

УДК 550.311

РЕКОНСТРУКЦИЯ ИСТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ СРЕДЫ: ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ГРАВИТАЦИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ

А.Т. Исмаил-заде, Б.М. Наймарк

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук, Москва*

К. Тэлбот

Департамент наук о Земле, Уппсальский университет, Швеция

Под обратной задачей гравитационной устойчивости слоистой структуры понимается восстановление истории ее движений, возникших в результате развития возмущений в этой структуре. Математически она формулируется следующим образом: найти решение системы уравнений (уравнение Стокса, уравнения переноса плотности и вязкости и уравнения движения границ раздела слоев) с соответствующими граничными и начальными условиями для отрицательного времени. Предлагается численный алгоритм решения этой задачи, основанный на методе Галеркина с аппроксимацией неизвестных бикубическими сплайнами и методе палеорекострукции. Модель слоистой структуры представлена прямоугольной областью, заполненной вязкой жидкостью и разделенной на слою границами, на которых происходит скачкообразное изменение физических параметров среды (плотности и вязкости). Такая модель является приближением стратифицированной геологической среды. Приведены численные результаты для двух моделей галокинеза: активного и пассивного диапиризма. Эти примеры показывают, что предложенный алгоритм может быть применен при численной реконструкции диапировых структур.

RECONSTRUCTING THE EVOLUTION OF LAYERED GEOSTRUCTURES: INVERSE PROBLEM OF GRAVITATIONAL STABILITY

A.T. Ismail-Zadeh and B.M. Naimark

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow*

C. Talbot

Department of Earth Sciences, Uppsala University, Sweden

A time-inverse problem of gravitational (Rayleigh-Taylor) instability of a layered system is to restore positions of its layers at earlier stages. The Stokes equation, equations for transfer of density and viscosity, and equations of motion for interfaces between layers are solved numerically for negative time. A numerical approach is based on the Galerkin-spline finite-element method with interface tracking and a stripping-off method. A viscous material filling a model rectangular box is divided into layers by advected boundaries, across which physical

parameters (density and viscosity) change discontinuously. The model approximates a stratified geological medium. The evolution of diapiric structures is restored by stripping off and decompacting sediments. An applicability of the suggested technique is demonstrated by reconstructions of upbuilt and downbuilt diapirs. The method is well suited for reconstruction of diapiric structures.

ВВЕДЕНИЕ

Как щепотка соли придает вкус еде, так и слой каменной соли придает особую неповторимость деформациям осадочных пород. Тектоника соли привлекает пристальное внимание геологов и геофизиков, в особенности специалистов по деформациям осадочных пород, горных инженеров, разведчиков недр и инженеров по подземным хранилищам. Это связано с тем, что соляные структуры могут приводить к обвалам, создавать ловушки для углеводородов и являться хранилищами радиоактивных отходов. Исследование соляных куполов важно для народного хозяйства: например, практически все нефтегазовые резервы Прикаспийского солеродного бассейна связаны с соляными структурами.

В течение последних двух десятилетий активно развивалось численное моделирование эволюции соляных структур ([1–10]). Предложенные модели выявляли зависимость динамики таких структур от толщины и вязкости солевого и надсолевого слоев, эффекты эрозии и осадконакопления, растяжения и сжатия, дифференциальной нагрузки и реологических свойств материала. Все эти модели предсказывали эволюцию соляных структур от зародышевой стадии до зрелой.

Однако для того, чтобы понять историю осадконакопления, эрозии и деформаций в осадочных бассейнах, необходимо реконструировать эволюцию бассейна в обратном направлении по времени. Метод компьютерной палеорекострукции (backstripping method, [11]) служит надежным средством при реконструкции осадочных слоев к стадиям их начального залегания. Этот метод основан на удалении верхних слоев шаг за шагом и декомпрессии нижележащих осадков. Однако этот метод неприменим при изучении эволюции соляных бассейнов, так как соль сильно деформирует надсолевой комплекс. В самом деле, этот метод чисто кинематический, он допускает лишь вертикальные движения при увеличении объема среды (декомпрессии), не учитывает горизонтальных движений и поэтому приводит к ошибкам, возрастающим при увеличении искривленности слоев.

В работе [12] был предложен компьютерный метод палеорекострукции соли и надсолевого комплекса в случае растяжения коры. Реконструкция состояла из следующих последовательных операций: удаление верхнего слоя, распрямление складчатых нижележащих слоев, вращение и смещение осадочных блоков, декомпрессия осадков и сдвиг подсолевого горизонта. Однако этот метод не учитывал динамику соли: соль пассивно смещалась в результате вышеизложенных операций. Автор этого метода отводил активную роль латеральным силам (растяжению) и незначительную роль процессу галокинеза.

В данной работе представлен численный подход, позволяющий решать задачи гравитационной неустойчивости в обратном направлении по времени и реконструировать историю солеродных бассейнов. Этот подход основан на следующей идее [13]. В слоистой структуре малые возмущения границ слоев или плотностей приводят к ее деформациям, а в случае инверсии плотностей такие возмущения растут,

образуя диапировые структуры. В работе [14] доказано, что соответствующая математическая задача имеет единственное решение. При отсутствии диссипации неважно в каком направлении решается задача: в сторону увеличения или уменьшения времени (в обратном направлении). При численном решении такой задачи используется алгоритм, основанный на галеркинских приближениях и методе конечных элементов (с интерполяцией неизвестных бикубическими сплайнами), примененных к уравнениям движения среды, а также алгоритм палеореконструкции осадочной толщи. В настоящей работе демонстрируется применимость предложенного численного метода к реконструкции двух типов галокинеза: активного и пассивного диапиризма.

При моделировании были приняты следующие упрощения. Предполагалась ньютоновская реология для соли и надсолевого комплекса. Хотя надсолевой комплекс характеризуется более сложными реологическими свойствами, однако для многих регионов соль и надсоль ведут себя как вязкая жидкость [15]. Мы не учитывали влияние тепловых эффектов (хотя в работе [16] было показано влияние тепла на галокинез) и латеральных тектонических сил (растяжения или сжатия) на процесс формирования соляных структур.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим прямоугольную область Ω : $0 \leq x \leq L$, $-H \leq z \leq 0$ (где L и H – ее размеры, а x и z – горизонтальная и вертикальная координаты) и будем считать, что эта область заполнена вязкой несжимаемой жидкостью с переменными вязкостью μ и плотностью ρ . Этот прямоугольник разбивается кривыми на несколько областей. На рис. 1 показаны четыре области $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ и три разделяющие их границы $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ и \mathcal{L}_3 , хотя количество областей и кривых может быть произвольным.

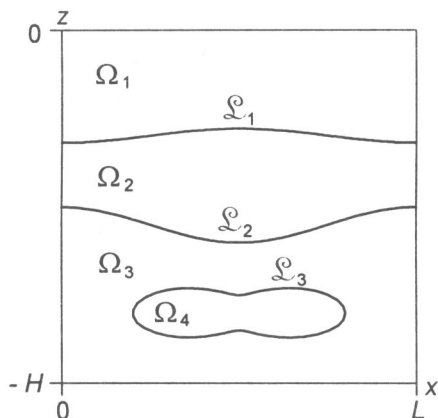


Рис. 1. Геометрия модельной области

Рассмотрим для простоты одну кривую \mathcal{L} и две области Ω_1 и Ω_2 . В начальный момент времени $t = 0$ заданы кривая \mathcal{L}_0 : $x = x^0(q)$, $z = z^0(q)$ (где q – параметр, $0 \leq q \leq Q$), плотность $\rho^0(x, z)$ и вязкость $\mu^0(x, z)$. Требуется найти функцию тока $\psi(x, z, t)$, плотность $\rho(x, z, t)$, вязкость $\mu(x, z, t)$ и кривую \mathcal{L} : $x = x(q, t)$, $z = z(q, t)$, которые удовлетворяют дифференциальным уравнениям (вместо A нужно подставить ρ или μ)

$$4 \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \partial z} + \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \mu \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) = -g \frac{\partial \rho}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \frac{dz}{dt} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (3)$$

(где g – ускорение силы тяжести), граничным и начальным условиям

$$\begin{aligned} \psi = \partial^2 \psi / \partial x^2 = 0 & \quad \text{при } x = 0 \text{ и } x = L, \\ \psi = \partial^2 \psi / \partial z^2 = 0 & \quad \text{при } z = 0 \text{ и } z = -H \end{aligned} \quad (4)$$

(условиям непротекания и идеального скольжения на границах модельного прямоугольника) и начальным условиям, при $t = 0$

$$\rho = \rho^0(x, z), \quad \mu = \mu^0(x, z), \quad x(q) = x^0(q), \quad z(q) = z^0(q). \quad (5)$$

Уравнение (1) является двумерным уравнением Стокса, записанным для функции тока ψ , уравнение (2) представляет собой уравнение переноса плотности или вязкости, уравнения (3) определяют траектории точек (x, z) , лежащих на \mathcal{L}_0 в момент $t = 0$. Начальные плотность $\rho^0(x, z)$ и вязкость $\mu^0(x, z)$ представляются каждая в виде суммы двух слагаемых, одно из которых является непрерывной функцией, а второе постоянно внутри каждой из подобластей Ω_1 и Ω_2 .

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

В работе [14] доказано, что поставленная задача имеет единственное решение в некотором интервале времени $0 \leq t \leq t_1$. Очевидно, начальные функции $\rho^0(x, z)$ и $\mu^0(x, z)$ преобразуются в процессе решения задачи (1)–(5) в функции $\rho(x, z, t)$ и $\mu(x, z, t)$ при $0 \leq t \leq t_1$. В [14], по существу, доказано, что это преобразование взаимно-однозначно и взаимно-непрерывно. В соответствии с этим утверждением имеет смысл следующая задача. Пусть заданы функции $f_\rho(x, z)$, $f_\mu(x, z)$ и кривая \mathcal{F} . Требуется найти такие $\rho^0(x, z)$, $\mu^0(x, z)$ и кривую \mathcal{L}_0 , чтобы решение задачи (1)–(5) при некотором t_0 удовлетворяло условиям $\rho(x, z, t) = f_\rho(x, z)$, $\mu(x, z, t) = f_\mu(x, z)$ и $\mathcal{L}_0 = \mathcal{F}$. Иначе говоря, нужно найти начальные распределения вязкости и плотности, которые привели бы к заданным функциям.

Идея решения такой задачи проста: рассмотрим в качестве начальных условий функции $f_\rho(x, z)$, $f_\mu(x, z)$ и кривую \mathcal{F} и, решая задачу (1)–(5) в обратном направлении по времени, т.е. в сторону отрицательных t , найдем $\rho(x, z, t)$, $\mu(x, z, t)$ и \mathcal{L}_t , $t_0 \geq t \geq 0$.

Мы предлагаем способ решения задачи (1)–(5) в обратном направлении. Опущем этот способ, опуская доказательства и некоторые подробности. Разделим интервал $t_0 \geq t \geq 0$ на части точками деления t_j : $t_j \geq t \geq t_{j+1}$,

$\Delta_j = t_j - t_{j+1}$, $j = 0, 1, \dots, J$, $t_J = 0$. Согласно методу, изложенному в [10], представим искомые функции в виде разложений по базисным бикубическим сплайнам и применим к задаче (1)–(5) метод Галеркина. Тогда уравнение (1) перейдет в систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов разложения функции ψ , а уравнение (2) – в систему обыкновенных дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения функций ρ и μ . Кроме того, уравнения (3) нужно будет решать для набора начальных условий, каждое из которых задается координатами ломаной, аппроксимирующей кривую \mathcal{L} . Сделаем шаг Рунге-Кутты на интервале Δ_j , изменяя знак $\partial\rho/\partial x$ в правой части уравнения (1). Продолжая эту процедуру для всех j , получим искомое решение.

Выше приведена процедура численных расчетов движения среды в обратном направлении по времени. Наряду с этим при численном моделировании диапиризма мы учитывали процессы осадконакопления, эрозии, переотложения осадков, компакций нижележащей осадочной толщи при захоронении вышележащей, декомпакции при удалении осадков и изменения плотности осадков с глубиной. Процедура численных расчетов, связанная с этими процессами, будет приведена подробнее при описании моделей.

МОДЕЛЬНЫЕ ПРИМЕРЫ

Предложенный метод был применен к реконструкции двух типичных моделей галокинеза: активного и пассивного соляного диапиризма. Активный диапиризм характеризуется мобильностью и подъемом соли через надсолевой комплекс в результате гравитационной неустойчивости двухслойной системы "соль + надсолевые осадки". Пассивный диапиризм является ответной реакцией соли на процесс формирования мульд (осадочных мини-бассейнов) под действием неоднородной нагрузки осадков [17]. В этих моделях предполагалось, что соль является несжимаемой и имеет плотность $2.2 \times 10^3 \text{ кг м}^{-3}$. Плотность надсолевых осадков растет с глубиной согласно экспоненциальному закону [18]. В моделях принимались: вязкость надсолевого комплекса 10^{20} Па с ; вязкость соли 10^{18} Па с ; характерный размер модельной области $L = H = 5 \text{ км}$; характерное время $t^* = \mu^*/(\rho^* g H) = 266.7 \text{ лет}$, где $\mu^* = 10^{18} \text{ Па с}$ и $\rho^* = 2.5 \times 10^3 \text{ кг м}^{-3}$. Модельная область была разделена на 49×47 прямоугольных элемента в направлениях x и z . Кроме того, эта область подразделялась на слои с различными плотностью и вязкостью (слоем в моделях называлась область Ω_i , расположенная между двумя соседними кривыми \mathcal{L}_i и \mathcal{L}_{i+1}).

Модель активного диапиризма

Для проверки результатов численной реконструкции предварительно была построена модель активного диапиризма в прямом направлении по времени (увеличение зрелости соляного диапира). Эта модель включала слой соли толщиной 1 км, расположенный на дне области и перекрытый недеформированным надсолевым комплексом толщиной 4 км. Надсолевой комплекс состоял из 5 осадочных слоев, плотность и вязкость которых были различными. Поверхность между солью и надсолевыми осадками была синусоидально возмущена. Численные расчеты проводились по алгоритму, предложенному в работе [10]. В результате гравита-

ционной неустойчивости диапир поднимался сквозь надсолевой комплекс, приводя к его деформации. Окончательное положение слоистой системы в этой модели принималось за начальное положение в обратной модели (модели реконструкции).

На рис. 2 представлены численные результаты реконструкции активного диапира от начального положения при $t = 0$ до его положения в момент времени $t = 8.3$ млн. лет назад. Кривые, полученные в результате реконструкции, сравнивались с начальным положением кривых для прямой задачи. При сравнении были выявлены незначительные численные ошибки, обусловленные выбором расчетной модельной сетки. Они столь малы, что реконструированная картина неотличима на рисунке от начальной.

Модель пассивного диапиризма

Как и в предыдущем случае, для проверки результатов численной реконструкции сначала строилась модель роста пассивного соляного диапира; такой рост диапира обусловлен формированием мульды вокруг него. Основа диапира погружается вместе с окружающей средой по мере заполнения бассейна осадками. В то же время макушка диапира располагается достаточно близко к поверхности осадконакопления.

Мы рассмотрели трехслойную модель, которая состоит из соли (нижний плоский слой), перекрытой осадками (средний плоский слой), и слоя над уровнем осадконакопления (верхний слой). Плотность верхнего слоя равна нулю, его вязкость на несколько порядков ниже вязкости осадочного слоя. Очевидно, что такой слой приближенно представляет собой воздушный слой, однако, как показано в работе [10], это приближение дает удовлетворительные численные результаты. В модели предполагалась быстрая эрозия и переотложение осадков, и поэтому при численных расчетах поверхность осадконакопления поддерживалась плоской.

Остановимся подробнее на процедуре расчетов. На границе между солью и надсолевыми осадками было задано синусоидальное возмущение. Трехслойная структура приходила в движение, которое рассчитывалось по алгоритму, описанному в работе [10]. В некоторый момент времени мгновенно вводился плоский слой осадков над уровнем осадконакопления. Одновременно мы изменяли плотность каждого нижележащего осадочного слоя и его толщину [11,18]. Далее продолжался расчет движений теперь уже четырехслойной структуры. Такая процедура продолжалась до тех пор, пока количество слоев не достигло семи. Окончательное положение многослойной системы, полученное в результате прямого моделирования, было принято в качестве начальной конфигурации системы для модели реконструкции.

Таким образом, многослойная система, выбранная для реконструкции, состояла из слоя соли на дне модельной области и пяти слоев осадков с различными физическими параметрами. На рис. 3 представлены результаты реконструкции диапира и надсолевых осадков от современного их положения $t = 0$ к положению $t = 27.5$ млн. лет назад.

Опишем кратко схему реконструкции в данной модели. Расчеты начинаются с моделирования движений среды в обратном направлении по времени. Слоистая система приводится к положению, когда верхний слой осадков становится плоским, и затем этот верхний слой из модели убирается.

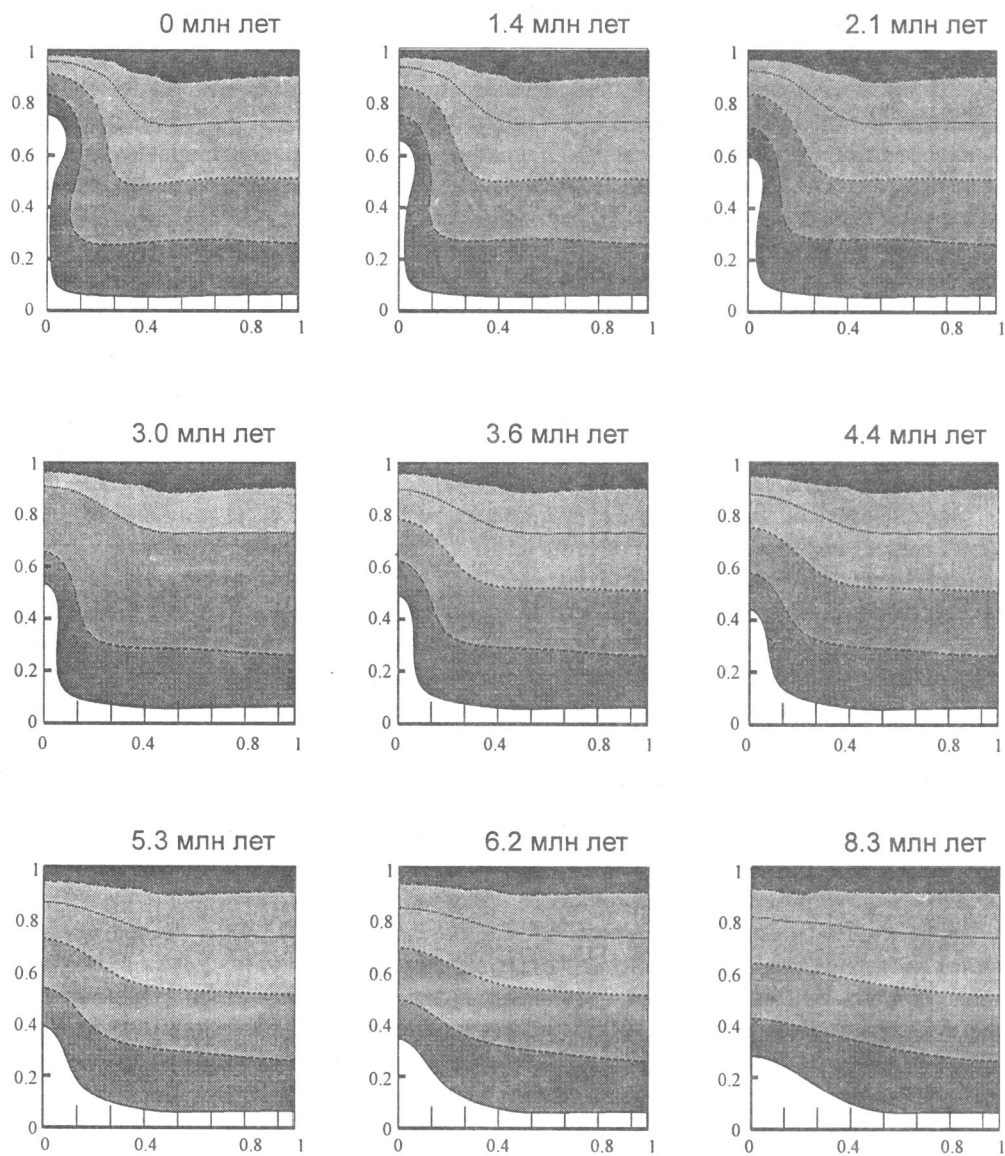


Рис. 2. Динамическая реконструкция активного диапира в последовательные моменты времени.

Слой соли изображен белым цветом, осадочные слои – разными тонами серого цвета. По вертикали и горизонтали отложены безразмерные величины

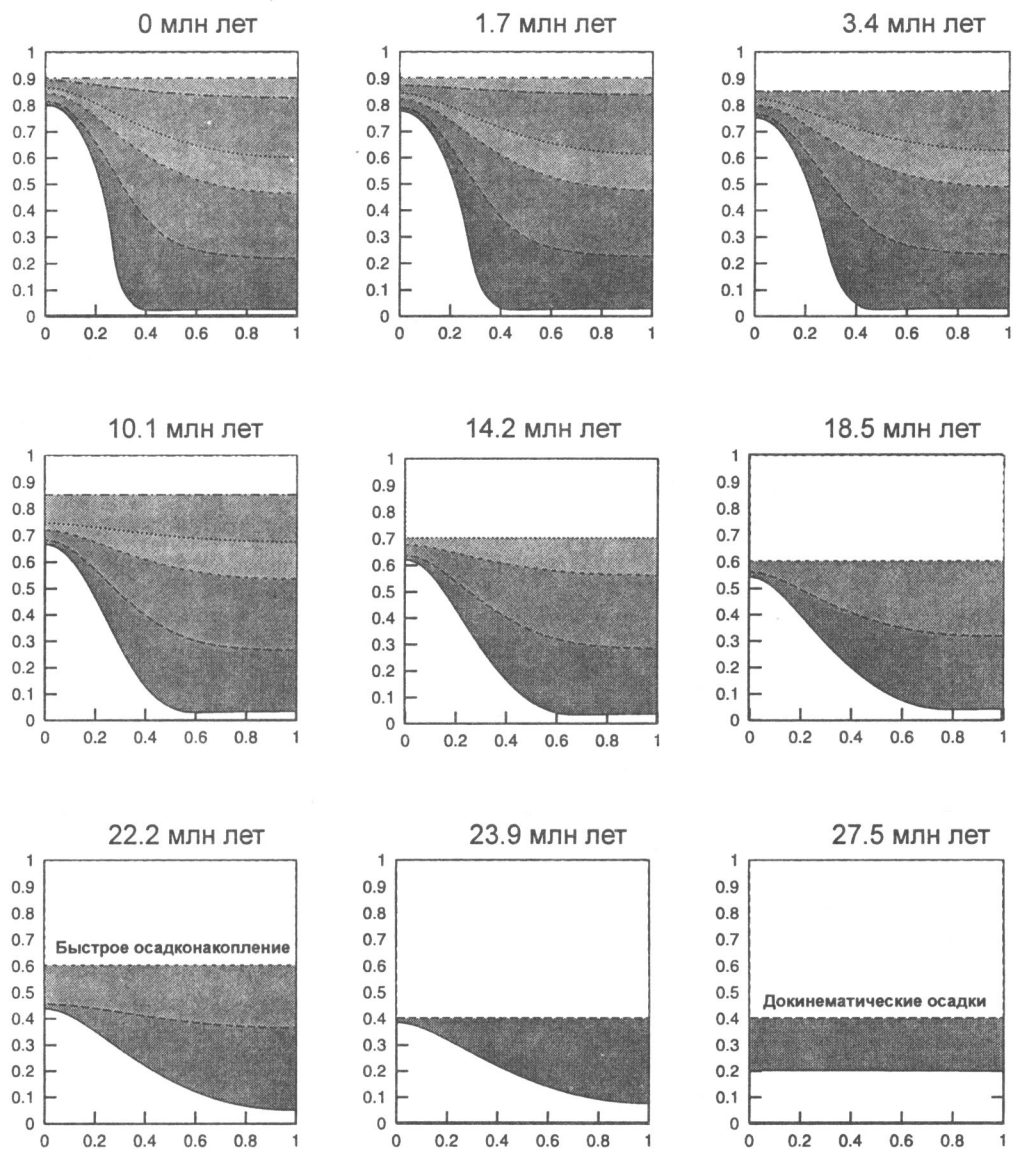


Рис. 3. Динамическая реконструкция пассивного диапира в последовательные моменты времени.

Обозначения, как на рис. 2

В момент времени, когда производится удаление верхнего слоя осадков, вычисляются "глубина" и "плотность" в каждой точке численной сетки, покрывающей оставшиеся слои. Плотность каждого слоя находится путем осреднения по точкам численной сетки. В то же время мы применяем процедуру декомпрессии к нижележащим осадочным слоям согласно стандартной процедуре, описанной в работе [11], и изменяем положение слоев. При дальнейших расчетах движения среды до момента удаления следующего слоя плотности слоев не меняются. Эта схема последовательно применяется к оставшимся слоям до тех пор, пока слоистая система не придет к первоначальному положению в модели роста пассивного диапира.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

В работе был предложен численный метод решения задачи гравитационной неустойчивости в обратном направлении по времени, в частности, для реконструкции деформированных солью осадочных пород. Он комбинирует метод Галеркина с процедурами слежения за кривыми раздела слоев [10] и палеорекострукции осадков [11]. Предложенный метод был применен для реконструкции развития активного и пассивного диапиров.

Описанный метод позволяет с большой точностью реконструировать эволюцию сильно деформированных геологических объектов, однако его нельзя переоценивать ввиду ряда ограничений и предположений. Например, он применим для реконструкции эволюции тех осадочных бассейнов, где надсолевой комплекс ведет себя достаточно пластично. Предложенная модель не может учитывать разломы в осадочном чехле. Кроме ограничений метода существует несколько источников ошибок, которые могут приводить к неверным результатам реконструкции геологических профилей, сильно зависящих от точности наблюдаемых данных: сейсмических скоростей, использованных для преобразования скоростных профилей в глубинные; литологии осадков; возраста интерпретированных геологических горизонтов; зависимости скорости и плотности осадков от глубины. Однако несмотря на эти замечания, данный метод впервые предлагает возможность количественного решения задач гравитационной неустойчивости в обратном направлении по времени и полезен для строгих заключений о взаимосвязи между деформациями осадочного чехла и мобильностью соли. Использование данного численного метода при реконструкции солеродных осадочных бассейнов может обеспечить информацией о формировании и эволюции структурных ловушек для углеводородов.

Данная работа была выполнена при поддержке гранта Президента РФ "Молодые доктора наук" (99-15-96085), Российского фонда фундаментальных исследований (грант 99-05-65050), Шведской Королевской Академии наук (грант 97-1325) и Национального Научного Фонда США (грант EAR-9804859).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Woidt W.-D.* Finite element calculations applied to salt dome analysis // *Tectonophysics*. 1978. Vol.50. P.369-386.
2. *Schmeling H.* On the relation between initial conditions and late stages of Rayleigh-Taylor instabilities // *Tectonophysics*. 1987. Vol.133. P.65-80.

3. Römer M.-M., Neugebauer H.J. The salt dome problem: A multilayered approach // J. Geophys. Res. 1991. Vol.96. P.2389-2396.
4. Zaleski S., Julien P. Numerical simulation of Rayleigh-Taylor instability for single and multiple salt diapirs // Tectonophysics. 1992. Vol.206. P.55-69.
5. Poliakov A.N.B., van Balen R., Podladchikov Yu., Daudre B., Cloetingh S., Talbot C. Numerical analysis of how sedimentation and redistribution of surficial sediments affects salt diapirism // Tectonophysics. 1993. Vol.226. P.199-216.
6. Podladchikov Yu., Talbot C., Poliakov A.N.B. Numerical models of complex diapirs // Tectonophysics. 1993. Vol.228. P.189-198.
7. van Keken P.E., Spiers C.J., van den Berg A.P., Muzyert, E.J. The effective viscosity of rock salt: implementation of steady-state creep laws in numerical models of salt diapirism // Tectonophysics. 1993. Vol.225. P.457-476.
8. Daudré B., Cloetingh S. Numerical modelling of salt diapirism: influence of the tectonic regime // Tectonophysics. 1994. Vol.240. P.59-79.
9. Mello U.T., Henderson M.E. Techniques for including large deformations associated with salt and fault motion in basin modeling // Mar. Petrol. Geol. 1997. Vol.14. P.551-564.
10. Naimark B.M., Ismail-Zadeh A.T., Jacoby W.R. Numerical approach to problems of gravitational instability of geostructures with advected material boundaries // Geophys. J. Int. 1998. Vol.134. P.473-483.
11. Steckler M.S., Watts A.B. Subsidence of the Atlantic type continental margin off New York // Earth Planet. Sci. Lett. 1978. Vol.42. P.1-13.
12. Schultz-Ela D. Restoration of cross-sections to constrain deformation processes of extensional terranes // Mar. Petrol. Geol. 1992. Vol.9. P.372-388.
13. Наймарк Б.М. Обратная задача гравитационной неустойчивости // Докл. РАН. 1999. Т.364, N 4. С.1-3.
14. Наймарк Б.М. Существование и единственность решения задачи Рэлея-Тейлора // Теория и анализ сейсмологической информации. М.: Наука, 1986. С.35-45. (Вычисл. сейсмология. Вып.18)
15. Davison I., Alsop I., Blundell D. Salt tectonics: some aspects of deformation mechanics // Salt Tectonics. Geol. Soc. Spec. Publ. 1996. N 100. P.1-10.
16. Talbot C.J. Halokinesis and thermal convection // Nature. 1978. Vol.273. P.739-741.
17. Jackson M.P.A., Talbot C.J. Advances in salt tectonics // Continental Deformations. Oxford: Pergamon Press. 1994. P.159-179.
18. Biot M.A., Ode H. Theory of gravity instability with variable overburden and compaction // Geophysics. 1965. Vol.30. P.213-227.