

V. ОБРАБОТКА ДАННЫХ

УДК 550.33, 550.34

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА МАКСИМАЛЬНОГО УСКОРЕНИЯ ГРУНТА, ВЫЗВАННОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕМ

А.А. Любушин

Объединенный институт физики Земли Российской академии наук

В.Ф. Писаренко, Т.А. Рукавишникова

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук*

Предлагается новый метод статистической оценки $A_{\max}(T)$ – максимального пикового ускорения грунта в заданной точке сейсмоактивного региона в течение T лет, вызванного землетрясением. Метод использует Байесовский подход и учитывает неточность измеряемых магнитуд. В предлагаемом методе непосредственно оценивается закон повторяемости пиковых ускорений в заданной точке. Метод дает не только оценку квантилей распределения $A_{\max}(T)$, но и их статистическую неопределенность (стандартные отклонения). Приводятся примеры применения предлагаемого метода для оценки квантилей $A_{\max}(T)$ в Байкальской рифтовой зоне (в том числе на трассе БАМ) и в ряде крупных городов Северного Кавказа.

STATISTICAL ESTIMATION OF PEAK GROUND ACCELERATION CAUSED BY EARTHQUAKES

A.A. Lyubushin

United Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences

V.F. Pisarenko, and T.A. Rukavishnikova

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences*

A new method of statistical estimation of $A_{\max}(T)$ is suggested, where $A_{\max}(T)$ is maximum peak ground acceleration that will occur at a given point of seismic region in a future time period T . The method is based on the Bayesian approach and takes into account the uncertainty in observed magnitudes of earthquakes. It includes a straightforward procedure for the statistical estimation of acceleration-frequency law and provides both quantiles of $A_{\max}(T)$ -distribution and their standard deviations. The method is illustrated by examples of $A_{\max}(T)$ -estimations in Baikal rift zone (including Baikal-Amur railroad) and several cities in North Caucasus.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших параметров сейсмического риска, который необходимо учитывать при строительстве сооружений в сейсмоактивных зонах, является максимальное ускорение грунта A_{\max} , вызванное землетрясением. Величина пикового ускорения для конкретного землетрясения зависит от его силы (магнитуды), расстояния от очага до интересующей нас точки, характеристик грунта в этой точке, механизма очага и от некоторых других факторов, трудно поддающихся точному количественному учету. Поэтому при оценке A_{\max} применяется чаще всего статистический подход: величину A_{\max} рассматривают, как случайную величину, зависящую от упомянутых ранее факторов. Для практических применений наибольший интерес представляет величина $A_{\max}(T)$ – максимальное пиковое ускорение в данной точке, которое может наблюдаться в будущий период T лет. Обычно период T выбирают равным 50 годам, а в качестве статистической характеристики случайной величины $A_{\max}(50)$ принимается 90%-й квантиль ее распределения, т.е. тот порог, который может быть превышен лишь с вероятностью 0.1 [1, 2].

Традиционная процедура нахождения распределения $A_{\max}(T)$ включает в себя вывод нескольких соотношений, которым подчиняются используемые в задаче сейсмологические параметры.

Это, прежде всего, закон повторяемости землетрясений, обычно принимаемый в форме, установленной Гутенбергом и Рихтером: прямолинейная зависимость логарифма частоты повторения землетрясений от магнитуды. Данное соотношение зависит от трех неизвестных параметров: коэффициента наклона b , максимальной возможной региональной магнитуды M_{\max} и параметра, характеризующего сейсмическую активность. Параметры b и M_{\max} обычно приходится оценивать по выборке ограниченного объема, что вносит в оценки статистическую неопределенность. Эта неопределенность особенно значительна в оценке M_{\max} . Далее, необходимо оценить сейсмическую активность данного региона, обычно характеризуемую средним числом землетрясений заданного энергетического уровня.

Следующий этап состоит в выборе так называемого закона затухания ускорения a с расстоянием от источника. Здесь чаще всего пользуются соотношением типа:

$$\ln a = \alpha M - \beta \lg r + \gamma, \quad (1)$$

где M – магнитуда землетрясения, r – расстояние от очага до исследуемой точки, измеряемое в той или иной форме (см. подробнее [3]); α, β, γ – некоторые постоянные, которые могут зависеть от конкретного региона и которые необходимо оценить по имеющимся наблюдениям пиковых ускорений, зарегистрированных на специальных сейсмографах, регистрирующих сильные движения. Коэффициент γ может включать в себя поправку за свойства грунта в исследуемой точке, от которых пиковое ускорение может зависеть существенным образом [3]. Иногда закон затухания ускорения задается не формулой вида (1), а семейством кривых, показывающих, как для разных M убывает с расстоянием пиковое ускорение. Фактическое пиковое ускорение, вызванное конкретным землетрясением, может отличаться от того, которое задается формулой (1). Поэтому обычно считают, что логарифм наблюдаемого ускорения отличается от величины, вычисляемой по формуле (1), на случайную невязку, имеющую стандартное отклонение приблизительно 0.3.

Наконец, последний этап при выводе распределения $A_{\max}(T)$ состоит в оконтуривании зон, в пределах которых параметры закона повторяемости землетрясений могут считаться постоянными (см. [1, 2]). На этой стадии часто используется геологическая информация, а также сведения об исторических землетрясениях. В каждой из однородных зон оцениваются параметры закона повторяемости (в том числе и M_{\max}). Затем вычисляется распределение $A_{\max}(T)$ от совокупности зон, сейсмические процессы в которых предполагаются независимыми. Как мы видим, традиционная процедура вывода распределения $A_{\max}(T)$ является многоступенчатой и довольно сложной.

На каждом из перечисленных выше этапов необходимо каким-либо образом ввести статистическую неопределенность в оценке используемых параметров, и задача вывода распределения $A_{\max}(T)$, таким образом, сводится к учету влияния всех этих неопределенностей на $A_{\max}(T)$. В работе [4] был предложен новый подход к выводу распределения $A_{\max}(T)$. Вместо упомянутых выше промежуточных этапов было предложено непосредственно оценивать закон повторяемости пиковых ускорений в данной точке по имеющемуся каталогу землетрясений. Оказалось, что этот закон с достаточной степенью приближения можно описать двухпараметрическим семейством вероятностных плотностей, аналогичных плотностям закона Гутенберга–Рихтера. Далее для вывода распределения $A_{\max}(T)$ применяется Байесовский подход. Такой метод позволяет оценить неопределенность квантилей искомого распределения $A_{\max}(T)$, так же как и любых других функций от неизвестных параметров. В настоящей работе применяется этот подход к выводу распределения $A_{\max}(T)$ (квантилей этого распределения) для территории Северного Кавказа и Прибайкалья. Распределение $A_{\max}(T)$ будет оценено для отдельных точек в виде 90%-х квантилей $A_{\max}(50)$, а также для линейного объекта – Байкало-Амурской железнодорожной магистрали.

ЗАКОН ПОВТОРЯЕМОСТИ УСКОРЕНИЙ

Для оценки пикового ускорения в некоторой заданной точке от конкретного землетрясения воспользуемся формулой вида (1), полученной Ф.Ф. Аптикаевым в результате анализа мирового банка сильных движений [5]

$$\begin{aligned} \lg a &= 0.28M - 0.8 \lg r + 1.7, & a &\geq 160 \text{ см/сек}^2, \\ \lg a &= 0.8M - 2.3 \lg r + 0.8, & a &< 160 \text{ см/сек}^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь M – магнитуда, сосчитанная по поверхностным волнам, r – гипоцентральное расстояние до исследуемой точки. Указанные в (2) коэффициенты относятся к стандартному скальному грунту. В соотношении (2) коэффициенты были подобраны таким образом, чтобы минимизировать среднеквадратичное отклонение оценок (2) от наблюдаемых логарифмических пиковых ускорений. Такая процедура является типичной процедурой оценки коэффициентов регрессии величины $\lg a$ на пару величин $(M, \lg r)$. Поэтому мы будем называть пиковое ускорение, оцененное по формуле (2) в данной точке для конкретного землетрясения, регрессионным. Регрессионные ускорения будут в той или иной степени отличаться от истинных пиковых ускорений A . Соотношение между регрессионным ускорением a ,

и истинным ускорением A моделируем следующим образом:

$$\lg A = \lg a + \varepsilon, \quad (3)$$

где ε – некоторая случайная величина, распределение которой считается Гауссовским, либо равномерным [4]. С помощью случайного члена ε в (3) мы хотим учесть не только случайные ошибки измерения, но и ошибки несовершенства используемой модели (2) для ускорений в данной точке. Что касается ошибок измерения, то их моделирование с помощью случайной ошибки ε в (3) вполне естественно. Вопрос о моделировании несовершенства модели ускорения (2) с помощью случайной ошибки несколько сложнее, и на нем следует остановиться подробнее.

Перечислим некоторые геологические и геофизические факторы, которые следует учитывать при конструировании модели ускорений в заданной точке:

- пространственная распределенность очага землетрясения,
- ориентация механизма очага,
- асимметрия и пространственная ориентация изосейст,
- спектр временной функции в источнике.

Здесь не упоминается о локальных геологических условиях и характеристиках грунта в данной точке, которые могут весьма заметно влиять на ускорение (отличия ускорений на скальном грунте от ускорений на более мягких типовых грунтах можно до некоторой степени учесть с помощью аддитивной константы в (3), см. также [3]).

В настоящее время любое предсказание всей совокупности упомянутых факторов для будущих землетрясений вряд ли можно считать надежным, а зачастую оно практически нереально. С другой стороны, предположим, что один из этих факторов (скажем, ориентация изосейст для конкретного региона) может быть предсказан с разумной точностью в результате предварительных исследований в этом регионе. Но тогда для использования этой информации необходимо уметь предсказывать, по крайней мере с той же точностью, и все остальные факторы. "Прочность цепи определяется прочностью самого слабого звена". Поэтому мы полагаем, что в настоящее время трудно предположить для практического учета несовершенства модели (2) (или любой другой модели такого типа) что-либо, кроме случайной ошибки в (3). К тому же, из-за упомянутых факторов она, по-видимому, будет довольно значительной. Впрочем, если имеется какая-либо дополнительная информация о распределении ошибки ε в (3), она может быть включена в описываемую ниже схему.

При малых значениях r соотношение (2) может давать очень большие значения для $\lg a$. Поэтому желательно провести регуляризацию этой формулы. Мы предлагаем регуляризацию, основанную на статистических доводах.

Предположим, что нужно оценить значение функции $v(r) = \lg r^2$, $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, в точке (x_0, y_0, z_0) , когда известно лишь "возмущенное" значение аргумента (x, y, z) , причем

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \varepsilon_x, \\ y &= y_0 + \varepsilon_y, \\ z &= z_0 + \varepsilon_z, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ – независимые гауссовские величины с нулевым средним и с некоторым стандартным отклонением σ .

Наиболее подходящей оценкой величины $v(r_0) = \lg(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)$, со статистической точки зрения, было бы условное математическое ожидание величины $v(r_0)$ при фиксированных (x, y, z)

$$\tilde{v} = E\{v(r_0) \mid x, y, z\}.$$

Это математическое ожидание имеет наименьшее среднеквадратичное отклонение от истинного значения $v(r_0)$. Нетрудно показать, что \tilde{v} имеет вид

$$\tilde{v} = \lg \sigma^2 + E\{\lg q\}, \quad (4)$$

где q – некоторая случайная величина, имеющая нецентральное χ^2 -распределение с тремя степенями свободы и с параметром нецентральности r^2/σ^2 [6]. Соотношение (4) можно аппроксимировать простым выражением

$$\tilde{v} \cong \begin{cases} \lg \sigma^2 + 0.32, & r/\sigma < 2, \\ \lg r^2 + 0.22 \frac{\sigma^2}{r^2}, & r/\sigma \geq 2. \end{cases} \quad (5)$$

Подставляя в (2) вместо $2 \lg r$ выражение (5), получим желаемую статистическую регуляризацию этой формулы. Следует отметить, что для обоснования регуляризации соотношения (2), помимо статистических доводов, можно привести также некоторые теоретические соображения [7] и экспериментальные факты [8].

Имея каталог землетрясений, мы можем для любой точки получить каталог соответствующих регрессионных ускорений, сосчитанных по формуле (2) с использованием регуляризации (5). Сделаем сразу замечание относительно афтершоков. Вполне возможно, что по формулам (2),(5) регрессионное ускорение от какого-то афтершока превысит регрессионное ускорение от главного толчка. Для того, чтобы последовательность регрессионных ускорений можно было так же как и последовательность главных толчков считать Пуассоновской, мы предлагаем из каждой серии афтершоков с соответствующим главным толчком выбрать лишь одно регрессионное ускорение, а именно то, которое получило максимальное значение по формулам (2),(5). Выделение афтершоков можно проводить известными методами с помощью пространственно-временного окна, зависящего от магнитуды и помещаемого в точку главного толчка [9]. Таким образом, в каталоге регрессионных ускорений для каждой точки мы будем иметь столько же ускорений, сколько было главных толчков в каталоге землетрясений, и предположение о пуассоновости главных толчков можно распространить и на последовательность "главных" регрессионных ускорений.

Кумулятивные гистограммы регрессионных главных ускорений для некоторых точек в сейсмоактивных регионах показаны ниже (см. рис. 1). Они выглядят примерно так же, как аналогичные гистограммы для магнитуд землетрясений.

Теперь мы должны аппроксимировать распределение главных регрессионных ускорений в данной точке каким-либо параметрическим семейством, по возможности содержащим небольшое число параметров. Это нужно для того, чтобы можно было применить Байесовский подход. В работе [4] для этой цели было испробовано несколько трехпараметрических семейств вероятностных плотностей. Оказалось, что для нашей задачи с удовлетворительной степенью аппроксимации

достаточно использовать усеченное экспоненциальное распределение для $\lg a$, которое содержит два неизвестных параметра: параметр b , аналогичный наклону графика повторяемости в законе Гутенберга–Рихтера, и параметр α – максимальное значение регрессионного логарифмического ускорения. Значения этих параметров, конечно, зависят как от региона, так и от данной точки. В них аккумулируется как информация об особенностях сейсмического режима в регионе, так и о расположении исследуемой точки в локальной геолого-тектонической структуре региона.

Таким образом, для $\lg a$ мы принимаем следующую вероятностную плотность

$$g(x | b, \alpha) = \frac{10^{-bx} b \ln 10}{10^{b\alpha_0} - 10^{-b\alpha}}, \quad \alpha_0 < x < \alpha, \quad (6)$$

где b, α – неизвестные, подлежащие оценке параметры (их значения зависят от конкретной точки), а α_0 – выбираемый исследователем нижний порог регистрации регрессионных ускорений. В обозначении функции $g(x | b, \alpha)$ параметры b, α отделяются от аргумента x вертикальной чертой.

По поводу выбора величины α_0 можно дать следующие рекомендации. Как показывают примеры, удовлетворительные результаты оценивания с помощью Байесовского подхода в нашей задаче получаются, если число наблюдений составляет 100 или больше. Это накладывает ограничение на величину α_0 . С другой стороны, поскольку наша цель состоит в оценке максимальных возможных ускорений, основное внимание следует уделить аппроксимации закона повторяемости регрессионных ускорений в области максимальных значений. Поэтому иногда целесообразней повысить значение α_0 так, чтобы осталось 100–120 наблюдений, если в области малых значений форма закона повторяемости усложняется и для удовлетворительного приближения требует увеличения числа параметров. В любом случае число наблюдений не должно быть меньше 50, так как в противном случае Байесовские оценки становятся неустойчивыми. Если это условие нельзя выполнить, то применять предлагаемый метод не следует.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ

Для оценки параметров мы использовали Байесовский метод. Имеются два неизвестных параметра b, α вероятностной плотности (6) регрессионного логарифмического ускорения. Параметр b характеризует наклон графика повторяемости величин $\lg a$, параметр α – точку усечения плотности. Следует отметить, что поскольку истинное значение $\lg A$ в уравнении (3) отличается от регрессионного $\lg a$ на случайную величину ε , оно может превосходить значение α , что существенно. Резкое усечение экспоненциального закона (6) для регрессионного ускорения за счет случайного члена ε сглаживается, и, таким образом, плотность вероятности истинного логарифмического ускорения убывает плавно в отличие от регрессионного ускорения. По этой причине точность оценки значения α не играет очень большой роли в общей процедуре оценивания $A_{\max}(T)$.

Далее, выбор аппроксимирующего параметрического семейства плотностей вероятности для регрессионного ускорения также не является критическим из-за

наличия случайного члена ε в уравнении (3). Плотность вероятности суммы регрессионного ускорения и случайного члена ε равна свертке функции $g(x | b, \alpha)$ с плотностью случайной величины e . Таким образом, плотность $g(x | b, \alpha)$ сглаживается. В результате этого модели затухания, учитывающие региональные особенности, приводят при оценивании $A_{\max}(T)$ почти к таким же результатам как и модели, основанные на формулах затухания типа (2), полученных по глобальным данным.

Рассмотрим последовательность главных логарифмических регрессионных ускорений для данной точки, превосходящих некоторый фиксированный порог α . В соответствии со сказанным выше считаем, что она является Пуассоновской. Среднее число событий за единицу времени в этой последовательности обозначим через λ .

Таким образом, мы имеем всего три неизвестных (ненаблюдаемых) параметра b, α, λ , которые подлежат оценке. В соответствии с Байесовским подходом мы рассматриваем b, α, λ , как случайные величины с некоторым априорным распределением. Принимаем это априорное распределение равномерным в некоторых интервалах, которые заведомо должны содержать истинные значения параметров

$$\begin{aligned} b_1 &\leq b \leq b_2, \\ \alpha_1 &\leq \alpha \leq \alpha_2, \\ \lambda_1 &\leq \lambda \leq \lambda_2. \end{aligned}$$

Будем обозначать через $f(b, \alpha, \lambda | a_1, \dots, a_n)$ – условную плотность параметров b, α, λ при условии, что регрессионные ускорения приняли значения $(a_1, \dots, a_n) = \underline{a}$, так что переменные, входящие в условие, отделяются от аргументов вертикальной чертой. Обозначим временной интервал, покрываемый каталогом, через τ . Таким образом, мы имеем четыре случайных величины $(b, \alpha, \lambda, \underline{a})$, одна из которых векторная. Три величины b, α, λ ненаблюдаемы и одна \underline{a} – известна. Наша цель – найти апостериорную (условную) плотность вероятности $f(b, \alpha, \lambda | \underline{a})$ величин b, α, λ при данном \underline{a} . Используя стандартную Байесовскую формулу [10], получаем

$$f(b, \alpha, \lambda | \underline{a}) = \frac{f(a_1 | b, \alpha) \dots f(a_n | b, \alpha) (\lambda \tau)^n \exp(-\lambda \tau)}{\iint f(a_1 | x, y) \dots f(a_n | x, y) (z \tau)^n \exp(-z \tau) dx dy dz}.$$

Зная $f(b, \alpha, \lambda | \underline{a})$, мы можем построить Байесовскую оценку \tilde{h} для любой функции $h(b, \alpha, \lambda)$ от неизвестных параметров b, α, λ

$$\tilde{h} = \iiint h(b, \alpha, \lambda) f(b, \alpha, \lambda | \underline{a}) db d\alpha d\lambda. \quad (7)$$

Кратный интеграл в (7) берется численно. В частности, если положить $h = b, h = \alpha, h = \lambda$, то мы получим Байесовские оценки соответственно для параметров b, α, λ . Однако основная цель нашей процедуры – это не оценка параметров b, α, λ , а оценка квантилей распределения истинного ускорения $A_{\max}(T)$. Как уже упоминалось выше, плотность вероятности истинного логарифмического ускорения равна свертке плотности регрессионного логарифмического ускорения (6) и плотности

случайной величины ε . В качестве распределения этой последней мы пробовали применять Гауссовское и равномерное распределения [4]. Было установлено, что на конечных результатах оценки квантилей $A_{\max}(T)$ различие этих распределений практически не сказывается. Поэтому мы остановились на равномерном распределении для ε на некотором интервале $(-\Delta, \Delta)$. Таким образом, плотность вероятности истинного логарифмического ускорения $f(x | b, \alpha)$ при условии, что параметры имеют значения b, α , равна

$$f(x | b, \alpha) = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} g(x - y | b, \alpha) dy.$$

Обозначим через $F(x | b, \alpha)$ функцию распределения истинного логарифмического ускорения

$$F(x | b, \alpha) = \int_{-\infty}^x f(z | b, \alpha) dz.$$

Для Пуассоновской последовательности событий нетрудно выписать функцию распределения максимального истинного логарифмического ускорения, которое произойдет в данной точке в течение интервала времени T [11] (при условии, что произошло не менее одного события)

$$\Phi_T(x | b, \alpha, \lambda) = \frac{\exp[\lambda T F(x | b, \alpha) - 1]}{\exp(\lambda T) - 1}. \quad (8)$$

Квантиль $x(\mu)$ уровня μ ($0 < \mu < 1$) распределения (8) определяется как корень уравнения

$$\Phi_T(x(\mu) | b, \alpha, \lambda) = \mu.$$

При фиксированном μ квантиль $x(\mu)$ является функцией от b, α, λ

$$x(\mu) = x(\mu; b, \alpha, \lambda). \quad (9)$$

Для получения Байесовской оценки квантиля (9) нужно в качестве функции $h(b, \alpha, \lambda)$ взять функцию $x(\mu; b, \alpha, \lambda)$ из (9), подставить ее в интеграл (7) и произвести численное интегрирование.

Для получения оценки дисперсии любой Байесовской оценки \tilde{h} можно снова воспользоваться уравнением (7). Например, для получения Байесовской оценки дисперсии $\text{var}(b)$ оценки \tilde{b} берем

$$h(b) = (b - \tilde{b})^2$$

и с помощью (7) получаем

$$\text{var}(b) = \iiint (b - \tilde{b})^2 f(b, \alpha, \lambda | \underline{a}) db d\alpha d\lambda.$$

Мы сравнивали эту оценку дисперсии для параметров b, α, λ с соответствующими оценками, полученными методом максимального правдоподобия [12]. Оба подхода дали весьма близкие результаты.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНИВАНИЯ КВАНТИЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $A_{\max}(T)$

Для оценки квантилей распределения пиковых ускорений $A_{\max}(T)$ был использован каталог землетрясений Евразии 1900–1993гг. и каталог землетрясений Байкальской рифтовой зоны 1952–1996гг. На территории Северного Кавказа были выбраны 3 точки, соответствующие городам Махачкала (43.05°N, 47.46°E), Грозный (43.27°N, 45.72°E) и Нальчик (43.38°N, 43.65°E). В Прибайкалье были выбраны города Иркутск (52.34°N, 104.22°E) и Улан-Удэ (51.80°N, 107.80°E), а также трасса Байкало-Амурской Магистрали (от Байкала до Тынды) протяженностью около 1500 км.

Эмпирические кумулятивные функции распределения значений логарифмов регрессионных ускорений для этих городов показаны на рис. 1. Параметры законов повторяемости (6) для регрессионных ускорений, а также интенсивность λ потока событий были оценены с помощью описанной выше Байесовской процедуры, результаты оценивания представлены в таблице.

ТАБЛИЦА. Параметры законов повторяемости регрессионных ускорений

Город	Нижний порог логарифмического ускорения, α_0	Число событий, для которых $\lg a \geq \alpha_0$	Наклон графика повторяемости, b	Верхняя граница плотности (6) α , см/сек ²	Интенсивность потока λ , событий/год
Иркутск	-0.5	58 (1952–96)	0.97 ± 0.14	1.93 ± 0.30	1.34 ± 0.17
Улан-Удэ	-0.5	70 (1952–96)	0.93 ± 0.12	1.94 ± 0.28	1.61 ± 0.19
Махачкала	0	57 (1900–93)	0.70 ± 0.10	2.81 ± 0.33	0.63 ± 0.08
Грозный	0	76 (1900–93)	0.77 ± 0.10	2.74 ± 0.36	0.83 ± 0.09
Нальчик	0	44 (1900–93)	0.83 ± 0.15	2.07 ± 0.39	0.49 ± 0.07

Как показано в [12], результаты оценивания параметров закона повторяемости регрессионных логарифмических ускорений (6) мало изменяются при варьировании значения σ в пределах 10–20 км. Что касается случайной ошибки ϵ в уравнении (3), характеризующей разницу между истинным и регрессионным логарифмическими ускорениями, то она, в соответствии с имеющимися оценками [3], имеет стандартное отклонение – приблизительно 0.3. Однако, учитывая применяемую нами регуляризацию (5), увеличивающую эту ошибку, мы приняли для неё стандартное отклонение 0.43, что соответствует равномерному распределению величины ϵ на интервале (–0.75; 0.75). Временной интервал $T = 50$ лет чаще всего принимают при оценке статистических характеристик пиковых ускорений [2], но если интересны другие интервалы (в

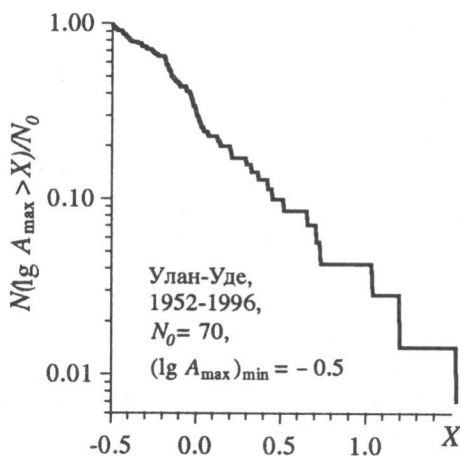
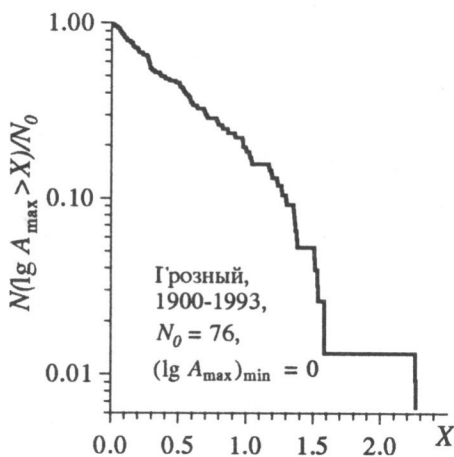
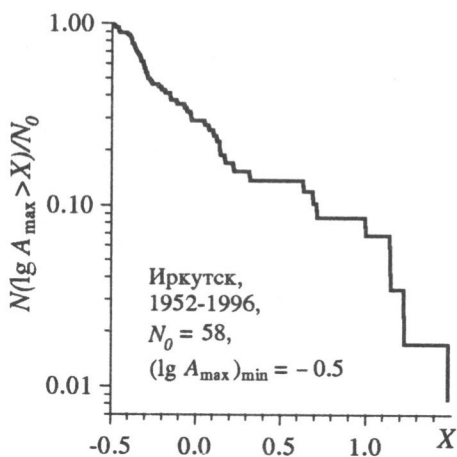
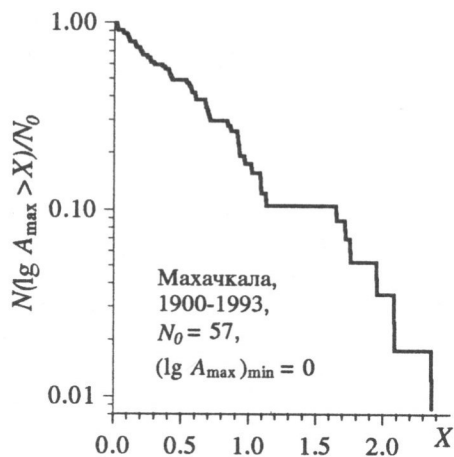
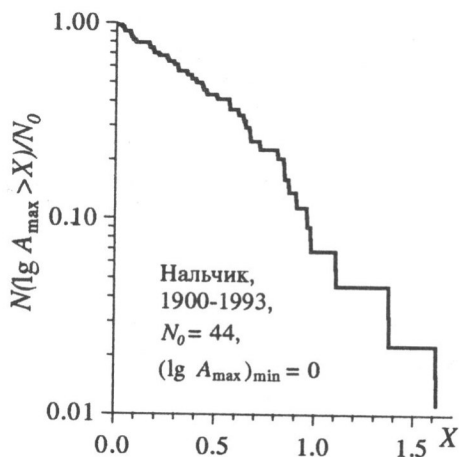


Рис. 1. Эмпирические кумулятивные функции распределения логарифмов регрессионных ускорений

Неопределенность положения гипоцентров $\sigma = 10$ км, N_0 - полное число землетрясений



частности, интервал $T = 30$ лет, рассматриваемый в работах [1, 3]), то соответствующие оценки квантилей распределения (8) легко могут быть получены. Следует отметить, что чем меньше T , тем более надежными становятся наши оценки. Для значений T , превышающих длительность интервала времени, покрываемую используемым каталогом, оценки квантилей распределения $A_{\max}(T)$ становятся неустойчивыми и статистически слабо определенными.

На рис. 2 представлены графики медиан и 90%-х квантилей $A_{\max}(T)$ для $5 \leq T \leq 50$, на рис. 3 – эти же характеристики для трассы БАМ. Указаны также доверительные интервалы, равные одному стандартному отклонению. Эти доверительные интервалы несколько больше для 90%-го квантиля по сравнению с медианой. Как следует из рис. 2, типичное значение $A_{\max}(T)$, характеризующее медианой, при $T = 50$ для Иркутска и Улан-Удэ достигает значений 40 – 50 см/сек². Для Кавказских городов эти значения больше: около 60 см/сек² для Нальчика, 185 см/сек² для Махачкалы. Если же взять 90%-ю доверительную границу для $A_{\max}(T)$, т.е. 90%-й квантиль, то получим следующие значения (в см/сек²):

Иркутск	126 (194/82),
Улан-Удэ	155 (234/102),
Махачкала	814 (1312/505),
Грозный	707 (1136/440),
Нальчик	193 (311/119).

Здесь в скобках указаны доверительные границы, соответствующие плюс-минус одному стандартному отклонению логарифмического ускорения (плюс – в числителе, минус – в знаменателе). Мы видим, что при переходе от медианы к 90%-й верхней границе значения ускорений заметно возросли, причем, если для Иркутска и Улан-Удэ эти значения имеют порядок 130–140 см/сек², то для Махачкалы они уже превышают 800 см/сек². Относительная точность этих оценок составляет 45 ÷ 55%. Для ускорений $A_{\max}(50)$ на трассе БАМ, изображенных на рис. 3, характерны гораздо большие значения, чем для Иркутска и Улан-Удэ. Здесь медиана достигает величины 560 см/сек², а 90%-й квантиль – 1865 см/сек². Отметим, что именно в этой части Прибайкалья произошло сильнейшее землетрясение из исторического каталога (01.02.1725, координаты 56.5°N, 118.5°E, $M = 8.2$). Оно могло вызвать в эпицентральной зоне, захватывающей БАМ, ускорения порядка 1000 см/сек² и более. Понижение значений ускорений на краях БАМ вызвано, по-видимому, понижением уровня сейсмичности в этих районах. Если в центральной части БАМ за год наблюдается в среднем 9 событий с ускорением выше 0.3 см/сек², то на краях БАМ таких событий происходит 1–2 в год. Наклон графика повторяемости регрессионных ускорений b для первых 10 точек (считая с запада на восток) остается почти неизменным

$$b = 0.82 \pm 0.08.$$

Для четырех последних точек (рис. 3) наклон уменьшается ($b = 0.61 \pm 0.10$), что может свидетельствовать об увеличении порога представительной регистрации землетрясений в этой части БАМ.

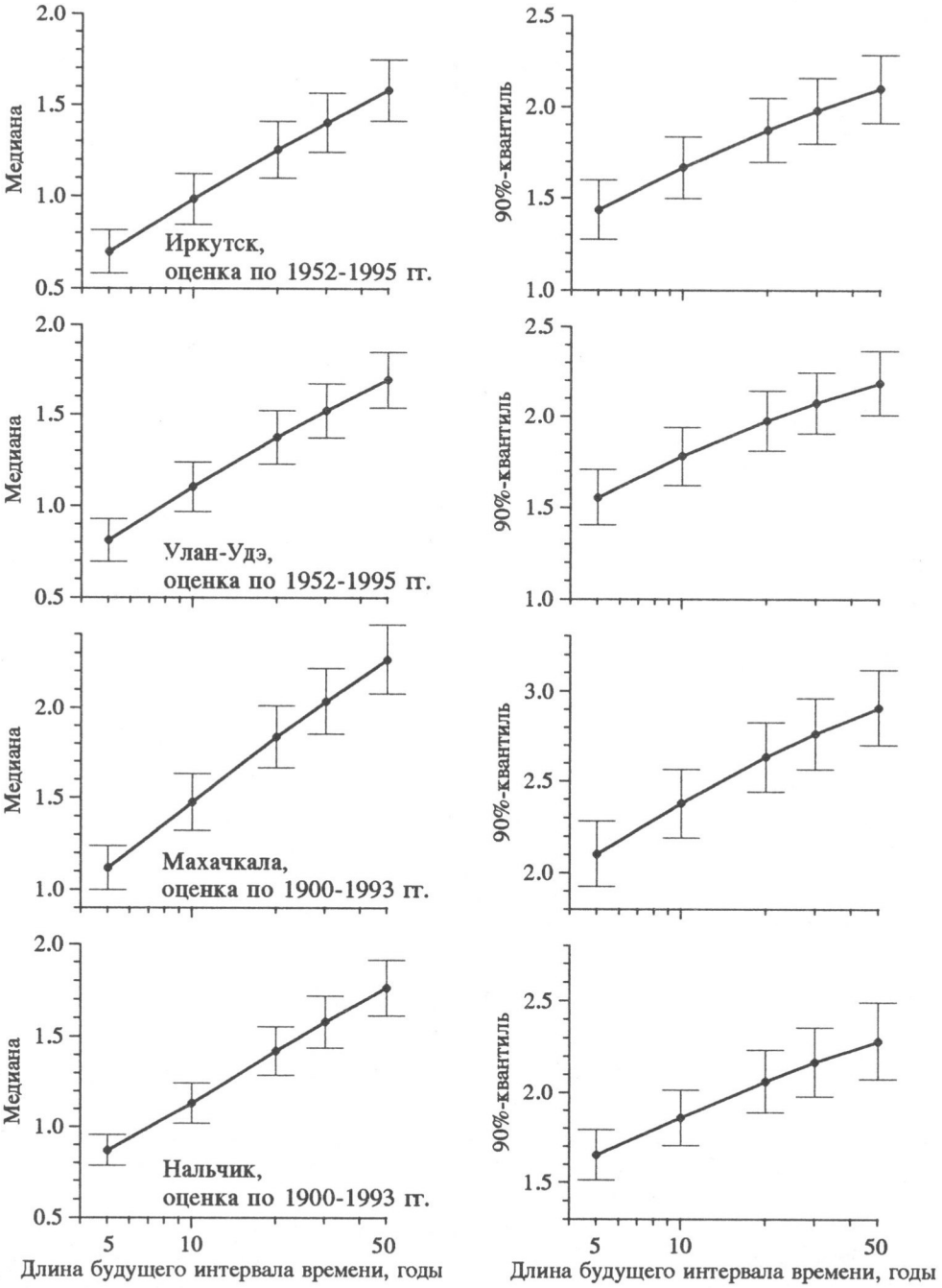


Рис. 2. Медианы и 90%-е квантили распределения логарифмов пикового ускорения в зависимости от длины интервала времени T
 Вертикальными отрезками показаны стандартные отклонения

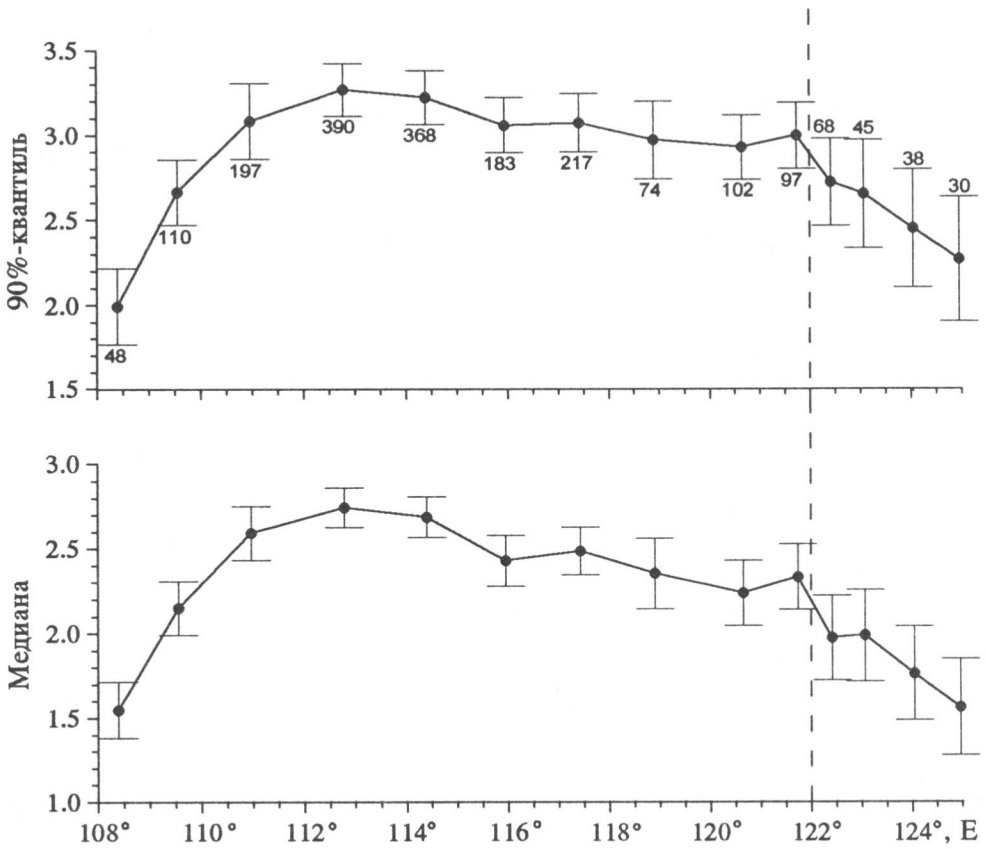


Рис. 3. Медианы и 90%-е квантили распределения логарифмов пикового ускорения для трассы БАМ, $T = 50$ лет

На верхней кривой указано число ускорений в данной точке, превышающих выбранный порог (-0.5 для 10 первых точек; -1.0 для 4-х последних точек). Вертикальными отрезками показаны стандартные отклонения

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Предлагаемый метод оценки распределения пикового ускорения $A_{\max}(T)$ основан на простых и явно формулируемых предположениях.

Во-первых, это предположение о стационарности сейсмического режима и о пуассоновском характере процесса, образованного основными толчками. Это предположение используется в большинстве моделей оценки сейсмического риска. Впрочем, если имеется конкретная достоверная информация о нестационарности сейсмического режима, то ее нетрудно включить в предложенную схему, введя в рассмотрение Пуассоновский процесс с зависящей от времени (например, периодической) интенсивностью $\lambda(t)$. При этом в результирующей формуле (8) вместо множителя λT появится интеграл $\int_0^T \lambda(t) dt$.

Отличие распределения реального числа основных сейсмических толчков от Пуассоновского распределения, на наш взгляд, также не является критическим при оценке квантилей $A_{\max}(T)$. В работе [11] было рассмотрено несколько распределений основных толчков, отличных от Пуассоновского. При этом было показано, что распределение максимальной за время T магнитуды землетрясений $M_{\max}(T)$ (оно имеет вид, аналогичный формуле (6)) слабо зависит от вида распределения при фиксированном значении среднего числа событий λT .

Во-вторых, мы предполагаем, что каталог регрессионных ускорений является представительным и закон повторяемости этих ускорений может быть с достаточной степенью точности аппроксимирован той или иной параметрической кривой. В данной работе мы использовали усеченное экспоненциальное распределение (для логарифмов ускорений). Возможно, что для других регионов нужны будут другие параметрические кривые. Может возникнуть опасение, что при такой аппроксимации мы не учтем возможность того, что вблизи исследуемой точки с очень малой частотой могут происходить сильные землетрясения, вызывающие большие ускорения, причем период повторяемости таких землетрясений может значительно превышать интервал времени, покрываемый каталогом. Наша методика в принципе позволяет учесть (через соответствующую параметризацию закона повторяемости регрессионных ускорений) и эти маловероятные землетрясения как с помощью Байесовской оценки максимального возможного для данной точки регрессионного ускорения, так и с помощью введения случайной ошибки ε в формуле (3) для истинного ускорения. Случайный член ε играет существенную роль в нашем методе, с его помощью сглаживается распределение истинного ускорения, для которого вместо резкого обрыва в области максимальных значений получается непрерывное убывание. При этом логарифм истинного ускорения может заметно превосходить логарифм максимального регрессионного ускорения. Из-за этого точность оценки точки усечения α регрессионного ускорения (6) не является критической для оценивания распределения $A_{\max}(T)$. По этой же причине снижаются требования точности приближения эмпирического распределения регрессионных ускорений с помощью какой-либо параметрической кривой: при наличии случайной ошибки ε детали распределения регрессионного ускорения уже не так важны при оценивании квантилей распределения $A_{\max}(T)$. Случайный член ε может в какой-то мере компенсировать поправки на несферичность изосейст землетрясений.

Отметим, что предложенная методика позволяет контролировать качество результирующего оценивания квантилей распределения $A_{\max}(T)$ с помощью вычисляемых стандартных отклонений. Как видно из рис. 2 и 3 эти стандартные отклонения имеют порядок 0.15–0.20, достигая в отдельных случаях значений 0.35. В тех случаях, когда стандартные отклонения достигают значений 0.5 или больше, следует, по-видимому, признать условия оценки $A_{\max}(T)$ с помощью предложенной методики неудовлетворительными по причине недостаточного объема наблюдений либо же из-за сильной неоднородности геолого-геофизических условий, определяемых факторами, перечисленными выше.

Оценивая в целом эффективность предложенной методики оценки ускорений $A_{\max}(T)$, не следует переоценивать ее возможности. Ее преимущества по сравнению с известными методами [1–3] заключаются, скорее, в ее относительной просто-

те, чем в более точной оценке ускорений $A_{\max}(T)$. Можно сказать, что ситуация с оценкой этих ускорений во многих практических случаях настолько неопределенна и включает столь большое число неконтролируемых факторов, что почти все подходы дают не очень точные результаты. В таком случае, необходимо, во-первых, отдавать себе в этом отчет, а, во-вторых, среди моделей выбирать наиболее простые.

Мы продемонстрировали методику оценивания распределения $A_{\max}(T)$, используя в качестве оцениваемых величин квантили этого распределения. По нашему мнению, квантили более удобны и адекватны задачам оценки сейсмического риска, чем значения функции распределения $\Phi_T(x | b, \alpha, \lambda)$. Впрочем, при желании можно с помощью этой же Байесовской методики оценивать значения функции $\Phi_T(x | b, \alpha, \lambda)$, причем предпочтительней применять именно описанную процедуру, а не обращать оценки квантилей.

Суммируя вышесказанное, можно отметить, что в предложенном методе оценивания рассматриваются три неизвестных параметра b, α, λ . Используемый во многих известных методах промежуточный параметр M_{\max} (максимальная возможная региональная магнитуда) вообще выпал из нашей схемы оценивания. И это является заметным преимуществом предложенного метода, поскольку именно оценивание M_{\max} сопряжено, как правило, с большой неопределенностью. Следует также отметить, что для оценивания $A_{\max}(T)$ на основании априорной информации необходимо еще ввести параметры σ и Δ . Параметр σ характеризует точность определения гипоцентра, Δ – величину случайного отличия истинного ускорения от регрессионного. Впрочем, как показывают численные эксперименты, выбор значений σ, Δ не является критическим для оценивания распределения $A_{\max}(T)$.

Предложенный метод может быть применен к любой величине, характеризующей сейсмический риск и имеющей форму линейной комбинации M и $\lg r$. В частности, точно так же можно было бы оценивать "истинную интенсивность" землетрясения, пользуясь для "регрессионной интенсивности" I известной формулой [3]

$$I = 1.5 M - 3.5 \lg r + 3.0.$$

Квантили (или любые другие желаемые статистические характеристики) распределения $I_{\max}(T)$ для заданной точки можно оценивать так же, как мы это делаем для $A_{\max}(T)$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 95-05-14815).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Algermissen S.T., Perkins D.M.* A probabilistic estimate of maximum acceleration in rock in the contiguous United States, Open file report 76-416, U.S. Department of the Interior, Geological Survey, 1976. 45 p.
2. *Lamarre M., Townshend B., Shah H.C.* Application of the bootstrap method to qualify uncertainty in seismic hazard estimates // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1992. Vol. 82. P. 104-119.

3. Штейнберг В.В., Сакс М.В., Антикаев Ф.Ф. и др. Методы оценки сейсмических воздействий (пособие) // Задание сейсмических воздействий. (Вопросы инженерной сейсмологии. Вып.34). М.: Наука, 1993. С. 5–94.
4. Pisarenko V.F., Lyubushin A.A. Statistical estimation of maximum peak ground acceleration at a given point of a seismic region // J. of Seismology. 1997. N 1. P. 395–405.
5. Антикаев Ф.Ф. Прогноз сейсмических колебаний при сильных землетрясениях. Фонды ИФЗ АН СССР. М. 1983. 72 с.
6. Кендал М., Стюарт А. Статистические выводы и связи. М.: Наука, 1973. 900 с.
7. Гусев А.А. Описательная статистическая модель излучения очага землетрясения и ее применение к оценке короткопериодного сильного движения // Вулканология и сейсмология. 1984. N 1. С. 3–22.
8. Schnabel P.B., Seed H.B. Accelerations in rock for earthquakes in the Western United States // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1973. Vol. 63. P. 501–516.
9. Gardner J.K., Knopoff L. Is the sequence of earthquakes in Southern California, with aftershocks removed, Poissonian? // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1974. Vol. 64. P. 1363–1367.
10. Pao C.P. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968. 548 с.
11. Писаренко В.Ф., Лысенко В.Б. Распределение вероятностей максимального землетрясения, которое может произойти в заданный промежуток времени // Докл. РАН. 1996. Т. 347, N 3. С. 399–401.
12. Pisarenko V.F., Lyubushin A.A. et al. Statistical estimation of seismic hazard parameters: Maximum Possible Magnitude and Related Parameters // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1996. Vol. 86, N 3. P. 691–700.