$, $b \approx (-2 + i3.5) \times 10^{-3}$. Как следует из (29), гармоническая зависимость ξ от времени приводит не к гармонической, а к периодической зависимости от времени для $V_z(1, t)$. Максимум этой функции по времени представляется в виде

$$\max V_z(1) = |i\omega_m + a_s k_m^2| |\Xi|, \quad (50)$$

где Ξ определено равенством (46).

Флемингс и Джордан [16] оценивают седиментационный коэффициент переноса как $\lambda_s \approx 2 \times 10^4 \text{ м}^2/\text{год}$ и, следовательно, $a_s \approx 700$. Остальные безразмерные параметры были выше оценены как $\omega_m = 45$, $k_m = 4$, $\delta = 1/4$, $\beta = 10^{-5}$ и $\psi = 0.07$.

Безразмерный параметр $\delta^3 k_m^4 / 4$ оценивается как 1 и, следовательно, $\psi \ll \delta^3 k_m^4 / 4$ т.е. влияние гравитации значительно слабее, чем эффект изгиба упругого слоя.

Предположим, что толщина осадков, накопленных за один период конвективно-го колебания, составляет 1 км ($\Delta h = 1/200$). Это соответствует геологическим данным о толщине осадков (см., например, [17]). Тогда, как следует из (45), $|\Xi| = 10^{-5}$, т.е. амплитуда смещения земной поверхности = 2 м. Подстановка полученного значения $|\Xi|$ в (46) дает $|V_z^0(1/2)| \approx 1$, т.е. амплитуда вертикальной скорости достигает 1.5×10^{-2} см/год. Максимальная деформация в литосфере оказывается около 0,4%. Затем, используя уравнения (47)–(49), находим $|U_x(1)| = 5 \times 10^{-7}$, $|\Sigma_{xx}(1)| = 6 \times 10^{-6}$, $|\Theta(1/2)| = 0.016$, т.е. амплитуда горизонтального смещения на поверхности составляет ≈ 10 см, амплитуда напряжения в упругой коре около 6×10^5 Па (6 бар), а амплитуда температуры в средней части литосферы около 16 К. Из (50) следует, что $\max V_z(1) = 0.11$, т.е. максимальное значение вертикальной скорости на поверхности составляет 1.5×10^{-3} см/год.

Коэффициенты переноса являются наиболее неопределенными параметрами в рассматриваемой задаче. Многие авторы получают оценки λ_{er} и λ_s , которые на порядок или даже на два порядка меньше оценок, принятых выше [16, 18]. Часто принимается и более низкая оценка толщины упругой коры. Если принять оценки: $a_s = 14$ ($\lambda_s = 400$ м²/год) и $\delta = 1/7$ (толщина упругой коры около 30 км), то при толщине осадков 1 км, накопленных за один период колебания, получим амплитуду смещения земной поверхности около 100 м, что лучше соответствует данным по изменениям уровня моря [19]. В этом случае ($a_s = 14$; $\delta = 1/7$) максимальная скорость в литосфере 0,15 см/год (максимальная деформация примерно 4%), амплитуда напряжений в упругой коре 10^7 Па и максимальное возмущение температуры в литосфере 160 К.

Теоретически полученное распределение осадков различных возрастов показано на рис. 3. Данная картина напоминает геологические разрезы, построенные для осадочных бассейнов.

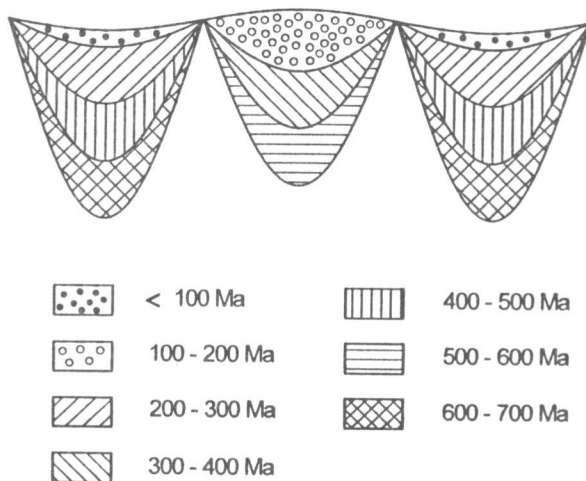


Рис. 3. Теоретически найденное распределение осадков различных возрастов (в млн. лет – Ма) на поверхности Земли
Толщина каждого слоя осадков равна 1 км

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решая задачу о конвекции в мантии, мы обнаружили три различных масштаба конвективных движений: движения в верхней мантии, в литосфере и в упругой коре характеризуются скоростями порядка 1 см/год, 10^{-1} – 10^{-2} см/год и 10^{-3} см/год, соответственно. Эти движения исследованы с помощью теории возмущений. В качестве малого параметра выступает отношение характерных скоростей течения в литосфере и в верхней мантии. Сначала мы рассмотрели стационарную конвекцию в континентальной мантии с реологией степенной жидкости (данная задача уже была решена в работе [11]). В этой задаче, которую можно назвать "нулевым приближением", скорости обращаются в нуль в верхнем погранслое (литосфере). Затем в первом приближении мы нашли конвективные колебания в литосфере с фиксированной твердой границей, т.е. в этом приближении кора неподвижна. Наконец, во втором приближении нашли движения коры. Более высокие приближения вводились для того, чтобы найти значения физических переменных, равных нулю в предыдущем приближении, а не для того, чтобы получить малые поправки к ненулевым величинам. Так, например, мы не искали малые возмущения скоростей в верхней мантии, вызванные конвективными колебаниями литосферы, и малые возмущения скоростей в литосфере, вызванные движением коры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 96-05-64356).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Belousov V.V., Reisner G.I., Rudich E.M., Sholpo V.N.* Vertical movements of the Earth's crust on the continents // *Geophys. Survays.* 1974. Vol.1. P.245-274.
2. *Van Bemmelen R.W.* Plate tectonics and undation model: a comparison // *Tectonophysics.* 1976. Vol.32. P.145-182.
3. *Quinlan G.* Models of subsidence mechanisms in intracratonic basins and their applicability to North American examples // *Sedimentary basins and basin-forming mechanisms.* Canadian Society of Petroleum Geologists. Memoir. 1987. Vol.12. P.463-481.
4. *Lambeck K.* The role of compressive forces in intracratonic basin formation and mid-plate orogenies // *Geophys. Res. Lett.* 1983. Vol.10. P.845-848.
5. *DeRito R.F., Cozzarelli F.A., Hodge D.S.* Mechanism of subsidence of ancient cratonic rift basins // *Tectonophys.* 1983. Vol.94. P.141-168.
6. *Cloetingh S., McQueen H., Lambeck K.* On a tectonic mechanism for regional sealevel variations // *Earth Planet. Sci Lett.* 1985. Vol.75. P.157-166.
7. *Cloetingh S.* Intraplate stresses: a new tectonic mechanism for fluctuations of relative sea level // *Geology.* 1986. Vol.14. P.617-620.
8. *Birger B.I.* On a thermoconvective mechanism for oscillatory vertical crustal movements // *Physics Earth and Planet. Inter.* 1995. Vol.92. P.279-291.
9. *Биргер Б.И.* Реологическая модель мантии Земли и планет земной группы // Теоретические проблемы геодинамики и сейсмологии. (Вычисл. сейсмология. Вып.27). М.: Наука, 1994. С.42-55.
10. *Birger B.I.* Rheology of the earth's mantle and geodynamical processes // *Geophys. Res. Lett.* 1991. Vol.18. P.2031-2034.

11. *Fleitout L., Yuen D.A.* Steady state, secondary convection beneath lithospheric plates with temperature and pressure-dependent viscosity // *J. Geophys. Res.* 1984. Vol.89. P.9227-9244.
12. *Christensen U.* Convection with pressure and temperature-dependent non-Newtonian rheology // *Geophys. J. Roy. Astron. Soc.* 1984. Vol.77. P.343-384.
13. *Birger B.I.* Linear and weakly nonlinear problems of the theory of thermal convection in the earth's mantle // *Physics Earth and Planet. Inter.* 1988. Vol.50. P.92-98.
14. *Ландау Л.Д., Луфшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
15. *Turcotte D.L., Schubert G.* Geodynamics: application of continuum mechanics to geological problems. New York: John Willey, 1982. 784 p.
16. *Flemings P.B., Jordan T.E.* A synthetic stratigraphic model of foreland basin development // *J. Geophys. Res.* 1989. Vol.94. P.3851-3866.
17. *Sloss L.L.* The tectonic factor in sea level change: a countervailing view // *J. Geophys. Res.* 1991. Vol.96. P.6609-6618.
18. *Pitman III W.C., Golovchenko X.* The effect of sea level changes on the morphology of mountain belts // *J. Geophys. Res.* 1991. Vol.96. P.6879-6891.
19. *Bond G.C., Kominz M.A.* Disentangling middle Paleozoic sea level and tectonics events in cratonic margins and cratonic basins of North America // *J. Geophys. Res.* 1991. Vol.96. P.6619-6641.