

УДК 550.341

ЛОКАЛЬНЫЙ ПРЕДВЕСТНИК С ЗАТУХАЮЩЕЙ ПАМЯТЬЮ И ПРОГНОЗ СИЛЬНЫХ СОБЫТИЙ ДЛЯ КАЛИФОРНИИ

В.М. Герцик

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук, Москва*

Для построения локального предвестника сильных толчков используются функционалы "псевдонапряжения" и "псевдопрочности" на дискретизированном пространстве-времени, а также некоторые результаты механики трещин и феноменологические представления о релаксации напряжений и залечивании трещин. Параметры предвестника вычисляются для каталога землетрясений Калифорнии. Проведено тестирование предвестника с параметрами, вычисленными для начальной части каталога, которое показало, что прогноз на последующей части каталога отличен от чисто случайного практически с достоверностью. Исследованы прогностические свойства предвестника для различных порогов предсказываемых магнитуд. Обсуждается вопрос о выборе территории прогноза.

LOCAL PRECURSOR WITH DECAYING MEMORY AND EARTHQUAKE FORECAST FOR CALIFORNIA

V.M. Ghertzik

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow*

To construct an earthquake local precursor, "pseudostress" and "pseudostrength" functionals on discrete time-space are used. Some results of crack mechanics and phenomenological understanding of stress release and crack healing are involved in the construction. Precursor parameters are calculated for California earthquake catalogue. The testing of the precursor with parameters calculated for the first part of the catalogue shows that earthquake prediction for the last part differs from arbitrary prediction with practical reliability. Precursor predicting properties for different magnitude are investigated. The question of prediction area choice is discussed.

ВВЕДЕНИЕ

”Под прогнозом землетрясений обычно подразумевается физический прогноз, т.е. детерминированная локализация будущих сильных событий в пространстве-времени. В то же время практика прогноза на всех стадиях от долгосрочного до краткосрочного покоится на стохастических элементах” (Г.М. Молчан, [1]). Обнаружение странного аттрактора в модели Барриджа–Кнопва с залечиванием [2] указывает на возможность того, что даже при полной информации о свойствах и текущем состоянии среды детерминированный прогноз принципиально недостижим, так как генераторы стохастичности встроены в сами физические процессы сейсмичности.

Алгоритмы прогноза землетрясений КН и М8 [3–6] основаны на процедуре голосования признаков, разработанной в теории распознавания образов. Если наблюдаемая стохастичность сейсмического процесса обусловлена не только наличием ”скрытых параметров”, но и фундаментальными особенностями физики землетрясений, то детерминированный ”образ”, который следует выделить из фона информационного шума, отсутствует в принципе. Вместо него появляется управляемый физическими законами ”детерминированный хаос”, иначе говоря – стохастический точечный процесс.

Задачей настоящей работы стало конструирование предвестника сильных землетрясений, на основании которого можно было бы построить прогноз, используя теоретические и феноменологические представления о физике сейсмических событий. При этом ставилась цель избежать процедуры голосования, результаты которой плохо контролируются и, вообще говоря, не обязательно дают возможность получить новый предвестник, превосходящий по эффективности предвестники, участвующие в голосовании.

В самом деле, рассмотрим простейший случай голосования: имеются два предвестника f_1 и f_2 , определяющие признаки D_1 и D_2 , предшествующие сильным событиям. Пусть n_D – число признаков, выполняющихся в текущий момент, а решающим правилом для объявления тревоги на время T является условие $n_D \geq 2$. (По существу n_D является новым целочисленным предвестником.) Единственный случай, когда тревога объявляется, есть, очевидно, одновременное выполнение D_1 и D_2 . Предположим, что процесс является стационарным и эргодическим. Обозначив символом B событие {есть сильное землетрясение во временном интервале $[t, t + T]$ }, рассмотрим определяемую распределением P случайного поля условную вероятностную меру $P^*\{o\} = P_t\{\cdot|B\}$ на двумерном пространстве Ω значений предвестников f_1, f_2 в момент t , в котором признаки D_1 и D_2 есть одноименные множества. Вероятность $P^*\{A\} = P\{A \cap B\}/P\{B\}$, $A \subset \Omega$ – это доля сильных событий, предсказываемая множеством A . Тогда $P^*\{\Omega | D_i\} = \nu_i$, $i = 1, 2$, – доли пропущенных землетрясений для одиночных признаков, а $P\{D_i\} = \tau_i$ – соответствующие доли пространства-времени тревог. Доля ν пропущенных землетрясений в случае объявления тревоги по решающему правилу, $\nu = P^*\{\Omega | (D_1 \cap D_2)\}$, удовлетворяет, согласно элементарным формулам теории вероятности, неравенствам

$$\max\{\nu_1, \nu_2\} \leq \nu \leq \nu_1 + \nu_2.$$

Использование процедуры голосования не приводит в данном случае к уменьшению числа пропущенных землетрясений (хотя и уменьшает $\tau = P\{D_1 \cap D_2\}$) и,

если симметричная разность D_1 и D_2 имеет ненулевую вероятность, увеличивает его. Более сложные случаи с этой точки зрения не исследованы вовсе.

Заметим, что и в детерминистическом случае, если имеется более одного "образа", т.е. механизма сильных землетрясений (а мы не можем этого отрицать аргументом), ситуация осложняется. Если первый признак относится к одному образу, а второй к другому, то одновременное их выполнение может соответствовать отсутствию сильного события, в то время как по результату голосования объявляется тревога.

Сказанное не означает, что операции конъюнкции и дизъюнкции признаков некорректны. Однако необходимо проверять, увеличивает или уменьшает эффективность прогноза каждая такая операция, чего не делается при использовании процедуры голосования.

Для построения предвестника мы используем приращения "псевдонапряжения" и "псевдопрочности", дискретизацию пространства-времени (оба приема восходят к дискретным вариантам модели Барриджа-Кнопова), а также некоторые результаты механики трещин и феноменологические представления об обеспечивающих "затухание памяти" релаксации напряжений и залечивании трещин.

Результаты, изложенные в этой работе, являются промежуточными. Мы предполагаем в дальнейшем изменить определение территории прогноза в соответствии с соображениями, приводимыми в заключительной части статьи, исследовать степень влияния аналоговых дифференциальных членов (с целью их возможного отбрасывания) и продолжить поиск возможностей увеличения эффективности предвестника.

КОНСТРУИРОВАНИЕ ПРЕДВЕСТНИКА

Территория, на которой определяется предвестник, строится следующим образом. Произвольный прямоугольник, охватывающий координаты всех землетрясений, которые входят в используемый каталог, делится на равные квадраты со стороной $2C_1$ километров (буквой C с числовыми индексами будут далее обозначаться параметры, подлежащие подбору). Обозначим через A_1 объединение тех квадратов, в которые за фиксированный период времени попало хотя бы одно землетрясение с магнитудой $m \geq m_0$. Построим множество A_0 , добавив к каждому квадрату из A_1 все квадраты, имеющие с ним общую сторону или вершину, и множество A , получаемое удалением из A_0 квадратов, у которых хотя бы один из ближайших соседей не входит в A_0 . Множество A будет определять искомую территорию, а множество A_0 – играть вспомогательную роль.

Временной интервал, в котором находятся моменты событий из каталога, разделим на непересекающиеся отрезки $[t_k, t_{k+1})$, $t_{k+1} = t_k + C_2$, $k = 0, \dots, N_t$, длины C_2 . Обозначив символами $\mathbf{X}_i = \{x_i, y_i\}$, $i = 1, \dots, N_x$, координаты геометрических центров квадратов, получим цилиндрические области трехмерной целочисленной решетки $V_0 = \{(\mathbf{X}_i, t_k), \mathbf{X}_i \in A_0, k = 0, \dots, N_t\}$ и $V = \{(\mathbf{X}_i, t_k), \mathbf{X}_i \in A, k = 0, \dots, N_t\}$. Построим в области V_0 два функционала $F(\mathbf{X}_i, t_k)$ и $S(\mathbf{X}_i, t_k)$ от истории сейсмического процесса, т.е. от времени, координат и магнитуд событий в каталоге, случившихся до момента t_k . Первый функционал $F(\mathbf{X}_i, t_k)$ призван имитировать изменения хода напряжений в среде. Ему нельзя строго приписать смысл какой-то конкретной компоненты тензора напряжений, но удобно предста-

влять себе как некоторый усредненный уровень касательных напряжений. В начальный момент t_0 положим $F(\mathbf{X}_i, t_0) = 0$ для всех i . Для последующих моментов t_k , полагая, что $F(\mathbf{X}_i, t_k)$ неотрицательно, зададим рекуррентную формулу

$$F(\mathbf{X}_i, t_k) = \max\{0, F(\mathbf{X}_i, t_{k-1}) + \sum_{j=1}^4 \Delta_j(i, k)\},$$

в которой сумма представляет собой аналог дифференциального приращения. Чтобы не загромождать изложение, точные определения приращений $\Delta_j(i, k)$ и вводимых ниже $\delta_j(i, k)$ приведены в Приложении. Здесь очертим лишь их физический смысл.

Первое слагаемое $\Delta_1(i, k)$ учитывает приращения поля напряжений, вызванные землетрясениями, которые рассматриваются как вновь образующиеся трещины. Слагаемое $\Delta_2(i, k)$ изображает локальный сброс напряжений в очаге землетрясения. Член $\Delta_3(i, k)$ учитывает приращение напряжений за счет глобальных тектонических смещений, которые в конечном счете и являются причиной сейсмичности, а слагаемое $\Delta_4(i, k)$ описывает релаксацию напряжений за счет вязкости среды и ее мелкомасштабного растрескивания.

Введем также на множестве точек из V_0 функционал

$$S(\mathbf{X}_i, t_k) = S(\mathbf{X}_i, t_{k-1}) + \sum_{j=1}^2 \delta_j(i, k),$$

изображающий отклонение "прочности" среды от максимальной, положив $S(\mathbf{X}_i, t_0) = 0$ для всех i . Слагаемое $\delta_1(i, k)$ характеризует убывание прочности за счет растрескивания среды, а $\delta_2(i, k)$ описывает рост прочности, связанный с экспоненциальным залечиванием трещин.

Разность

$$G_0(\mathbf{X}_i, t_k) = F(\mathbf{X}_i, t_k) - S(\mathbf{X}_i, t_k)$$

между "напряжением" и "прочностью", по принятому предположению, должна характеризовать степень опасности возникновения сильных землетрясений. Чтобы учесть влияние пространственно-временных колебаний этой функции, построим на множестве V новый функционал

$$G(\mathbf{X}_i, t_k) = G_0(\mathbf{X}_i, t_k) + C_3 |\nabla G_0| + C_4 |\nabla G_0|^2 + C_5 \Delta G_0 + C_6 \frac{\partial G_0}{\partial t},$$

где выражения ∇G_0 , ΔG_0 и $\frac{\partial G_0}{\partial t}$ представляют собой дискретные аналоги соответствующих выражений в частных производных:

$$|\nabla G_0(\mathbf{X}_i, t_k)| \equiv |\nabla G_0(x_i, y_i, t_k)| = [(G_0(x_i + C_1, y_i, t_k) - G_0(x_i - C_1, y_i, t_k))^2 + (G_0(x_i, y_i + C_1, t_k) - G_0(x_i, y_i - C_1, t_k))^2]^{1/2};$$

$$\Delta G_0(\mathbf{X}_i, t_k) = G_0(x_i + C_1, y_i, t_k) + G_0(x_i - C_1, y_i, t_k) + G_0(x_i, y_i + C_1, t_k) + G_0(x_i, y_i - C_1, t_k) - 4G_0(x_i, y_i, t_k);$$

$$\frac{\partial G_0}{\partial t}(\mathbf{X}_i, t_k) = G_0(\mathbf{X}_i, t_k) - G_0(\mathbf{X}_i, t_{k-1}).$$

(Напомним, что все точки из множества V по его построению таковы, что последние выражения определены.)

О ПОДБОРЕ ПАРАМЕТРОВ

Для вычисления параметров предвестника G использовался фрагмент каталога землетрясений GHDB (National Earthquake Information Center Global Hipocenters Database [7]) за 1935–1998 гг. в области, ограниченной параллелями 30°N и 43°N и меридианами 112°W и 128°W , в которые попадает Калифорния. Для устранения неустойчивости, связанной с трудностями регистрации параметров слабых толчков, из каталога были удалены землетрясения с магнитудой $m < 4$ (в качестве магнитуды выбиралось максимальное из 4-х значений, данных в каталоге). Кроме того, были удалены события с координатами внутри области, ограниченной параллелями $36,6^\circ\text{N}$ и $37,5^\circ\text{N}$ и меридианами $115,8^\circ\text{E}$ и $116,6^\circ\text{E}$, где проводились ядерные взрывы.

Множество A_1 , с помощью которого строилась территория прогноза, определялось для магнитуды $m_0 = 5,5$ в период 1935–1986 гг. Период времени с 1935 по 1956 гг. был отведен для переходного процесса, необходимого для "забывания" произвольных начальных условий, и подбор параметров предвестника проводился на основе вычисления его значений начиная с 1957 г.

Процедура нахождения параметров, вообще говоря, не определяется однозначно и в значительной мере зависит от субъективных предпочтений. Используемая здесь процедура заключалась в следующем.

Введем "функционал событий"

$$M(\mathbf{X}_i, t_k) = \max_{n: t_k \leq t_n < t_{k+1}; |x_n - x_i| \leq C_1; |y_n - y_i| \leq C_1} m_n,$$

задающий магнитуду максимального события среди событий из временного интервала $[t_k, t_k + C_2)$ с эпицентрами в квадрате с центром в \mathbf{X}_i (заметим, что значение $G(\mathbf{X}_i, t_k)$ не зависит от этих событий). Пусть $g_1 \leq g_2 \leq \dots \leq g_N$ — упорядоченное по возрастанию множество значений $G(\mathbf{X}_i, t_k)$ в точках (\mathbf{X}_i, t_k) , в которых $M(\mathbf{X}_i, t_k) \geq m^* = 6,4$. Обозначим через $\nu_j = (j-1)/N$, $j = 1, \dots, N$ и введем множества $B_j = \{(\mathbf{X}_i, t_k) : G(\mathbf{X}_i, t_k) \geq g_j\}$, $|B_j|$ — число точек в B_j . Если $|V|$ — число точек в V , то $\tau_j = |B_j|/|V|$ — представляет собой долю пространства-времени тревог, а ν_j — долю пропущенных "ящиков" с событиями $m \geq 6,4$ при объявлении тревоги в случае $G(\mathbf{X}_i, t_k) \geq g_j$.

Можно пытаться подбирать параметры так, чтобы минимизировать среднюю долю тревог для таких j , что $\nu_j \leq 1/3$. (Такое ограничение для ν_j выбрано потому, что пропуск более чем трети сильных землетрясений мы считаем "плохим" результатом и не включаем в рассмотрение. Здесь проявляется неоднозначность и субъективность выбора "наилучших" параметров.) Однако при варьировании параметра C_1 меняется площадь территории прогноза и сравнение долей разных пространственно-временных объемов становится некорректным. Пусть $v_j = v\tau_j$ — объем пространственно-временной области тревоги, $v = s(A)T$, $s(A)$ — площадь множества A , T — время прогноза. Введем эквивалентную (среднюю по времени) площадь тревоги $\tau_j s(A)$. Именно она, а не τ_j , должна иметь значение при расчетах экономических потерь. Параметры предвестника подбирались так, чтобы минимизировать величину

$$J = \frac{s(A)}{N(1/3)} \sum_{j: \nu_j \leq 1/3} \tau_j, \quad \text{где } N(1/3) = \max_{\nu_j \leq 1/3} j.$$

К сожалению, в нашем распоряжении нет регулярного вычислительного метода, позволяющего за разумное время найти глобальный минимум функции в 19-мерном пространстве. Поэтому можно лишь описать некоторые приемы, позволившие "спуститься" достаточно низко, но не дающие гарантии того, что минимум достигнут. Совокупность параметров варьировалась с помощью случайных приращений (метод Монте-Карло), с переходом на значения параметров, дающие меньшее значение J . Максимальный шаг варьирования, вообще говоря, сужался, но время от времени снова увеличивался, чтобы избежать попадания в высокие локальные минимумы. Трудно избежать впечатления, что при таком способе "спуска" значительную роль играет простая удача.

При вычислении параметров предвестника на ограниченном материале каталога практически неизбежно возникает эффект "гипердиагностики", т.е. приспособления параметров не только к статистическим свойствам, но и к конкретной конфигурации землетрясений в каталоге. Чтобы уменьшить влияние этого фактора, мы сохраняли лишь две значащих цифры в значениях C_1 и C_2 и три – в значениях остальных параметров. Другой прием состоял в смещении пространственной решетки, служащей для построения территории прогноза, на вектор (C_1, C_1) и выборе в качестве функции J ее максимального по сдвигам решетки значения.

ТЕСТИРОВАНИЕ ПРЕДВЕСТИКА

Влияние гипердиагностики может быть практически устранено лишь с ростом информации, используемой для вычисления параметров, т.е. с ростом времени записи каталога. При большом числе параметров и ограниченном времени естественно возникает вопрос: обладает ли предвестник прогностическими свойствами и не является ли удачный ретроспективный прогноз лишь результатом подгонки?

Для ответа на этот вопрос было проведено тестирование предвестника, состоявшее в следующем. Для вычисления параметров использовалась "обучающая" часть каталога до 1986 гг. Предвестник с этими параметрами испытывался на оставшейся части каталога с 1987 по 1998 гг., о которой параметры "ничего не знали". Если вычисленные параметры отражают лишь конфигурацию обучающего каталога, то на независимом каталоге результаты тестирования должны быть чисто случайными. На рис. 1 приведены зависимости доли ν пропущенных событий с $M(X_i, t_k) \geq m^* = 6,4$ от доли пространства-времени тревоги τ , полученные с помощью предвестника G для обучающего и тестового каталогов. Зависимость $\nu(\tau)$, как и ожидалось, для теста оказывается "хуже".

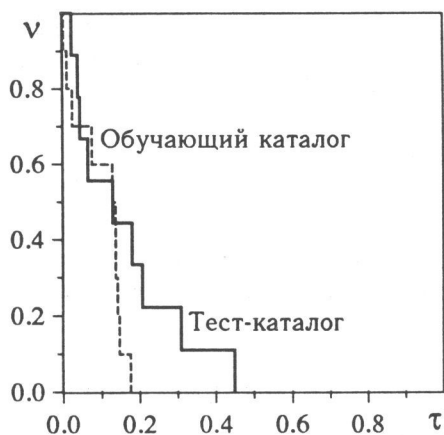


Рис. 1. Тестирование предвестника

В тестовом каталоге содержится $n = 9$ сильных событий. Примем в качестве нулевой гипотезы предположение о том, что события $\{M(\mathbf{X}_i, t_k) \geq m^*\}$ и функционал $G(\mathbf{X}_i, t_k)$ независимы, т.е. прогнозирование отсутствует. Тогда легко показать, что $1 - \nu(\tau) - \tau$ есть разность эмпирической и теоретической функций распределения для $G(\mathbf{X}_i, t_k)$. Для проверки гипотезы воспользуемся статистикой Смирнова $D^+ = \sup_{i=1, \dots, n} \{1 - \nu_i - \tau_i\}$, имеющей распределение, задаваемое формулой

$$Pr\{D^+ \geq x\} = \sum_{k=0}^{[n(1-x)]} C_n^k x(x + \frac{k}{n})^{k-1} (1 - x - \frac{k}{n})^{n-k}, \quad 0 < x < 1.$$

Для тестового каталога максимальное значение $1 - \nu(\tau) - \tau$ равно 0,58. В качестве критической области выберем область $\{D^+ \geq 0.58\}$. В случае справедливости нулевой гипотезы для вероятности критической области (ошибки первого рода) α численный расчет дает $\alpha = 1,04 \cdot 10^{-3}$, т.е. гипотеза о том, что предсказания землетрясений чисто случайны, (а значит и популярная гипотеза о невозможности прогноза) отвергается практически с достоверностью.

Однако при тестировании одно землетрясение (1989 г.) не вошло в число предсказанных или пропущенных. Дело в том, что территория прогноза, вычисленная по данным до 1986 г., оказалась заниженной, и "пропавшее" событие произошло за ее пределами (рис. 2).

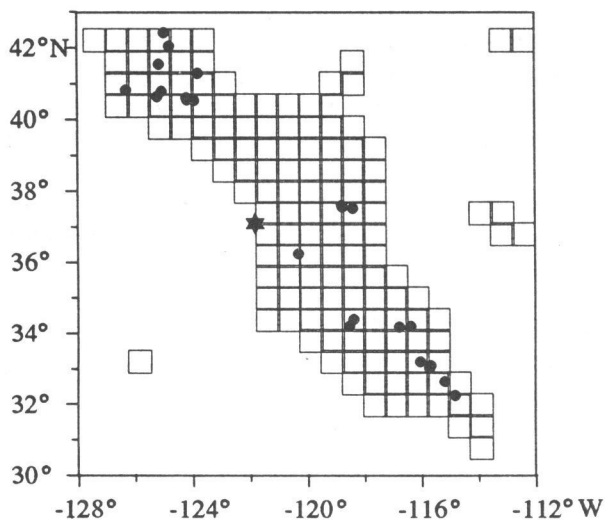


Рис. 2. Элементы территории прогноза (квадраты), прогнозируемые землетрясения (точки) и землетрясение вне территории прогноза (звездочка). Землетрясения взяты из всего каталога

Это ясное указание на то, что использованный метод построения территории прогноза является не слишком удачным. Проблема выбора территории обсуждается ниже.

ПРОГНОСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПРЕДВЕСТНИКА

При окончательном вычислении параметров предвестника на текущий момент разумно использовать информацию, содержащуюся в полном каталоге (1955–1998 гг.), и корректировать параметры по мере поступления дополнительной

информации. С ростом используемой информации влияние статистических закономерностей на значения параметров будет возрастать, а влияние конкретной конфигурации каталога снижаться. Параметры предвестника G (часть которых определена в Приложении), вычисленные, как описано выше, для всего каталога, принимают значения:

$$\begin{array}{llll}
 C_1 = 33 \text{ км}; & C_2 = 69 \text{ дней}; & C_3 = 0,114; & C_4 = -0,000182; \\
 C_5 = -0,0181; & C_6 = -0,278; & C_7 = 0,0287; & C_8 = 0,00122; \\
 C_9 = 0,600; & C_{10} = 0,000335; & C_{11} = 0,00122; & C_{12} = 1,28; \\
 C_{13} = 1220; & C_{14} = 27,9; & C_{15} = 27,7; & C_{16} = 68,7; \\
 C_{17} = 41,4; & C_{18} = 2,27; & C_{19} = 0,412; &
 \end{array}$$

На рис. 3 приведена зависимость доли пропущенных событий $M(X_i, t_k) \geq m^* = 6,4$ от доли пространства-времени тревоги τ , полученная с помощью предвестника G и задающая набор возможностей для принятия правила объявления тревоги. Цифры указывают соответствующие точкам (ν, τ) графика пороги g_j для объявления тревоги, если $G(X_i, t_k) \geq g_j$. Выбор фиксированного порога (прогнозной политики, по терминологии Г.М. Молчана [1]), должен минимизировать некоторую функцию потерь $w(\nu, \tau)$, определение которой выходит за рамки физики прогноза и лежит в области экономики. Проблема оптимизации прогноза при известных функциях потерь подробно изучена в работах [1, 8]. Там же отмечено, что некоторые функции потерь, не связанные с экономическим подходом, могут быть полезными на исследовательской стадии.

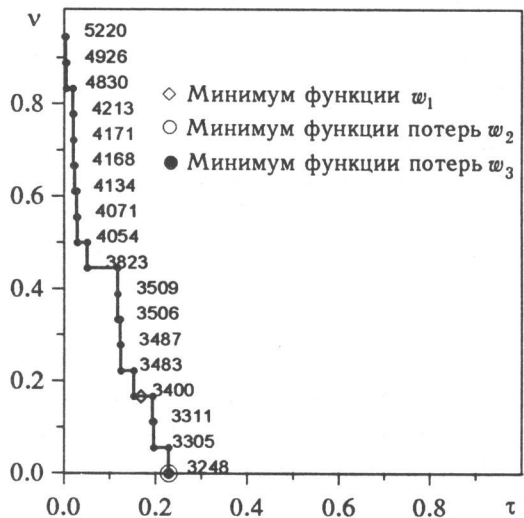


Рис. 3. Зависимость $\nu(\tau)$ при обучении на всем каталоге.

Цифры – пороги предвестника, соответствующие точкам скачков функции. Точки минимума w_2 и w_3 совпадают и показаны с помощью комбинации двух кружков

Для оценки качества предвестника и возможного сравнения его с другими используем величину $w_1 = \tau^*$, такую, что $\nu(\tau^*) = \tau^*$, и функцию потерь $w_2 = (\nu + \tau)/2$, введенную в [9], минимум которой соответствует максимальному отклонению $\nu(\tau)$ от чисто случайного прогноза $\nu = 1 - \tau$. Величина w_1 , как показано в [8], ориентирована на самый неблагоприятный вариант линейной функции потерь.

Введем также информационную функцию потерь $w_3 = 1 - I(\nu, \tau)/I_0$, где $I(\nu, \tau)$ – информация о событиях, содержащаяся в прогнозе

$$I(\nu, \tau) = \lambda\nu \ln \frac{\nu}{1-\tau} + \lambda(1-\nu) \ln \frac{1-\nu}{\tau} + [\tau - \lambda(1-\nu)] \ln \frac{\tau - \lambda(1-\nu)}{(1-\lambda)\tau} + \\ + (1-\tau-\lambda\nu) \ln \frac{1-\tau-\lambda\nu}{(1-\lambda)(1-\tau)},$$

где $\lambda = |\{(\mathbf{X}_i, t_k) : M(\mathbf{X}_i, t_k) \geq m^*\}|/|V|$ – поток сильных событий, а $I_0 = I(0, \lambda)$ – информация о событиях, содержащаяся в идеально точном прогнозе. Информация $I(\nu, \tau)$ вычисляется по известной формуле

$$I = \sum_{i,j} P(A_i B_j) \ln \frac{P(A_i B_j)}{P(A_i)P(B_j)}$$

для количества информации I о событиях A_1, A_2, \dots , которое несет сообщение о наступлении одного из событий B_1, B_2, \dots . Здесь $A_1 = \{(\mathbf{X}_i, t_k) : M(\mathbf{X}_i, t_k) \geq m^*\}$, $A_2 = \{(\mathbf{X}_i, t_k) : M(\mathbf{X}_i, t_k) < m^*\}$, $B_1 = \{(\mathbf{X}_i, t_k) : G(\mathbf{X}_i, t_k) \geq g\}$, $B_2 = \{(\mathbf{X}_i, t_k) : G(\mathbf{X}_i, t_k) < g\}$, g – порог объявления тревоги.

Соответствующие эмпирические вероятности имеют вид

$$P(A_1) = \lambda, P(A_2) = 1 - \lambda, P(B_1) = \tau, P(B_2) = 1 - \tau, \\ P(A_1 B_1) = \lambda(1 - \nu), P(A_1 B_2) = \lambda\nu, \\ P(A_2 B_1) = \tau - \lambda(1 - \nu), P(A_2 B_2) = 1 - \tau - \lambda\nu.$$

Поскольку при $\nu = 1 - \tau$ информация $I(\nu, \tau) = 0$, минимум функции потерь w_3 соответствует максимальному информационному отклонению $\nu(\tau)$ от чисто случайного прогноза.

Прогнозные политики, соответствующие w_1 и минимумам функций потерь w_2, w_3 , дают следующие результаты.

	ν 100%	τ 100%	Порог g	w_i
w_1	16,7	16,7	3401	0,167
w_2	0	22,7	3248	0,1135
w_3	0	22,7	3248	0,827

Для сравнения заметим, что сводные данные для существующих прогнозных политик, приведенные в [8], для w_1 дают значения $\sim 0,25-0,333$, хотя сравнения между разными прогнозами могут быть вполне корректны лишь для одной и той же территории прогноза.

Строго говоря, правильнее сравнивать оценку w_1 для других прогнозов с w_1 для независимого от подбора параметров каталога за 1987–1998 гг. в предыдущем разд. (см. рис. 1). Для этого случая $w_1 = 0.222$, что не очень существенно отличается от указанного выше диапазона значений. Если учесть, однако, что площадь территории прогноза в нашем случае составляет 0.624 от площади территории прогноза, используемой в [5], то пересчет дает более значимое отличие $w_1 = 0.192$.

Поскольку в нашем распоряжении имеются два функционала $G(\mathbf{X}_i, t_k)$ и $M(\mathbf{X}_i, t_k)$, нетрудно получить зависимости $\nu(\tau)$, даваемые предвестником для других порогов по магнитуде m^* . На рис. 4 показаны эти зависимости и прогнозные политики, определенные по указанным функциям потерь, для $m^* = 5, 5, 6, 6, 5, 7$. Величина $w_1 = 0, 371$ при $m^* = 5, 5$, $w_1 = 0, 244$ при $m^* = 6$, $w_1 = 0, 15$ при $m^* = 6.5$ и $w_1 = 0, 122$ при $m^* = 7$.

Рис. 4. Зависимости $\nu(\tau)$ для 4-х порогов прогнозируемых магнитуд m^* (цифры у соответствующих графиков). Точки минимума w_2 и w_3 совпадают и показаны с помощью комбинации двух кружков



О ВЫБОРЕ ТЕРРИТОРИИ ПРОГНОЗА

Долю пространства-времени тревог τ нетрудно существенно уменьшить, добавив к территории прогноза области со слабой или отсутствующей сейсмичностью. Ясно, что этот "выигрыш" лишь кажущийся. Стремление сделать прогноз более корректным приводит многих исследователей к поиску способов ограничения территории прогноза лишь областью высокой сейсмичности. Пойдя по этому пути, мы столкнулись с появлением землетрясения в области, которая на предшествующем отрезке времени согласно принятому правилу выглядела "малосейсмичной" и не вошла в территорию прогноза. Пространственно-временная нестабильность сейсмичности, повидимому, противоречит стремлению минимизировать территорию прогноза.

Заметим, однако, что в функции потерь, учитывающие затраты на предотвращение ущерба, должна входить не доля территории, занятая тревогой, а площадь территории тревоги, характеризуемая введенной выше эквивалентной площадью тревоги τs (s — площадь территории прогноза). Если τ , вообще говоря, убывает с ростом s , то τs может лишь возрастать. Поэтому при выборе τs в качестве характеристики, заменяющей τ , увеличение s не приводит к некорректности, и нет необходимости заботиться об ограничении территории прогноза.

Возможно, было бы разумно принять соглашение о фиксации по широте и долготе границ территорий прогноза для существующих сейсмических регионов и в дальнейшем проводить сравнения разных методов прогноза на стандартных территориях.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Здесь приведены строгие определения приращений функций F и S , использованных при построении предвестника. Слагаемое $\Delta_1(i, k)$ учитывает приращения поля напряжений, вызванные землетрясениями, которые произошли в моменты времени $t_n, t_{k-1} \leq t_n < t_k$ (обозначим через $\mathbf{x}_n = \{x_n, y_n\}$ и m_n координаты эпицентров и магнитуды этих землетрясений). Воспользуемся тем фактом, что дополнительное поле напряжений, вносимое плоской трещиной круглой формы в однородное поле напряжений σ (σ – касательное напряжение в плоскости трещины), имеет вид $\sigma K f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$. В этом выражении K – коэффициент интенсивности напряжений, пропорциональный \sqrt{L} , L – диаметр трещины, а $f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ – достаточно сложно устроенная функция радиус-вектора, проведенного из центра трещины \mathbf{r}_0 (\mathbf{r} и \mathbf{r}_0 – вектора в декартовых координатах). На больших расстояниях от трещины $f(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)$ может быть представлена в виде $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|^{-3} \varphi$, где φ – функция лишь угловых координат. Огрубленный аналог приращения поля напряжений представим следующим образом. Роль σ будет выполнять величина $F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})$. Поскольку энергия W землетрясения связана с его магнитудой m соотношением $W \sim 10^{3m/2}$ и, с другой стороны, $W \sim \sigma^2 L^3$, то $K \sim \sqrt{L} \sim 10^{m/4} F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})^{-1/3}$. (Во всех случаях, когда величина $F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})$ в результирующих выражениях появляется в отрицательной степени, при $F(\mathbf{X}_i, t_{k-1}) = 0$ по очевидным причинам производилась замена $F(\mathbf{X}_i, t_{k-1}) = 0.01$.)

Пусть $R = \sqrt{2}C_1$ – радиус круга, описанного вокруг квадрата с центром в \mathbf{X}_i , $R_n = C_7 10^{m_n/2} F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})^{-2/3}$ – эффективный радиус очага, а r_{in} – расстояние между \mathbf{X}_i и эпицентром землетрясения \mathbf{x}_n .

Введем величину $R_{in} = C_8(r_{in} - R_n - R)$ и функцию

$$\Theta_{in} = \begin{cases} 1, & \text{при } R_{in} \leq 0, \\ (1 - \exp\{-R_{in}^3\})/R_{in}^3, & \text{при } R_{in} > 0. \end{cases}$$

Слагаемое $\Delta_1(i, k)$ определим как

$$\Delta_1(i, k) = 10^{-3} F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})^{2/3} \sum_{n: t_{k-1} \leq t_n < t_k} 10^{0.25m_n} \Theta_{in}.$$

Коэффициент 10^{-3} введен лишь для удобства вычислений: без него функция $F(\mathbf{X}_i, t_k)$ принимает слишком большие значения. Свободные (подбираемые) множители будут введены перед всеми приращениями кроме $\Delta_1(i, k)$, поскольку умножение предвестника на константу (как и прибавление константы) не меняет его прогностических свойств (достаточно произвести ту же операцию со всеми используемыми порогами).

Слагаемое $\Delta_2(i, k)$ изображает локальный сброс напряжений в очаге землетрясения. Качественно можно представить себе это явление следующим образом: в эффективной сфере объема v_0 , окружающей трещину, напряжение сбрасывается до нуля. Если v – объем пересечения этой сферы с некоторым вертикальным цилиндром объема V , горизонтальное сечение которого есть круг площади S , описанный вокруг квадрата с центром в \mathbf{X}_i , то результирующее среднее напряжение в цилиндре равно $\sigma^* = \sigma(1 - v/V)$. Величину σv_0 оценим выражением

$10^{3m_n/2}/F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})$, следующим из оценки энергии W , выделившейся при землетрясении,

$$W \sim 10^{3m_n/2} \sin \sigma^2 v_0$$

и $\sigma \sim F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})$. Чтобы не усложнять вычисления, мы не стремимся к слишком большой точности, довольствуясь лишь качественно верными соотношениями. Поэтому, обозначив через $R_n^* = C_9 10^{m_n/2} F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})^{-2/3}$ радиус сферы v_0 , положим, учитывая, что сброс напряжений не превосходит σ ,

$$\sigma v/V = \min\{\sigma; C_{10} \alpha_{in} \sigma v_0\},$$

где

$$\alpha_{in} = \begin{cases} 1 - (r_{in} - R_n^* + R)/2R, & \text{при } R \leq R_n^*, R_n^* - R < r_{in} \leq R_n^* + R; \\ 1 - (r_{in} - R + R_n^*)/2R_n^*, & \text{при } R_n^* < R, R - R_n^* < r_{in} \leq R_n^* + R; \\ 1, & \text{при } r_{in} \leq |R_n^* - R|; \\ 0, & \text{при } r_{in} > R_n^* + R. \end{cases}$$

Таким образом

$$\Delta_2(i, k) = - \min \left\{ F(\mathbf{X}_i, t_{k-1}); [C_{10}/F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})] \sum_{n:t_{k-1} \leq t_n < t_k} \alpha_{in} 10^{3m_n/2} \right\}.$$

Слагаемое $\Delta_3(i, k)$ учитывает приращение напряжений за счет глобальных тектонических смещений, которые в конечном счете и являются причиной сейсмичности. Положим

$$\Delta_3(i, k) = C_{11} \left[1 + C_{12} \sum_{n:t_{k-1} \leq t_n < t_k} \exp\{-(r_{in}/C_{13})^2\} \right].$$

Коэффициент C_{11} задает постоянную скорость роста напряжений C_{11}/C_2 , а второе слагаемое описывает локальные приращения, индикатором которых является взвешенная посредством функции Гаусса активность в окрестности \mathbf{X}_i с эффективным радиусом C_{13} .

Наконец, слагаемое $\Delta_4(i, k)$ описывает релаксацию напряжений за счет вязкости среды и ее мелкомасштабного растрескивания.

$$\Delta_4(i, k) = -F(\mathbf{X}_i, t_{k-1}) \left(1 - \exp \left\{ - \left[C_{14} + C_{15} \sum_{n:t_{k-1} \leq t_n < t_k} \exp\{-(r_{in}/C_{16})^2\} \right] \right\} \right).$$

Здесь C_{14} определяет постоянную скорость релаксации C_{14}/C_2 , а второе слагаемое в квадратных скобках изображает релаксацию напряжений, вызванную растрескиванием, которое обусловлено сейсмичностью в окрестности \mathbf{X}_i с эффективным радиусом C_{16} .

Полагая, что убывание прочности определяется суммарной площадью вновь возникших трещин, которая, в свою очередь, пропорциональна суммарной площади трещин, образованных землетрясениями, определим

$$\delta_1(i, k) = -C_{17} \sum_{n: t_{k-1} \leq t_n < t_k} \beta_{in} [C_7 10^{m_n/2} F(\mathbf{X}_i, t_{k-1})^{-2/3}]^2,$$

где

$$\beta_{in} = \begin{cases} 1, & \text{при } r_{in} \leq R, \\ \exp\{-[r_{in} - R]/C_{18}\}^2 & \text{при } r_{in} > R. \end{cases}$$

Приращение $\delta_2(i, k) = S(\mathbf{X}_i, t_{k-1})(1 - \exp\{-C_{19}\})$ описывает рост прочности, связанный с экспоненциальным залечиванием трещин.

Автор выражает признательность В.Г. Кособову, А.В. Ландеру и Г.М. Молчану за ценные обсуждения.

Настоящая работа выполнена при поддержке Международного научно-технического центра (грант 96-415).

ЛИТЕРАТУРА

1. Молчан Г.М. Модели оптимизации прогноза землетрясений // Проблемы прогноза землетрясений и интерпретация сейсмологических данных. М.: Наука, 1992. С.7-28. (Вычисл. сейсмология; Вып. 25).
2. Герцик В.М. Странный аттрактор и кластеризация толчков в пружинно-блочной модели с залечиванием // Вопросы геодинамики и сейсмологии. М.: Наука, 1998. С.264-274. (Вычисл. сейсмология; Вып. 30).
3. Кейлис-Борок В.И., Кнопов Л., Ротвайн И.М. Долгосрочные сейсмологические предвестники сильных землетрясений в Калифорнии – Сьерре-Неваде, Новой Зеландии, Японии и Аляске // Методы и алгоритмы интерпретации сейсмологических данных. М.: Наука, 1980. С.3-11. (Вычисл. сейсмология; Вып. 13).
4. Keilis-Borok V.I., Kosobokov V.G. A complex of longterm precursors for the strongest earthquakes of the world // Proc. 27-th Geological Congress. Vol.61. Moscow: Nauka, 1984. P.56-66.
5. Аллен К.А., Кейлис-Борок В.И., Ротвайн И.М., Хаттен К. Комплекс долгосрочных сейсмологических предвестников (Калифорния и некоторые другие регионы) // Математические методы в сейсмологии и геодинимике. М.: Наука, 1986. С.23-37. (Вычисл. сейсмология; Вып. 19).
6. Кейлис-Борок В.И., Кособов В.Г. Периоды повышенной вероятности возникновения для сильных землетрясений мира // Математические методы в сейсмологии и геодинимике. М.: Наука, 1986. С.48-58. (Вычисл. сейсмология; Вып. 19).
7. GHDB (Global Hipocenters Data Base), 1989. Global Hipocenters Data Base CD-ROM NEIC/USGS. Denver, CO, 1989 and its updates through July 1. 1998.
8. Molchan G.M. Earthquake prediction as a decision-making problem // Pure and Appl. Geoph. Vol.149. Basel: Birkhäuser Verlag, 1997. P.233-247.
9. De Yi Feng, Jing Ping Gu, Ming Zhou Lin, Shao Xie Xu, Hue Jun Yu. Assessment of earthquake hazard by simultaneous use of the statistical method of fuzzy mathematics // PAGEOPH. 1984/85. Vol.126, N 6. P.982-997.