

# III. СЕЙСМИЧНОСТЬ И СЕЙСМИЧЕСКИЙ РИСК

УДК 550.341

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИСТЕМЫ ТЕКТОНИЧЕСКИХ ПЛИТ: СФЕРИЧЕСКАЯ МОДИФИКАЦИЯ БЛОКОВОЙ МОДЕЛИ

Л.А. Мельникова, В.Л. Розенберг

*Институт математики и механики  
Уральского отделения Российской академии наук, Екатеринбург*

П.О. Соболев, А.А. Соловьев

*Международный институт теории прогноза землетрясений  
и математической геофизики Российской академии наук, Москва*

Обсуждается задача численного моделирования динамики системы глобальных тектонических плит, рассматриваемых на сфере. Кратко описывается основанный на использовании блоковых моделей подход, согласно которому блоковая структура является частью шарового слоя, заключенного между двумя концентрическими сферами, одна из которых (внешняя) представляет собой поверхность Земли. Движение системы абсолютно жестких блоков есть следствие заданных движений граничных элементов и подстилающей среды. Смещения блоков определяются из условия нахождения системы в каждый момент времени в состоянии квазистатического равновесия. Взаимодействие блоков друг с другом и с подстилающей средой является вязко-упругим. Землетрясения возникают на разломах, разделяющих блоки, когда для какой-либо их части отношение упругого напряжения к давлению превосходит некоторый заданный порог. В статье приводятся предварительные результаты расчетов движения достаточно простой подсистемы тектонических плит, в частности, указываются направления движения блоков и исследуется характер взаимодействия между ними. Отмечаются некоторые черты полученного синтетического каталога землетрясений, присущие реальным каталогам.

## NUMERICAL SIMULATION OF TECTONIC PLATE DYNAMICS: A SPHERICAL BLOCK MODEL

L.A. Melnikova and V.L. Rozenberg

*Institute of Mathematics and Mechanics,  
Ural Division, Russian Academy of Sciences, Ekaterinburg*

P.O. Sobolev and A.A. Soloviev

*International Institute of Earthquake Prediction Theory  
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow*

The paper is devoted to the problem of numerical simulation of dynamics of a system of global tectonic plates on a sphere. The approach exploits block models and assumes that the block structure is a part of spherical layer between two con-centric spheres, one of them (outer sphere) representing the Earth's surface. The system of absolutely rigid blocks moves as a consequence of prescribed motions of the boundaries and the underlying medium. Displacements of the blocks are determined so that the system is in quasistatic equilibrium state. Block interaction along the faults is viscous-elastic while the ratio of the stress to the pressure is below a certain strength level. When the level is exceeded for a part of some fault, a stress-drop (failure) occurs in accordance with the dry friction model. The failures represent earthquakes. As a result of numerical simulation a synthetic earthquake catalog is produced. Some preliminary results of simulation of a simple system of tectonic plates are presented. In particular, the directions of block movements are indicated and the character of block interaction is studied. Some features of the resulting synthetic catalog inherent in real ones are noted.

### ВВЕДЕНИЕ

Моделирование сейсмичности, т.е. серий землетрясений, в отличие от моделирования отдельных событий, играет большую роль в изучении возможностей прогноза землетрясений и в исследовании характера сейсмического потока. Адекватная модель должна воспроизводить обнаруженные эмпирическим путем закономерности, предшествующие сильным толчкам, и может использоваться для выявления новых. Следует учитывать и тот факт, что изучение сейсмичности посредством статистического анализа реальных каталогов землетрясений весьма затруднено, так как доступные для исследования данные покрывают относительно небольшой интервал времени. В то же время искусственный каталог, являющийся результатом численного моделирования, может содержать информацию о сейсмическом потоке на сколь угодно большом временном интервале, что позволяет надеяться на получение более точных оценок характеристик потока.

В данной работе речь пойдет о моделировании динамики литосферы посредством блоковых моделей, основные принципы которых были сформулированы в [1, 2], а подробное описание приведено, например, в [3]. Исходя из качественной однородности литосферы в различных сейсмоактивных регионах предполагается, что литосфера может быть рассмотрена как диссипативная система, поведение которой слабо зависит от детализации геоструктур и геопроцессов. В существующих блоковых моделях сейсмоактивный регион представляется в виде системы абсолютно жестких блоков, образующих слой фиксированной глубины между двумя горизонтальными плоскостями. Границы блоков состоят из сегментов тектонических разломов, каждый из которых представляет собой сечение этого слоя плоскостью, имеющей произвольный наклон к горизонтальной плоскости. Система блоков движется под действием внешних сил. Движение может описываться как тремя параметрами (так называемая двумерная модель), так и шестью (трехмерная). Предполагается, что в каждый момент времени система находится в состоянии квазистатического равновесия. Поскольку блоки являются абсолютно жесткими, все деформации имеют место в плоскостях ограничивающих их разломов и на подошвах блоков. Взаимодействие между блоками полагается вязко-упругим (нормальное состояние) до тех пор, пока отношение напряжения к давлению не превышает значение заданного порога. Если в какой-то момент времени на части разлома достигается критическое значение, то, в соответствии с законом сухого трения, происходит сброс напряжения, и эта ситуация интерпретируется как землетрясение. При этом считается, что те части разлома, в которых произошли землетрясения, находятся в состоянии крипа. Такое состояние отличается от нормального более быстрым ростом неупругих смещений и продолжается, пока напряжение не уменьшится до определенного уровня. Результатом процесса моделирования является синтетический каталог землетрясений.

Отметим, что двумерная блоковая модель детально разработана. На ее основе были построены модели, аппроксимирующие динамику литосферных блоков реальных сейсмоактивных регионов [3, 4]. Она применялась для исследования зависимости свойств сейсмического потока от геометрии разломов и задаваемых движений [5, 6]. Трехмерная модель [7–9], являющаяся обобщением двумерной, которая допускает только смещения блоков в плоскости разделяющего их разлома, призвана учесть вертикальную компоненту смещений, для чего вводятся три дополнительные степени свободы. Вместе с тем трехмерная модель, находящаяся в данный момент в стадии разработки, сохраняет значительное число ограничений, присущих двумерной, в частности блоковая структура в обеих моделях заключена между горизонтальными плоскостями. В то же время, при попытке моделирования движения системы глобальных тектонических плит посредством плоских блоковых моделей выяснилось, что имеют место существенные искажения, говорящие о целесообразности рассмотрения блоковой структуры на сфере. Очевидно, сферическую геометрию имеет смысл вводить для моделирования движения системы именно глобальных тектонических плит, поскольку в случае отдельно взятого сейсмоактивного региона из-за относительной малости его размеров влияние сферичности поверхности незначительно.

В настоящей статье представлены первые результаты моделирования динамики небольшой подсистемы тектонических плит.

## ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Опишем основные конструкции и идеи подхода, используемого для построения сферической модификации блоковой модели.

### Геометрия блоковой структуры, движение блоков

Блоковая структура является ограниченной и односвязной частью шарового слоя глубиной  $H$ , заключенного между двумя концентрическими сферами, одна из которых (внешняя) интерпретируется как поверхность Земли. Разделение структуры на блоки определяется пересекающими этот слой разломами, каждый из которых представляет собой коническую поверхность, характеризующуюся тем, что, во-первых, пересечением разлома с поверхностью Земли является направленная дуга большого круга и, во-вторых, плоскость, касательная к поверхности разлома в точке упомянутой линии, наклонена к поверхности Земли под углом  $\alpha$ . В случае такого определения разлома значение угла  $\alpha$  (будем называть его углом наклона разлома и измерять слева от линии разлома) одно и то же для всех точек линии разлома на поверхности Земли. Тогда геометрия блоковой структуры описывается с помощью системы линий пересечения разломов с внешней сферой, ограничивающей слой, и указанием углов наклона разломов к этой плоскости. Общие точки двух разломов на внешней и внутренней сферах называются вершинами. Участки разломов, ограниченные соответствующими парами соседних вершин, называются сегментами. Пересечения блока с ограничивающими сферами представляют собой сферические многоугольники, при этом пересечение с внутренней сферой называется подошвой. Предполагается, что вне блоковой структуры находятся граничные блоки, примыкающие к внешним сегментам.

Блоки считаются абсолютно жесткими, все их смещения – бесконечно малыми по сравнению с линейными размерами. Поэтому геометрия блоковой структуры не меняется в процессе моделирования и структура не движется как единое целое. Гравитационными силами можно пренебречь, так как они слабо зависят от смещений блоков, а блоковая структура в начальный момент времени находится в состоянии квазистатического равновесия.

Все вершины на внешней сфере задаются географическими координатами (широтой  $\varphi$  и долготой  $\psi$ ) в сферической системе координат, связанной с центром Земли (такую систему будем называть "система-О"). В сферической модификации, опирающейся на трехмерную модель, блоки (в том числе и граничные) имеют шесть степеней свободы. Смещение каждого блока состоит из поступательной и вращательной компонент. Поступательная компонента описывается вектором сдвига  $(x, y, z)$ . Вращательная компонента определяется тремя специальными углами поворота  $\gamma, \beta, \lambda$  относительно неподвижной прямоугольной системы координат  $(X, Y, Z)$  с началом в центре масс блока, точке  $C$  с координатами  $(\varphi_C, \psi_C, R_C)$ , с осью  $X$ , направленной по параллели, с осью  $Y$ , направленной по меридиану, и с осью  $Z$ , направленной вдоль радиуса Земли от центра (такую систему будем называть "система-С"). Предположим, что прямоугольная система координат  $(X_1, Y_1, Z_1)$  жестко связана с центром масс блока, т.е. при отсутствии смещений блока она совпадает с неподвижной системой  $(X, Y, Z)$ , в которой рассматриваются все движения блока. Схема вращения блока и соответствующей системы



$(X_1, Y_1, Z_1)$  относительно  $(X, Y, Z)$  представлена на рис. 1. Угол  $\gamma$  определяется как угол поворота осей  $Y$  и  $Z$  вокруг оси  $X$ , в результате которого выполняется следующее условие: если  $Z_2$  есть линия пересечения плоскостей  $XOZ_1$  и  $YOZ$ , то ось  $Z$  отображается на  $Z_2$ , при этом  $Y \rightarrow Y_2$ . Угол  $\beta$  – это угол поворота осей  $X$  и  $Z_2$  вокруг оси  $Y_2$ , при котором ось  $Z_2$  переходит в  $Z_1$  (что возможно, так как  $Z_1$  принадлежит плоскости  $XOZ_2$ ), при этом  $X \rightarrow X_2$ . Угол  $\lambda$  определяется как такой угол поворота осей  $X_2$  и  $Y_2$  вокруг оси  $Z_1$ , при котором  $X_2 \rightarrow X_1, Y_2 \rightarrow Y_1$ .

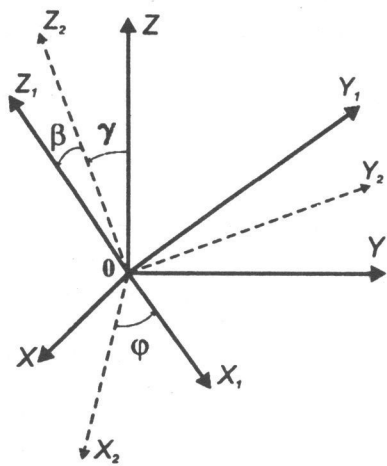


Рис. 1. Определение углов поворота  $\gamma, \beta, \lambda$

Согласно такому определению углов поворота, формулы для смещения  $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$  в некоторой точке сферы с географическими координатами  $(\varphi, \psi)$ , принадлежащей блоку, имеют следующий вид в системе-С:

$$\Delta_x = x - \hat{Y}\lambda + \hat{Z}\beta, \quad \Delta_y = y + \hat{X}\lambda - \hat{Z}\gamma, \quad \Delta_z = z - \hat{X}\beta + \hat{Y}\gamma, \quad (1)$$

где  $(x, y, z)$  – сдвиг блока,  $(\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z})$  – координаты вектора, идущего из центра масс блока в точку  $(\varphi, \psi)$  в системе-С, углы поворота  $(\gamma, \beta, \lambda)$  считаются малыми.

Отметим, что в данной модификации блоки могут покидать сферическую оболочку (они имеют шесть степеней свободы). В модели используется безразмерное время, единице которого при интерпретации результатов присваивается выбранное реальное значение (например, 1 год).

### Вязко-упругое взаимодействие между блоками, уравнения квазистатического равновесия

В каждый момент времени компоненты вектора сдвига и углы поворота блока находятся из условия равенства нулю суммы всех сил, действующих на блок, и суммарного момента этих сил. Силы возникают на внутренней сфере из-за смещения блоков относительно подстилающей среды и на поверхностях ограничивающих их разломов из-за смещений соседних блоков. Предполагается, что законы движения граничных блоков и подстилающей среды известны. Движение описывается как вращение на сфере, т.е. задаются положение оси вращения и угловая скорость.

Поскольку глубина сферического слоя значительно меньше размеров блоковой структуры, будем считать, что при вычислении числовых характеристик взаимодействия блоков по разломам возможно ограничиться точками, принадлежащими

линии разлома на поверхности Земли (т.е. предполагается, что все характеристики определяются только координатами  $(\varphi, \psi)$  и не зависят от  $R$ ).

Рассмотрим точку с координатами  $(\varphi, \psi)$ , принадлежащую участку некоторого разлома, который разделяет блоки с номерами  $i$  и  $j$  (блок  $i$  слева, блок  $j$  справа от разлома). Обозначим через  $\vec{e}_t$  единичный вектор, касательный к линии разлома в этой точке и направленный по направлению разлома. Пусть он имеет координаты  $\vec{e}_t = (e_1, e_2, 0)$  в прямоугольной системе координат с центром в точке  $(\varphi, \psi)$  и осями, введенными по аналогии с осями системы-С (такую систему будем называть "система-Р"). Определим вектор  $\vec{e}_l = (-e_2 \cos \alpha, e_1 \cos \alpha, -\sin \alpha)$ , который лежит в плоскости, касательной к поверхности разлома в данной точке, и перпендикулярен вектору  $\vec{e}_t$  (здесь  $\alpha$  – угол наклона разлома к поверхности Земли). Введем также вектор  $\vec{e}_n = (-e_2 \sin \alpha, e_1 \sin \alpha, -\cos \alpha)$ , который перпендикулярен упомянутой плоскости. Правая тройка  $(\vec{e}_t, \vec{e}_l, \vec{e}_n)$  образует прямоугольную систему координат с центром в точке  $(\varphi, \psi)$  – "систему-Т". Пусть  $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z)$  – вектор относительного смещения блоков в точке  $(\varphi, \psi)$  в системе-Р. Компоненты смещения в плоскости, касательной к поверхности разлома в данной точке, и в направлении, перпендикулярном к ней (т.е. в системе-Т), связаны с  $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$  следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \Delta_t &= \Delta_x e_1 + \Delta_y e_2, & \Delta_l &= -\Delta_x e_2 \cos \alpha + \Delta_y e_1 \cos \alpha - \Delta_z \sin \alpha, \\ \Delta_n &= -\Delta_x e_2 \sin \alpha + \Delta_y e_1 \sin \alpha + \Delta_z \cos \alpha. \end{aligned}$$

Упругая сила  $(f_t, f_l, f_n)$ , действующая на единицу длины разлома, определяется из формул

$$f_t = K_t(\Delta_t - \delta_t), \quad f_l = K_l(\Delta_l - \delta_l), \quad f_n = K_n(\Delta_n - \delta_n), \quad (2)$$

здесь  $\delta_t, \delta_l, \delta_n$  – соответствующие неупругие смещения, зависимость от времени которых описывается уравнениями

$$\frac{d\delta_t}{dt} = W_t f_t, \quad \frac{d\delta_l}{dt} = W_l f_l, \quad \frac{d\delta_n}{dt} = W_n f_n. \quad (3)$$

Коэффициенты  $K_t, K_l, K_n, W_t, W_l$  и  $W_n$  в (2) и (3) могут быть различными для разных разломов. Теперь необходимо вычислить компоненты относительного смещения  $\Delta_x, \Delta_y$  и  $\Delta_z$ , используя формулы (1). Имеем

$$\Delta_x = \Delta_x^i - \Delta_x^j, \quad \Delta_y = \Delta_y^i - \Delta_y^j, \quad \Delta_z = \Delta_z^i - \Delta_z^j, \quad (4)$$

где  $(\Delta_x^i, \Delta_y^i, \Delta_z^i)$  и  $(\Delta_x^j, \Delta_y^j, \Delta_z^j)$  – вектора смещения в системе-Р точки  $(\varphi, \psi)$  как точки блоков  $i$  и  $j$ , соответственно. Чтобы получить компоненты этих векторов, следует найденные, согласно (4), смещения в системе-С умножить на матрицу перехода от системы-С, соответствующей блоку, к системе-Р. Ввиду громоздкости выкладок эти вычисления в настоящей статье опущены. Отметим лишь, что таким способом могут быть найдены смещения как для точек на любом разломе, так и на подошве блока.

В системе координат, связанной с точкой подошвы  $(\varphi, \psi)$ , т.е. в системе-Р, упругая сила  $(f_x^u, f_y^u, f_z^u)$ , действующая на единицу площади, имеет вид

$$f_x^u = K_u(\Delta_x^u - \delta_x^u), \quad f_y^u = K_u(\Delta_y^u - \delta_y^u), \quad f_z^u = K_u^n \Delta_z^u, \quad (5)$$

где  $\delta_x^u, \delta_y^u$  – соответствующие неупругие смещения, зависимость от времени которых описывается уравнениями

$$\frac{d\delta_x^u}{dt} = W_u f_x^u, \quad \frac{d\delta_y^u}{dt} = W_u f_y^u, \quad (6)$$

причем предполагается, что неупругое смещение в вертикальном направлении (в направлении оси  $Z$  системы-Р) отсутствует. Коэффициенты  $K_u, K_u^n$  и  $W_u$  в (5) и (6) могут быть разными для разных блоков. Вектор  $(\Delta_x^u, \Delta_y^u, \Delta_z^u)$  относительного смещения блока и подстилающей среды в точке  $(\varphi, \psi)$ , взятый в системе-Р, находится, согласно (1) и (4), по аналогии со случаем нахождения смещения точки разлома.

Как сказано выше, смещения блоков и углы их поворотов находятся из условия равенства нулю суммы действующих на блок сил и суммарного их момента, которые выписываются в соответствующей блоку системе-С. Это условие обеспечивает состояние квазистатического равновесия системы и одновременно является условием минимума энергии.

Зависимость сил и моментов от смещений и поворотов блоков является линейной, поэтому система уравнений для определения этих величин также линейна. Она может быть получена в соответствии с формулами для определения сил

$$\mathbf{A}\mathbf{w} = \mathbf{b}. \quad (7)$$

Здесь компонентами неизвестного вектора  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_{6n})$  являются смещения и углы поворота внутренних блоков ( $n$  – число таких блоков), т.е.

$$w_{6m-5} = x_m, \quad w_{6m-4} = y_m, \quad w_{6m-3} = z_m, \quad w_{6m-2} = \gamma_m, \quad w_{6m-1} = \beta_m, \quad w_{6m} = \lambda_m$$

( $m = 1, 2, \dots, n$ ). Элементы матрицы  $\mathbf{A}$  ( $6n \times 6n$ ) и вектора  $\mathbf{b}$  ( $6n$ ) определяются из формул, которые выводятся из (1)–(6) с пересчетом в систему-С сил и моментов. В настоящей статье эти формулы опущены для краткости изложения.

### Дискретизация

В вычислительных целях осуществляется дискретизация по времени путем введения шага  $\Delta t$  и дискретных моментов времени  $t_i = t_0 + i\Delta t$  ( $i = 1, 2, \dots$ ), в которые рассматривается состояние блоковой структуры. Переход структуры от состояния в момент времени  $t_i$  к состоянию в момент  $t_{i+1}$  происходит по следующей схеме:

- а) находятся новые значения неупругих смещений из уравнений (3), (6);
- б) вычисляются векторы сдвига и углы поворота для граничных блоков и подстилающей среды в момент  $t_{i+1}$ ;
- в) определяются компоненты вектора  $\mathbf{b}$  в системе (7), после чего она используется для расчета смещений и углов поворота внутренних блоков.

Отметим, что поскольку элементы матрицы  $\mathbf{A}$  в (7) не зависят от времени, она может быть вычислена один раз в начале процесса. Для вычисления различных криволинейных интегралов выполняется дискретизация (разбиение на ячейки) сферической поверхности подошв блоков, а также дуг сегментов разломов. При этом предполагается, что значения сил и неупругих смещений совпадают для всех точек ячейки. Напомним, что (по допущению) дискретизация сегментов по глубине не делается – мы полагаем, что при вычислениях на разломе можно использовать характеристики ячейки, принадлежащей линии разлома на поверхности Земли.

## Землетрясение и крип

При вычислении компонент силы, действующей на разломе, определяется также отношение

$$\kappa = \frac{\sqrt{f_t^2 + f_l^2}}{P - f_n}, \quad (8)$$

где  $P$  – параметр, который может интерпретироваться как разность между литостатическим и гидростатическим давлением. Для каждого разлома задаются значения трех порогов  $B > H_f \geq H_s$ . Предполагается, что начальные условия таковы, что неравенство  $\kappa < B$  выполняется во всех ячейках структуры. Если в момент времени  $t_i$  в какой-либо ячейке значение отношения  $\kappa$  достигает или превосходит значение порога  $B$  для соответствующего разлома, то это интерпретируется как землетрясение. В такой ситуации во всех ячейках, в которых  $\kappa \geq B$  (таких ячеек может быть несколько), происходит сброс напряжения посредством изменения значений неупругих смещений  $\delta_t, \delta_l, \delta_n$  по формулам

$$\delta_t^e = \delta_t + \gamma^e \xi_t f_t, \quad \delta_l^e = \delta_l + \gamma^e f_l, \quad \delta_n^e = \delta_n + \gamma^e \xi_n f_n, \quad (9)$$

где  $\delta_t, \delta_l, \delta_n, f_t, f_l, f_n$  – старые значения неупругих смещений и компонент вектора силы, действующей на единицу площади. Коэффициенты  $\xi_t = K_l/K_t$  ( $\xi_t = 0$  при  $K_t = 0$ ) и  $\xi_n = K_l/K_n$  ( $\xi_n = 0$  при  $K_n = 0$ ) отражают предположение, что одно и то же значение упругой силы приводит к различным скоростям изменения различных неупругих смещений. Коэффициент  $\gamma^e$  задается формулой

$$\gamma^e = \frac{\sqrt{f_t^2 + f_l^2} - H_f(P - f_n)}{K_l \sqrt{f_t^2 + f_l^2} + K_n H_f \xi_n f_n}, \quad (10)$$

при этом для новой величины  $\kappa$  справедливо равенство  $\kappa = H_f$ , что следует из (2), (8)–(10). Необходимо отметить, что новые значения упругих сил, вычисленные по формулам (2) и (9), должны иметь те же знаки, что и значения в момент перед землетрясением. Поэтому случаи, когда

- а)  $(1 - K_n \xi_n \gamma_e) < 0$  (и  $f_n$  меняет знак) и
- б)  $(1 - K_l \gamma_e) < 0$  (и  $f_l, f_t$  меняют знаки, доказывається, что это возможно только при  $f_n < 0$ )

следует рассматривать отдельно. В обоих случаях полагаем

$$\delta_n^e = \Delta_n, \quad \gamma^e = \frac{\sqrt{f_t^2 + f_l^2} - H_f P}{K_l \sqrt{f_t^2 + f_l^2}}.$$

После описанных выше пересчетов находится правая часть системы уравнений (7) вектор  $\mathbf{b}$ , затем определяются вектора сдвига и углы поворота блоков. Если вновь в какой-либо ячейке  $\kappa \geq B$ , вся процедура повторяется. Когда во всех ячейках на разломах  $\kappa < B$ , вычисления продолжаются по обычной схеме. При этом считается, что ячейки, в которых произошли землетрясения, находятся в состоянии крипа. Это означает, что для них в уравнениях (3) для вычисления значений неупругих смещений используются параметры  $W_t^s$  ( $W_t^s > W_t$ ),  $W_l^s$  ( $W_l^s > W_l$ ), и  $W_n^s$  ( $W_n^s > W_n$ ) до тех пор, пока  $\kappa > H_s$ , после чего ячейка возвращается в нормальное состояние с использованием  $W_t, W_l, W_n$ .

Принадлежащие одному разлому ячейки, в которых произошло землетрясение в момент времени  $t_i$ , объединяются в одно событие, параметры которого: а) время  $t_i$ ; б) географические координаты эпицентра – взвешенная сумма координат ячеек, в которых произошло землетрясение, с использованием в качестве весов площадей ячеек, деленных на их сумму (здесь принимается во внимание глубина шарового слоя); в) магнитуда, которая вычисляется по формуле [10]

$$M = 0.98 \log_{10} S + 3.93 \quad (11)$$

( $S$  – сумма площадей ячеек, вовлеченных в землетрясение). Глубина землетрясения в рассматриваемой модификации сферической модели не определяется.

### НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Остановимся подробнее на программной реализации сферической модификации трехмерной модели динамики литосферы. Учитывая, что сферическую геометрию имеет смысл вводить для изучения движения системы глобальных тектонических плит, в качестве конечных целей моделирования можно определить следующие:

- построение глобальной картины мгновенной кинематики крупнейших тектонических плит в известной системе "горячих точек" [11];
- моделирование поясов сжатия и растяжения, изучение характера взаимодействия плит на их границах;
- анализ вертикальной составляющей движения плит;
- оценка пространственного распределения эпицентров сильных землетрясений в мировом масштабе;
- моделирование миграции землетрясений в пространстве и времени;
- выяснение механизмов движения плит (например, способности плиты передавать напряжения на большие расстояния или необходимости введения дополнительных источников напряжений). Подчеркнем, что перечисленные задачи сформулированы "на перспективу".

Блочные модели динамики литосферы (особенно трехмерные модификации) при расчетах на последовательных ЭВМ требуют существенных затрат памяти и времени работы процессора, что не позволяет моделировать динамику сложных структур с большим количеством блоков и достаточно малым шагом пространственной дискретизации. Рассмотрение структуры на сфере существенно усложняет все выкладки и расчеты. Однако описанный выше подход к моделированию допускает достаточно эффективное распараллеливание вычислений на многопроцессорной системе. Поскольку на каждом шаге временной дискретизации наиболее трудоемкой процедурой является вычисление значений сил и неупругих смещений во всех ячейках пространственной дискретизации подошв блоков и сегментов разломов (и эти вычисления могут быть проведены независимо друг от друга), их можно разделить между процессорами, каждый из которых будет обрабатывать свою порцию ячеек. Необходимо позаботиться лишь об обмене информацией между процессорами на каждом временном шаге.

Для облегчения этой операции целесообразно выделить один процессор (мастер), который будет опрашивать все остальные (рабочие) и передавать им информацию

по следующей схеме. На каждом шаге мастер вычисляет новые значения смещений блоков, граничных блоков и подстилающей среды (что требует незначительного времени из-за малости размерности системы (7)), после чего необходимые для счета параметры рассылаются на рабочие процессоры. Пересчитанные значения сил и неупругих смещений возвращаются мастеру, происходит переход к следующему шагу. При обработке ситуации, трактуемой как землетрясение, схема несколько усложняется, поскольку в этом случае мастер должен опрашивать все рабочие процессоры до тех пор, пока существуют ячейки сегментов, находящиеся в критическом состоянии (для которых  $\kappa \geq B$ ). При такой организации время вычислительной работы на каждом рабочем процессоре оказывается значительно больше времени обмена данными с мастером, и за счет этого достигается довольно высокая полезная загрузка отдельного процессора.

Итак, вычислительная часть программы распараллелена по схеме "мастер – рабочий" и реализована на многопроцессорной машине МВС-100, находящейся в Институте математики и механики УрО РАН (г.Екатеринбург), что дало возможность увеличить точность вычислений. Стало реальным и качественное усложнение рассматриваемых структур, а именно – переход к системе тектонических плит в глобальном масштабе (с использованием реальных геофизических и сейсмических данных) и к сферической геометрии. Сервисные процедуры (см.[12]) предоставляют пользователю возможности графического и числового ввода блоковой структуры, визуализации полученной последовательности землетрясений, создания и обработки синтетического каталога землетрясений в стандартном 20-байтном формате и др.

На первом этапе начато моделирование небольшой подсистемы плит, в которую входят Южноамериканская, Карибская, Кокос и Наска (рис. 2).

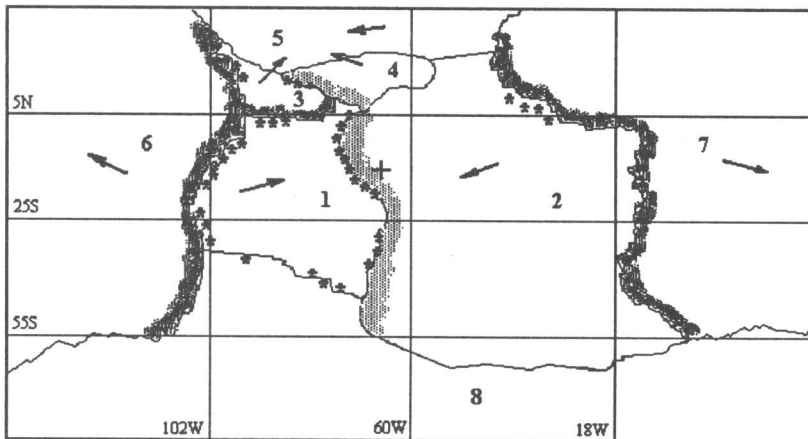


Рис. 2. Результаты моделирования движения плит и распределения сильных землетрясений.

Светлая штриховка – зоны сжатия, темная – зоны растяжения, звездочки – эпицентры модельных землетрясений, стрелки – направления модельного движения плит, значком " + " отмечен сегмент с четко проявляющейся кластеризацией модельных событий. Цифрами обозначены плиты: 1 – Наска, 2 – Южноамериканская, 3 – Кокос, 4 – Карибская, 5 – Североамериканская, 6 – Тихоокеанская, 7 – Африканская, 8 – Антарктическая

Другие плиты, находящиеся рядом (Североамериканская, Африканская, Антарктическая и Тихоокеанская), представляют собой граничные блоки, законы движения которых известны [11]. Выбор данного региона объясняется тем, что он включает в себя различные типы границ плит с достаточно контрастными движениями и высокой сейсмической активностью. В рассмотренной структуре 4 внутренних блока, 33 вершины, 36 разломов (как и сегментов) и 4 граничных блока. Для разломов на границе плит Наска/Южноамериканская углы наклона равны  $50^\circ$  (что подчеркивает тип взаимодействия на данной границе), для остальных разломов –  $90^\circ$ .

Дискретизация определялась следующими значениями шагов: по времени – 0.01; по пространству: для сегментов – 3 км, для подошв блоков –  $1/3^\circ$  (при этом количество ячеек на подошве самого крупного блока равно 40000). Использовались следующие модельные значения коэффициентов в формулах (2)–(6): для всех разломов  $K_t = K_l = K_n = 0.01$ ,  $W_t = W_l = W_n = 0.01$ ; для всех блоков  $K_u = 10$ ,  $K_u^n = 20$ ,  $W_u = 0.1$ . (Параметры движения подстилающей среды и граничных блоков взяты из [11].) Оказалось, что при таком подборе параметров первые модельные землетрясения имеют место на 215-м шаге безразмерного времени ( $t = 2.15$ ).

Для тестирования зависимости времени решения задачи от числа процессоров и сравнения с последовательным алгоритмом был выбран временной шаг, на котором довольно большое число ячеек структуры находилось в критическом состоянии (такая ситуация требует значительных вычислительных затрат). Пример был просчитан на МВС-100 с использованием различного числа процессоров, анализировались следующие величины: коэффициент ускорения  $S_r = T_0/T_r$  и коэффициент эффективности  $E_r = S_r/r$ , где  $T_r$  – время выполнения упомянутого временного шага на МВС-100 с числом рабочих процессоров  $r$  типа i860 ( $r > 0$ ),  $T_0$  – соответствующее время для последовательного алгоритма.  $T_r$  представляет собой совокупность чистого времени счета и затрат на необходимые обмены. Результаты тестирования представлены в табл. 1 ( $T_0 = 250$ с):

ТАБЛИЦА 1. Время счета, коэффициенты ускорения и эффективности для разного числа процессоров

$r$	$T_r$ , с	$S_r$	$E_r$
2	126.4	1.98	0.99
4	63.5	3.94	0.98
8	32.3	7.74	0.97
10	26.1	9.58	0.96
16	17.3	14.45	0.90
20	14.4	17.36	0.87
24	12.2	20.49	0.85
28	11.1	22.52	0.80
32	11.3	22.12	0.69
36	11.9	21.00	0.58



Итак, данный алгоритм имеет достаточно высокую эффективность распараллеливания. Для числа рабочих процессоров  $r < 16$  коэффициент эффективности  $E_r > 0.9$ . С ростом  $r$  эффективность уменьшается. Для данного набора параметров оптимальное число рабочих процессоров (по времени счета)  $r = 28$ ; дальнейшее увеличение числа задействованных процессоров неэффективно. Однако установлено, что это число растет с увеличением объема вычислений и усложнением структуры, что хорошо согласуется со схемой распараллеливания.

Результатами вычислений являются количественные характеристики смещения блоков, которые можно трактовать как скорости движения (см/год), а также относительные смещения точек, принадлежащих сегментам разделяющих блоки разломов (такие смещения информируют о качественном характере взаимодействия между тектоническими плитами). Проведено сравнение полученных данных с реальными. По поведению граничных точек установлено, что модельные зоны субдукции и спрединга, а также направление вертикальной составляющей относительного движения на границе плит Наска/Южноамериканская, соответствуют реальным (см. рис. 2, зоны сжатия и растяжения). Это можно считать положительным результатом, однако обсуждать какие-либо численные характеристики таких процессов представляется преждевременным.

Кроме того, в результате моделирования получен искусственный каталог землетрясений, который анализировался теми же методами, что и реальные: изучались графики повторяемости, пространственное распределение эпицентров, явление кластеризации землетрясений и другие свойства сейсмического потока. Каталог покрывает период в 20 единиц безразмерного времени и содержит 13744 события с вариацией магнитуды, вычисленной по формуле типа (11), от 6.3 до 8.9. Отсюда можно сделать вывод, что полученные значения магнитуды несколько завышены относительно реальных.

Поскольку моделирование землетрясений в системе тектонических плит носит предварительный характер, остановимся лишь на некоторых присущих искусственному каталогу свойствах, не проводя его детального анализа. Так, просматривается кластеризация (группирование) событий как для отдельных сегментов (рис. 3), так и для всей структуры, причем в группах, как правило, могут быть выделены форшоки, основные толчки и афтершоки.

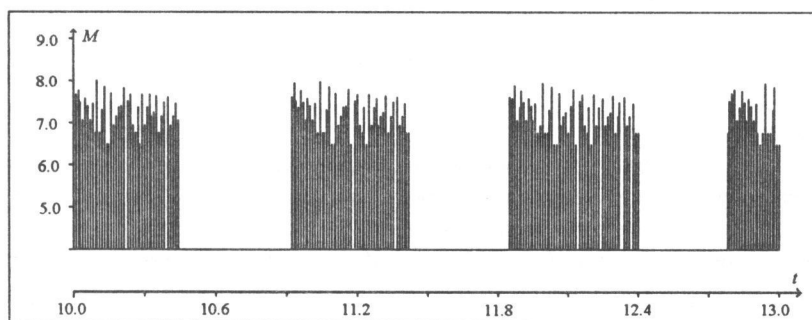


Рис. 3. Зависимость магнитуды модельных землетрясений от времени для сегмента, отмеченного знаком "+" на рис. 2

Качественная картина повторяется через определенный промежуток безразмерного времени, зависящий от разлома, причем прослеживаются периоды постсейсмической релаксации и аккумуляции напряжения [13]. Наблюдается явление миграции модельных землетрясений вдоль разломов (имеется в виду временная последовательность). Пространственное распределение событий говорит о том, что, хотя землетрясения в модели происходят практически на всех сегментах структуры, имеются разломы, соответствующие основным сейсмоактивным зонам (границы плит Наска/Южноамериканская и Наска/Тихоокеанская), где зарегистрированы первые модельные землетрясения и где сконцентрирована значительная часть всей модельной сейсмичности (см. рис. 2, распределение сильных землетрясений). Графики повторяемости, построенные для реального и искусственного каталогов, представлены на рис. 4. Отметим, что кривая, построенная по реальным данным, имеет несколько меньший наклон.

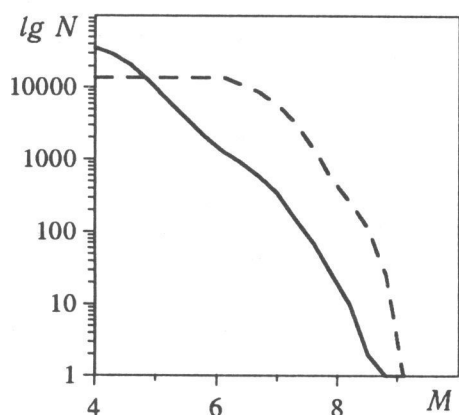


Рис. 4. Графики повторяемости для реального каталога (сплошная линия) и синтетического каталога (штриховая линия), полученного при отличных от нуля скоростях движения Африканской и Тихоокеанской плит ( $N$  — аккумулярованное число землетрясений)

Для ответа на вопрос, какой внешний источник напряжения (движение какого граничного блока) наиболее существенно влияет на искусственную сейсмичность, возникающую в рассматриваемой подсистеме плит, было проведено сравнение искусственных каталогов, которые получены за одинаковый временной период (20 единиц) для трех вариантов задаваемых движений:

- 1) Африканская плита неподвижна,
- 2) скорости движения Африканской и Тихоокеанской плит отличны от нуля (взяты из [11]),
- 3) Тихоокеанская плита неподвижна.

Обнаружено, что при неподвижной Тихоокеанской плите сейсмическая активность в структуре ниже, чем при неподвижной Африканской плите, причем влияние последней относительно мало: в случае (1) число событий равно 13567, диапазон изменения магнитуды  $6.3 \leq M \leq 9.06$ ; в случае (2) число событий равно 13744,  $6.3 \leq M \leq 8.9$ ; в случае (3) число событий равно 12084,  $6.3 \leq M \leq 9.06$ .

В табл. 2 отражены уровни активности различных сейсмических границ исследуемой системы плит для трех вариантов движения граничных блоков. Суммарный сейсмический момент для границы представляет собой сумму моментов всех

землетрясений, которые произошли на данной границе, при этом для расчетов использовалась формула [14]  $\lg M_0 = 1.5M + 9.14$  ( $M_0$  – сейсмический момент землетрясения,  $M$  – магнитуда).

ТАБЛИЦА 2. Уровни активности сейсмических границ моделируемой системы плит для трех вариантов движения блоков

Граница плит	Длина границы, км	Количество событий			Плотность сейсмического момента		
		$N_1$	$N_2$	$N_3$	$D_1$	$D_2$	$D_3$
<i>sam-ant</i>	6267	403	481	483	316	340	329
<i>afr-sam</i>	12827	1320	1288	1294	1174	851	841
<i>car-nam</i>	3818	462	457	443	323	335	319
<i>car-coc</i>	1750	1768	1794	1805	28	27	28
<i>car-sam</i>	2975	145	144	138	505	556	483
<i>car-naz</i>	850	483	490	523	2990	2772	1451
<i>coc-pac</i>	2821	2526	2537	1411	199	197	13
<i>coc-naz</i>	2700	1427	1423	1470	521	514	457
<i>naz-sam</i>	6083	3042	3160	3173	15023	13125	12024
<i>naz-pac</i>	7627	1975	1952	1326	9602	9476	5768

*Примечание.* Плотность сейсмического момента – отношение суммарной величины момента для границы к ее длине, единица измерения  $10^{10}$  Н. Обозначения плит: *sam* – Южноамериканская, *ant* – Антарктическая, *afr* – Африканская, *car* – Карибская, *nam* – Североамериканская, *coc* – Кокос, *naz* – Наска, *pac* – Тихоокеанская

Плотность сейсмического момента является максимальной (до  $15.023 \times 10^{13}$  Н) на границе *naz-sam* (в реальности активная зона субдукции). Границы *naz-pac* и *car-naz* (зоны растяжения) характеризуются меньшей, но весьма значительной величиной: до  $9.602 \times 10^{13}$  Н и  $2.99 \times 10^{13}$  Н, соответственно. Во всех случаях наибольшая плотность сейсмической энергии на единицу длины границы наблюдается при неподвижной Африканской плите, она несколько меньше при движении двух граничных блоков и минимальна при неподвижной Тихоокеанской плите.

Объясним этот факт на примере границы плит Южноамериканская/Наска посредством следующих качественных рассуждений. Углы наклона разломов на этой границе, направления движения упомянутых граничных блоков (см. рис. 2) в сочетании со сферичностью поверхности являются причиной того, что:

1) силы, возникающие на границе плит Южноамериканской и Африканской вследствие движения последней, приводят к возрастанию компоненты силы  $f_n$  (2) в ячейках разломов границы плит Южноамериканская/Наска, "работающей" на сближении блоков в направлении, перпендикулярном к разлому, т.е. на сжатие, и, следовательно, на уменьшение величины отношения  $\kappa$  (8);

2) силы, возникающие на границе плит Наска и Тихоокеанской вследствие движения последней, приводят к возрастанию компоненты силы  $f_l$  (2) в ячейках разломов границы плит Наска/Южноамериканская, "работающей" на сдвиг блоков вдоль разделяющего их разлома, т.е. на увеличение отношения  $\kappa$  (8).

Поэтому сейсмическая активность рассматриваемой границы выше во втором варианте. Следует заметить, что строгое обоснование сказанного требует дополнительных расчетов и выкладок.

Исследования в данном направлении представляются перспективными в связи с моделированием перемещения плит. Быстрое совершенствование региональных и глобальных геодинамических моделей на основе современных технологий (GPS – спутниковой глобальной системы привязки, VLBI – радиоинтерферометрии на сверхдлинных базах, SLR – лазерной локации спутников) делают эту задачу более актуальной. Важно отметить, что движения плит все чаще рассматриваются не только в относительных, но и в абсолютных системах координат, что позволяет перейти от анализа кинематики плит к изучению движущих сил.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе представлены первые результаты расчетов движения системы крупноразмерных блоков со сферической геометрией. Получена информация качественного характера о смещениях плит, характере их взаимодействия на границах. Создан искусственный каталог землетрясений, в котором прослеживается наличие некоторых "реальных" закономерностей. Начато изучение возможностей выявления факторов, обуславливающих сейсмическую активность региона.

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного научно-технического центра (грант 1293), а также для первых двух авторов при содействии Российского фонда фундаментальных исследований (грант 99-07-90441), для второго автора при содействии ИНТАС–РФФИ (грант 97-1914) и для последних двух авторов при поддержке Национального научного фонда США (субконтракт с факультетом геологических наук Корнельского университета в рамках гранта EAR-9804859, который осуществляется через Фонд гражданских научных исследований США для независимых государств бывшего Советского Союза).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Габриэлов А.М., Кейлис-Борок В.И., Левшина Т.А., Шапошников В.А. Блоковая модель динамики литосферы // Математические методы в сейсмологии и геодинамике. М.: Наука, 1986. С.168-178. (Вычисл. сейсмология; Вып.19).
2. Габриэлов А.М., Кособоков В.Г., Соловьев А.А. Интерпретация блоковой структуры региона посредством блоковой модели динамики литосферы // Математическое моделирование сеймотектонических процессов. Вып.1. М.: Наука, 1993. С.11-19.
3. Panza G.F., Soloviev A.A., Vorobieva I.A. Numerical modelling of block-structure dynamics: applications to the Vrancea region // PAGEOPH. 1997. Vol.149. P.313-336.
4. Соболев П.О., Соловьев А.А., Ротвайн И.М. Моделирование динамики литосферы и сейсмичности для региона Ближнего Востока // Современные проблемы сейсмичности и динамики Земли. М.: Наука, 1996. С.131-147. (Вычисл. сейсмология; Вып.28).
5. Ротвайн И.М., Соловьев А.А. Численное моделирование динамики блоковых структур: временные характеристики потока модельных землетрясений // Вопросы геодинамики и сейсмологии. М.: Наука, 1998. С.275-288. (Вычисл. сейсмология; Вып.30).

6. Keilis-Borok V.I., Rotwain I.M., Soloviev A.A. Numerical modelling of block structure dynamics: dependence of a synthetic earthquake flow on the structure separateness and boundary movements // J. of Seismol. 1997. Vol.1. P.151-160.
7. Gasilov V.L., Digas B.V., Maksimov V.I., Soloviev A.A. 3D block model of lithosphere dynamics // Seismology in Europe, Proc. XXV General Assembly of ESC. Reykjavik, Iceland. 9-14 September, 1996. P.264-269.
8. Melnikova L., Rozenberg V., Soloviev A. Numerical simulation of block-structure dynamics: the model with 3D movements of blocks // Abstracts of the 22nd General Assembly of the European Geophysical Society. Vienna, Austria. 20-26 April, 1997. P.170.
9. Rozenberg V., Soloviev A. Considering 3D Movements of Blocks in the Model of Block Structure Dynamics // Fourth Workshop on Non-Linear Dynamics and Earthquake Prediction. Trieste, Italy. 6-24 October, 1997. 26 p. Preprint.
10. Utsu T., Seki A. A relation between the area of aftershock region and the energy of main shock // J. Seism. Soc. Japan. 1954. Vol.7. P.233-240.
11. Gripp A.E., Gordon R.G. Current plate velocities relative to the hotspots incorporating the Nuvel-1 global plate motion model // Geoph. Res. Let. 1990. Vol.17, N 8. P.1109-1112.
12. Digas B., Melnikova L., Rozenberg V., Soloviev A. Programs EARTH and EARTH-3 // Fourth Workshop on Non-Linear Dynamics and Earthquake Prediction. Trieste, Italy. 6-24 October, 1997. 28 p. Preprint.
13. Kagan Y., Knopoff L. Statistical study of the occurrence of shallow earthquakes // Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 1978. Vol.55. P.67-86.
14. Kanamori H., Anderson D.L. Theoretical basis of some empirical relations in seismology // Bull. Seismol. Soc. Amer. 1975. Vol.65, N 5. P.1073-1095.