

УДК 550.34

**ПРИКЛАДНОЙ АНАЛИЗ
ТОЧЕЧНЫХ ПРОЦЕССОВ И ПОЛЕЙ.
СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МИГРАЦИИ
ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ**

В.Ф. Писаренко, И.В. Заляпин, И.В. Кузнецов,
А.А. Любушин, Т.А. Рукавишникова, А.Ф. Кушнир

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук, Москва*

Работа посвящена прикладному статистическому анализу точечных полей с целью его применения к изучению особенностей пространственно-временного распределения землетрясений. Предложен новый алгоритм выявления миграций сейсмического потока. Основным отличием предлагаемого алгоритма от существующих является возможность учитывать пространственные и временные неоднородности распределения событий при принятии решения о наличии миграции. С помощью алгоритма анализируются миграционные свойства сейсмичности Тихоокеанского сейсмического пояса в период с 1900 по 1996 гг.

**APPLIED ANALYSIS
OF POINT PROCESSES AND FIELDS.
STATISTICAL ANALYSIS OF SEISMIC MIGRATION**

V.F. Pisarenko, I.V. Zaliapin, I.V. Kuznetsov,
A.A. Lybushin, T.A. Rukavishnikova, and A.F. Kushnir

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow*

The work is devoted to applied statistical analysis of point fields with the object of its application to analysis of time-spatial features of earthquake hypocenter distribution. A new algorithm for detection of seismic migration is proposed. The main feature of the algorithm in comparison to existing ones is a possibility of taking in to account spatial and temporal variations of event distribution testing hypothesis about migration. The algorithm is applied to the analysis of migration properties of seismicity of the Circum-Pacific belt in the time period from 1900 to 1996.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена прикладному статистическому анализу точечных полей с целью его применения к изучению миграции землетрясений.

Термин "миграция землетрясений" используется многими сейсмологами [1–3], однако различные исследователи понимают его по-разному. Говоря нестрого, под миграцией землетрясений, или миграцией сейсмической активности, имеют в виду систематическое, направленное перемещение гипоцентров землетрясений по какому-то направлению (чаще всего, вдоль некоторого разлома земной коры). Впрочем, это систематическое перемещение сопровождается помехами, т.е. отдельными землетрясениями или группами землетрясений, для которых перемещения последовательных гипоцентров не укладываются в общую тенденцию. Классическим примером миграции землетрясений является перемещение на запад вдоль Анатолийского разлома эпицентров сильных землетрясений (1942–1967 гг. $M = 7.1–7.6$), последовавшее за сильнейшим Эрзурумским землетрясением 1939 г., $M = 8.0$ [1, 3]. В литературе описано множество случаев миграции сильных землетрясений (см., например, [1–7]), однако во многих из них тенденция к направленному перемещению эпицентров последовательных сильных толчков не такая ясная, как в упомянутом выше случае для Анатолийского разлома. Весьма велик разброс оценок кажущихся скоростей миграции: от 4 до 1000 км/год. Для последовательности афтершоков сильного землетрясения разброс оценок кажущейся скорости миграции еще значительней: от 4 км/сут до 9600 км/сут.

Многие исследователи связывают миграцию с медленными деформационными волнами в земной коре [8–10]. Причинами, возбуждающими эти волны, могут служить сильнейшие землетрясения, неравномерность вращения Земли, неравномерность относительного перемещения литосферных плит или каких-то других процессов, описывающих динамику земных недр. Если использовать волновую терминологию для описания сейсмической миграции, то можно, по-видимому, говорить о встречных волнах миграции или же об отражении миграционной волны от тех или иных геологических препятствий на пути распространения (стыки плит, пересечения разломов и т.п.). В работах [5, 6] выявлены характерные статистические особенности цепочек сильных и средних землетрясений.

Оценивая состояние вопроса об исследовании сейсмической миграции, можно сделать вывод, что для строгого количественного изучения этого явления нужны четкие статистические модели. Первые попытки такого статистического подхода сделаны в работах [4, 11–13], однако их нельзя считать исчерпывающими. В этих работах модели шумового процесса (отсутствия миграции), на основе которых определялась значимость миграционных волн, были довольно упрощенными. Последовательный, количественный анализ миграции землетрясений, по-видимому, можно осуществить на базе теории точечных полей [14–16].

Заметим, что если бы сейсмическая миграция проявлялась в виде постоянно существующих и идущих с постоянной скоростью в некотором направлении гармонических волн, то ее можно было бы легко обнаружить на пространственно-временных спектрах, изучавшихся в [17]. Искусственные примеры миграционных спектров приведены в этой работе. Носители таких спектров имеют вид линий в пространстве частот. Однако, как уже отмечалось в [17], в реальных катало-

гах явных волн подобного вида не наблюдается. Поэтому для изучения сейсмической миграции необходимо применить более эффективные методы, основанные на анализе точечных полей во временной области. В настоящей работе изучение сейсмической миграции проводится именно в таком плане.

Статья организована следующим образом. В разд. 1 описывается процедура преобразования совокупности землетрясений в двумерное точечное поле и обсуждается проявление миграционных свойств сейсмичности в соответствующем ей точечном поле. Дается определение миграции событий в терминах интенсивности точечного поля. Затронуты вопросы, касающиеся статистической проверки гипотезы о наличии миграции событий точечного поля.

Разд. 2 посвящен описанию предлагаемого метода обнаружения миграций. Предлагается алгоритм выявления миграций, основанный на бутстреп-методе и позволяющий учитывать существующие в реальной сейсмичности неоднородности пространственного и временного распределения событий.

В разд. 3 описаны результаты применения алгоритма к реальной сейсмичности. Проводится изучение сейсмической миграции вдоль восточной части Тихоокеанского сейсмического пояса в период с 1900 по 1996 гг. Поскольку сейсмичность этого региона сосредоточена в относительно узкой полосе вдоль западного побережья Америки, пространственную координату с некоторым приближением можно определить как расстояние вдоль этой линии от некоторой начальной точки. Таким образом, пространственная координата в этом случае является одномерной, что значительно упрощает статистический анализ и делает его более наглядным. Анализ показывает, что сейсмическая миграция в этом регионе существует, но проявляется она довольно слабо.

Проводится также анализ миграции афтершоков сильных землетрясений. В результате статистического анализа полей афтершоков от нескольких сильных землетрясений в Южной Калифорнии и Японии выявлена миграция, кажущаяся скоростью которой убывает от 3600 км/г. в начале потока до 5 км/г. в конце.

Завершается статья обсуждением полученных результатов и математическим Приложением.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКОЙ МИГРАЦИИ

Чтобы выявить то общее, что обычно сейсмологи имеют в виду под термином "миграция землетрясений", воспользуемся понятием случайного точечного пространственно-временного поля $dM(t, \lambda, \phi, h)$ [17]. Здесь $dM(t, \lambda, \phi, h)$ – число точек, попавших в параллелепипед

$$(\bar{t}, \bar{\lambda}, \bar{\phi}, \bar{h}) : t - dt < \bar{t} \leq t; \lambda - d\lambda < \bar{\lambda} \leq \lambda; \phi - d\phi < \bar{\phi} \leq \phi; h - dh < \bar{h} \leq h.$$

Координаты (λ, ϕ, h) задают положение событий в трехмерном пространстве, и обозначают соответственно долготу, широту и глубину гипоцентра землетрясения, t задает время события.

С помощью такого поля совокупность землетрясений произвольного каталога можно представить в виде

$$dM(t, \lambda, \phi, h) = \sum_i \delta(t - t_i, \lambda - \lambda_i, \phi - \phi_i, h - h_i) dt d\lambda d\phi dh, (t, \lambda, \phi, h) \in \Omega. \quad (1)$$

Здесь $(t_i, \lambda_i, \phi_i, h_i)$ – время и координаты гипоцентра i -го землетрясения, Ω – совокупность всех времен-координат рассматриваемой области. Заметим, что в представлении (1) не учитывается явно магнитуда землетрясения. Мы будем использовать информацию о магнитудах, анализируя точечные поля (1), относящиеся к разным диапазонам магнитуд.

Будем анализировать так называемую одномерную миграцию, т.е. миграцию вдоль некоторой линии L , которая может быть представлена в параметрическом виде

$$L = \{(\lambda(x), \phi(x), h(x)), x \in [0, X]\}. \quad (2)$$

Параметр x , входящий в представление (2), который будет использован в дальнейшем для определения положения вдоль линии L , назовем *координатой вдоль линии*.

Спроектировав события анализируемого поля $dM(t, \lambda, \phi, h)$ на линию L в пространстве $\lambda \times \phi \times h$, поставим в соответствие каждому событию однозначно определенную координату x его проекции на L . Таким образом, можно перейти от четырехмерного поля $dM(t, \lambda, \phi, h)$ к двумерному точечному полю $dN(t, x)$. Заметим, что в случае перемещения событий поля dM вдоль линии L с постоянной скоростью v события точечного поля dN будут располагаться на плоскости $T \times X$ вдоль прямых линий, идущих под углом $\alpha = \arctg v$ к оси OT . Таким образом, наличие преобладающих значений в распределении скоростей равносильно наличию преобладающих значений в распределении углов α .

Идея алгоритма выявления миграций, описанного в разд. 2, состоит в следующем. С помощью бутстреп-метода мы получим распределение углов α при гипотезе отсутствия миграции и будем сравнивать с ним распределение углов для реального каталога.

Для пространственно-временных полей вводится условная плотность вероятности $P(t + \tau, x + \Delta | t, x)$, которую можно рассматривать как аналог корреляционной функции непрерывного поля. Выражение $P(t + \tau, x + \Delta | t, x) d\tau d\Delta$ задает условную вероятность появления события в окрестности точки $(t + \tau, x + \Delta)$ при условии, что имеется событие в точке (t, x) . В терминах плотности P миграцию землетрясений (локальную) в точке (t, x) можно отождествить с несимметрией функции $P(t + \tau, x + \Delta | t, x)$ по Δ в некоторой окрестности $|\tau| < \tau_0$, т.е.

$$P(t + \tau, x + \Delta | t, x) \neq P(t + \tau, x - \Delta | t, x), \quad |\tau| < \tau_0. \quad (3)$$

Наоборот, полную симметрию по Δ часто можно трактовать как отсутствие миграции в окрестности точки (t, x)

$$P(t + \tau, x + \Delta | t, x) \equiv P(t + \tau, x - \Delta | t, x), \quad |\tau| < \tau_0.$$

Однако такая трактовка понятия миграции является чересчур широкой, так как несимметрия в (3) может порождаться просто неоднородностью распределения сейсмичности по пространству без каких-либо пространственно-временных структур типа деформационных волн. Для того чтобы исключить такую "статическую" псевдомиграцию, создаваемую лишь пространственными неоднородностями поля, мы вводим определение факторизируемой интенсивности $\lambda(t, x)$ поля. Интенсивность $\lambda(t, x)$ называется факторизируемой, если она разлагается на два множителя, один из которых зависит только от t , а другой – только от x :

$$\lambda(t, x) = \lambda_T(t) \cdot \lambda_X(x). \quad (4)$$

Точечные поля с факторизуемой интенсивностью и создаваемые ими несимметрии условной плотности $P(t + \tau, x + \Delta | t, x)$ будем считать *немиграционными*. Соответственно, поля с нефакторизуемой интенсивностью будем считать обладающими свойством *миграции*.

Точечное поле $dN(t, x)$ предполагается однородным (стационарным) по времени. Впрочем, оно может содержать длиннопериодные компоненты (тренд), что следует учитывать при обработке реальных каталогов. Относительно пространственной координаты предположение об однородности является чересчур ограничительным за исключением отдельных частных случаев.

В практических применениях обычно имеют одну реализацию анализируемого процесса или поля, по которой требуется сделать заключение о наличии или отсутствии миграции. Поэтому необходимое для применения статистических методов усреднение по ансамблю независимых реализаций заменяют усреднением по времени-пространству. Такая замена обычно основана на предположениях стационарности и эргодичности процесса или поля. В нашем случае также будем опираться на аналогичные предположения о стационарности и эргодичности точечного поля по времени. Будем вычислять некоторую статистику в движущемся окне, имеющем на плоскости $T \times X$ форму круга при заданном соотношении масштабов времени и расстояния. Этот пробный круг при усреднении данной статистики будет перемещаться по всей реализации поля, представленной каталогом (или изучаемой в конкретном варианте частью каталога). Предполагается, что такое окно не слишком велико и что внутри него (при любом его положении) маргинальные распределения интенсивности по времени и пространству не имеют резко выраженных максимумов и минимумов. Изучая статистические свойства наборов точек, попадающих в скользящее окно при различных его положениях, будем принимать или отвергать гипотезу о миграции.

Гипотезу об отсутствии миграции обозначим H_0 , а альтернативную гипотезу о наличии миграции – H_1 . В некоторых случаях можно параметризовать гипотезы, т.е. предположить, что распределения полей известны с точностью до векторного составного параметра $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2)$, где Θ_1 и Θ_2 – некоторые векторные параметры с размерностями r_1 и r_2 соответственно, которые нужно оценить по наблюдаемой выборке, т.е. по имеющемуся каталогу событий. Если при этом гипотезе H_0 соответствует $\Theta_1 = 0$, т.е. гипотеза H_0 является частным случаем гипотезы H_1 при $\Theta_1 = 0$, то для статистической проверки H_0 против H_1 можно воспользоваться обобщенным критерием правдоподобия

$$-2 \log \frac{\max_{\Theta_2} L(0; \Theta_2)}{\max_{\Theta_1, \Theta_2} L(\Theta_1; \Theta_2)}, \quad (5)$$

где через $L(0; \Theta_2)$ обозначена функция правдоподобия реализации поля при H_0 , а $L(\Theta_1; \Theta_2)$ – функция правдоподобия при H_1 . При некоторых общих условиях, наложенных на поле, и при увеличении времени, охватываемого каталогом, выражение (5) при гипотезе H_0 будет асимптотически иметь χ -квадрат распределение с r_2 степенями свободы [18]. Однако параметрический подход имеет ограниченную область применения. Более общим является подход, основанный на бутстреп-

методе [19, 20]. При этом подходе мы должны иметь возможность генерировать с помощью датчика случайных чисел любое нужное количество независимых реализаций каталога при гипотезе H_0 . Выбрав подходящую статистику S (функцию от каталога), мы с помощью этих реализаций сможем построить эмпирическое распределение статистики S при гипотезе H_0 и по нему определить уровень значимости статистики S , сосчитанной по реальному каталогу. Таким образом, мы по существу строим критерий значимости гипотезы H_0 . Вопрос о мощности критерия, определяемого распределением статистики S при гипотезе H_1 , в принципе также может быть исследован с помощью бутстреп-метода, но он выходит за рамки данных исследований.

2. МЕТОД ВЫЯВЛЕНИЯ МИГРАЦИИ

Опишем суть предлагаемого метода. Более подробное изложение методики можно найти в [20].

Проверка гипотезы H_0 об отсутствии миграции будет проводиться на основании значений некоторой статистики S , вычисленных для точек, которые попали в скользящее пространственно-временное окно, задаваемое следующим неравенством:

$$\Omega_k = \left\{ (t, x) : V_{diag}^2 (t - t_k)^2 + (x - x_k)^2 \leq R^2 \right\},$$

где (t_k, x_k) – координаты центра окна, V_{diag} – соотношение временного и пространственного масштабов.

Для каждого положения окна строим оценку угла α , под которым сгущения точек на плоскости $T \times X$ наклонены к оси OT (значение $\alpha = \pi$ соответствует отрицательному направлению оси OT , значение $\alpha = 0$ – положительному).

В качестве локальной оценки угла α по точкам $\{(\tau_1^{(k)}, h_1^{(k)}), \dots, (\tau_{n_k}^{(k)}, h_{n_k}^{(k)})\}$, которые попали внутрь скользящего окна при некотором его положении, характеризуемом номером индекса k , возьмем оценку $\hat{\alpha}$ наибольшего правдоподобия для одной простой модели миграции. Эта модель задается следующим образом.

Допустим, что точки порождены процессом Кокса с условной интенсивностью $\lambda(t, x)$ в виде двумерного гауссовского распределения с отличным от нуля коэффициентом корреляции и равномерно распределенным центром

$$\lambda(t, x | t_0, x_0) = Cg(t - t_0, x - x_0),$$

где C – средняя интенсивность в области Ω ,

$$g(t, x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1+\kappa}} \exp \left\{ -\frac{[t \cos(\alpha) - x \sin(\alpha)]^2}{2\sigma^2} - \frac{[t \sin(\alpha) + x \cos(\alpha)]^2}{2\sigma^2(1+\kappa)} \right\},$$

а пара (t_0, x_0) равномерно распределена в области Ω .

Естественно считать, что $C = C_0 \cdot TX$, где через C_0 обозначена средняя удельная интенсивность процесса $dN(t, x)$.

Таким образом, миграция на фоне шума в данной модели проявляется в виде вытянутости эллиптических изолиний интенсивности. Чем сильнее проявляется миграция, тем более вытянуты изолинии, что соответствует увеличению коэффициента корреляции в двумерной гауссовской функции. Если эллиптические

изолинии вырождаются в круговые, то миграции нет. Таким образом, величина эксцентриситета может служить мерой отношения сигнал/шум, где под сигналом подразумеваются события, проявляющие тенденцию к миграции, а под шумом – не проявляющие такой тенденции.

В Приложении показано, что оценка максимального правдоподобия для угла α в такой модели имеет вид

$$\hat{\alpha} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2S_{\tau h}}{S_{\tau}^2 - S_h^2}, \quad (6)$$

где
$$S_{\tau}^2 = \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})^2, \quad S_h^2 = \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2, \quad S_{\tau h} = \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})(h_i - \bar{h}),$$

$$\bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum \tau_i, \quad \bar{h} = \frac{1}{n} \sum h_i.$$

Там же выведена оценка максимального правдоподобия для эксцентриситета $(1+\kappa)$

$$1 + \hat{\kappa} = \frac{S_{\tau}^2 + S_h^2 + \sqrt{4S_{\tau h}^2 + (S_{\tau}^2 - S_h^2)^2}}{S_{\tau}^2 + S_h^2 - \sqrt{4S_{\tau h}^2 + (S_{\tau}^2 - S_h^2)^2}}.$$

Показано, что эти оценки являются асимптотически несмещенными. Получены их асимптотические дисперсии.

Для однородного пуассоновского поля распределение значений α было бы равномерным (без учета незначительных краевых эффектов). Однако, если поле имеет маргинальное распределение по x , отличное от равномерного, то распределение значений α может заметно отличаться от равномерного даже при отсутствии миграции. Определяя гипотезу H_0 (отсутствие миграции) с помощью факторизуемой интенсивности (4), построим, используя бутстреп-метод, гистограмму $F_0(\alpha)$ значений оценки угла α , соответствующую H_0 . Сравнивая гистограмму значений α , полученную по реальному каталогу, с гистограммой F_0 , мы сможем, во-первых, выполнить статистическую проверку гипотезы H_0 , а, во-вторых, если она будет отвергнута, выявить значения углов, соответствующих наиболее вероятным скоростям миграции.

Для оценки расхождения реальной и бутстреп-гистограмм вычислим эмпирическую вероятность появления каждого из полученных для каталога значений гистограммы в поле, не обладающем свойством миграции. Если среди рассматриваемых значений встретится много маловероятных, то мы примем гипотезу H_1 о миграции.

Итак, предлагаемый алгоритм выявления пространственно-временных связей событий формально сводится к следующим действиям.

1. Выбор каталога (подкаталога) для анализа.
2. Выбор линии L предполагаемой миграции, проектирование координат событий на L , выбор параметра соотношения временного и пространственного масштабов V_{diag} , переход к двумерному точечному полю $dN(t, x)$.
3. Оценка маргинальных интенсивностей $\lambda_T(t)$, $\lambda_X(t)$ и вычисление факторизованной интенсивности $\lambda(t, x) = \lambda_T(t)\lambda_X(t)$. Эти оценки получаются методом ядерного сглаживания маргинальных распределений (см. подробнее [22]).

4. Генерирование N_b бутстреп-реализаций поля (бутстреп-каталогов) с факторизованной интенсивностью $\lambda(t, x)$. В соответствии с принятым определением, такие поля не обладают свойством миграции и, в то же время, сохраняют пространственные и временные особенности распределения событий анализируемого потока.

5. Вычисление оценок угла α в скользящем окне (наборе окон) W с помощью статистики S (в качестве S предлагается использовать статистику (6)) для реального каталога и для бутстреп-реализаций.

В некоторых случаях для дальнейшего анализа имеет смысл отбирать только те оценки $\hat{\alpha}$, которые имеют эксцентриситет $1 + \kappa$ больше некоторого заранее выбранного порога κ_0 (см. подробней [21]).

6. Вычисление гистограммы $F^*(\alpha)$ для реального каталога и гистограмм $F_0^{(j)}(\alpha)$ ($j = 1, \dots, N_b$) для каждого из бутстреп-каталогов. Количество дискретных значений α_l , в которых вычисляется гистограмма, обозначим через D .

7. Определение выборочной квантили q_l , соответствующей величине $F^*(\alpha_l)$ по бутстреп-выборке $F_0^{(1)}(\alpha_l), \dots, F_0^{(N_b)}(\alpha_l)$ для каждого из D значений угла α_l .

8. Вычисление статистики U : $U = \#\{l : q_l > q_0, l = 1, \dots, D\}$. Эта статистика равна числу различных дискретных значений угла α , для которых реальный каталог отличается от бутстреп-каталогов с уровнем значимости больше q_0 . Величина q_0 выбирается априори и не меняется в процессе анализа.

9. По значениям $U^{(j)}$, $j = 1, \dots, N_b$ статистики U , вычисленной для каждого из бутстреп-каталогов, определяется выборочный уровень значимости величины U^* , полученной по реальному каталогу. Если этот уровень значимости достаточно близок к 1 (скажем, больше 0.9), гипотеза H_0 отвергается.

10. Если гипотеза H_0 отвергается, то проводится определение скоростей и/или направлений миграций, соответствующих тем углам α , где значения $F^*(\alpha_l)$ гистограммы реального каталога больше всего отличаются от значений гистограмм бутстреп-каталогов.

Заметим, что из-за дискретизации значений α мы можем определить лишь *интервал* скоростей возможной миграции, а не точную скорость.

Выбор статистик S и U , используемых алгоритмом (п.п. 5 и 8), конечно, не является единственным. Вопрос об эффективности выбора иных форм статистик S и U на данный момент остается открытым.

3. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА К РЕАЛЬНОМУ КАТАЛОГУ

При исследовании сейсмичности восточной части Тихоокеанского сейсмического пояса в качестве линии L , по которой направлена возможная миграция, мы выбрали ломаную линию, совпадающую с основными разломами этого региона. Начало и конец L имеют соответственно координаты 58° N , 137.0° W , и 50.0° S , 75.0° W , длина L равна 15310 км. Координата x точечного поля возрастает с севера на юг от 0 до 15.31 тыс. км.

Для дальнейшего анализа использовались землетрясения из каталога NEIC, локализованные в полосе вокруг линии L шириной 200 км (рис. 1). При этом каждому событию ставилась в соответствие координата x_i его проекции на L ($0 \leq x_i \leq 15.31$). Сейсмичность этой зоны характеризуется значительными неоднородностями в распределении событий как по времени так и по пространству.

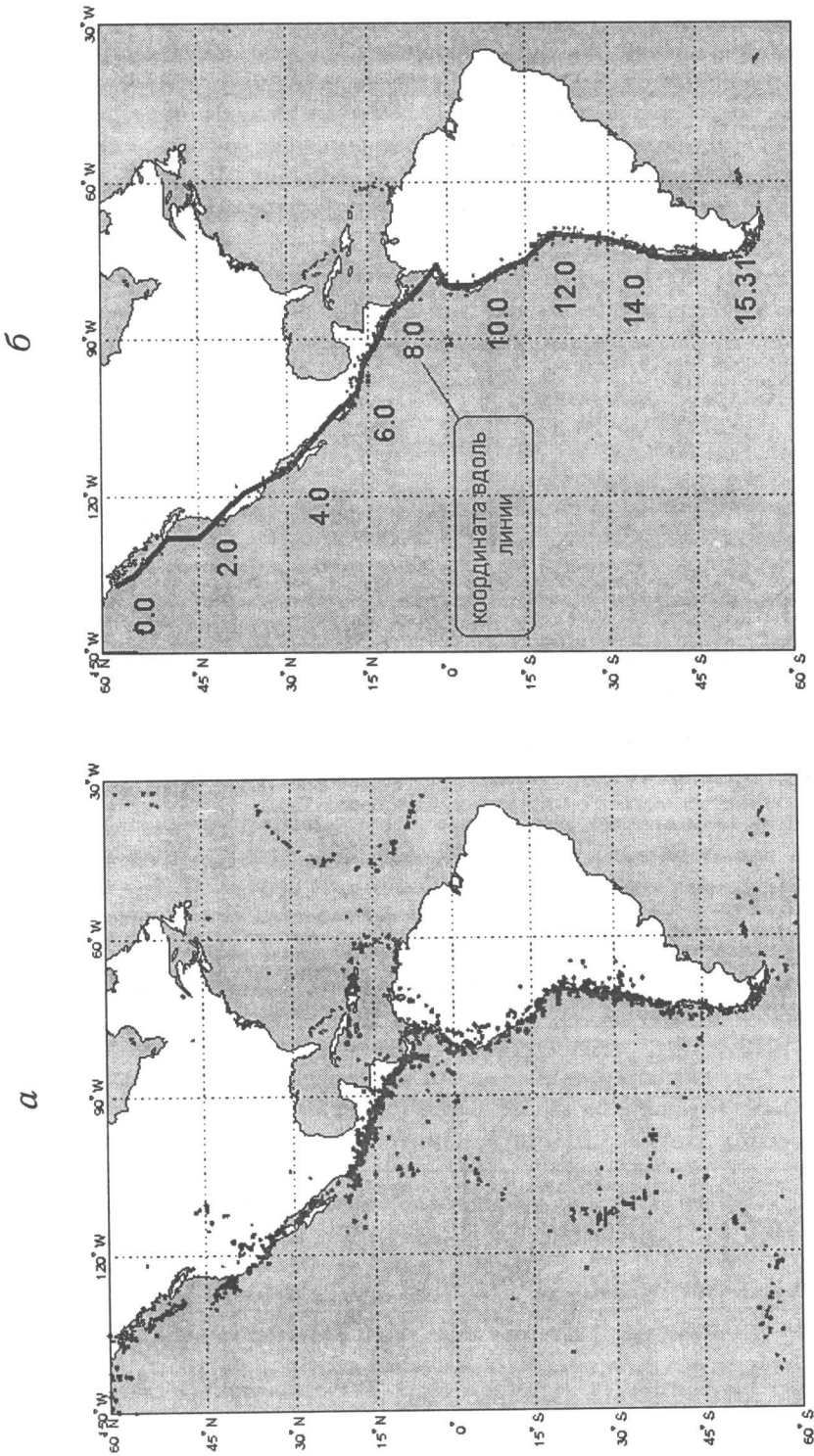


Рис. 1. Восточная часть Тихоокеанского сейсмического пояса:
 а – эпицентры землетрясений с $M_{max} \geq 6.0$, NEIS, 1900-1996 гг.; б – линия предполагаемой миграции;
 для некоторых точек указана координата вдоль линии (в тыс. км)

Одна из причин такой неоднородности – афтершоковая группируемость событий. Так как миграционные связи афтершоковых групп могут иметь свойства, существенно отличные от аналогичных свойств основных толчков, необходимо проводить анализ миграции отдельно для основных толчков и в афтершоковых сериях. Существуют различные способы определения афтершоков, каждый из которых ориентирован на свои определенные цели и задачи. В данной работе применялся оконный метод [23]. На рис. 2 дано распределение основных толчков.

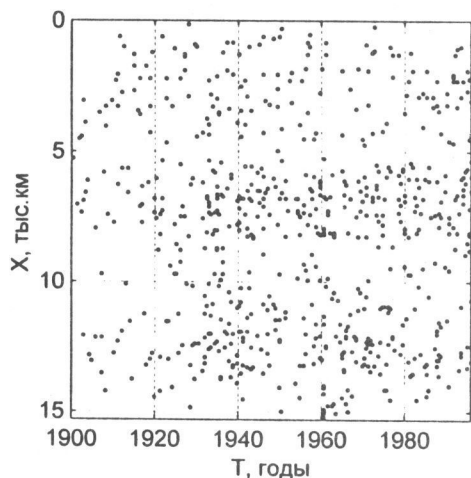


Рис. 2. Эпицентры основных толчков восточной части Тихоокеанского сейсмического пояса с $M_{\max} \geq 6.0$, NEIC, 1900-1996 гг., изображенные на плоскости $T \times X$

На рис. 3 показано маргинальное распределение событий по времени и пространству. Видно, что интенсивность событий в близких по пространству или времени областях может отличаться в несколько раз.

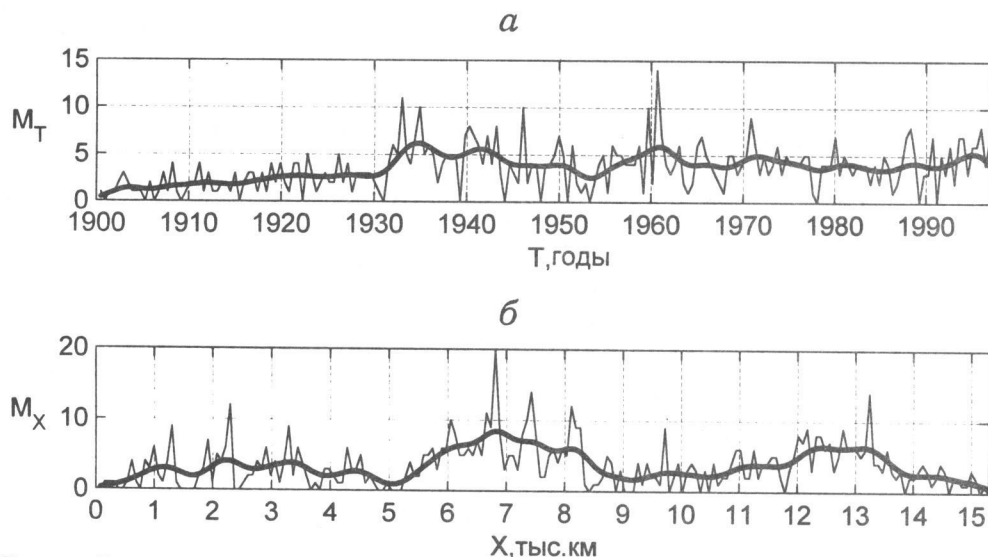


Рис. 3. Распределения событий восточной части Тихоокеанского сейсмического пояса с $M_{\max} \geq 6.0$, NEIC, 1900-1996 гг. по времени (а) и по пространству (вдоль линии предполагаемой миграции L) (б)

Кроме того, интенсивность землетрясений характеризуется низкочастотными временными и пространственными составляющими. Такие особенности пространственно-временного распределения сейсмичности хорошо известны и должны приниматься во внимание, особенно при анализе миграций.

Заметим, что сглаженная пространственная интенсивность (показанная на рис. 3, б жирной линией) имеет три выраженных максимума. Эти области условно соответствуют регионам Северной, Центральной и Южной Америки. В первую очередь был рассмотрен весь пояс ($X = [0, 15.31]$). При дальнейшем выборе областей пространственные границы выбирались так, чтобы каждая из анализируемых областей содержала один из максимумов сглаженной пространственной интенсивности (рис. 3, б). Точные временные и пространственные границы регионов приведены в табл. 1.

3.1. Выбор параметров алгоритма

При анализе рассматривались два временных интервала: с 1900 по 1996 гг. и с 1964 по 1996 гг. Для первого интервала рассматривались события с магнитудой $M_{\max} \geq 6$, для второго – с магнитудой $M_{\max} \geq 5$.

Для каждого из регионов было проверено наличие мелкомасштабной и крупномасштабной миграции. Мелкомасштабной мы называем миграцию, проявляющуюся на интервалах порядка нескольких лет и сотен километров. Крупномасштабная миграция проявляется на интервалах порядка десятков лет и тысяч километров. Поэтому размеры скользящего окна W при анализе мелкомасштабной миграции: $r_T \approx 1$ год и $r_X \approx 300$ км, при анализе крупномасштабной миграции: $r_T \approx 10$ лет и $r_X \approx 1000$ км.

Параметр D принимал значения 2, 8 и 16, причем чем меньше был масштаб рассматриваемой миграции, тем меньшее значение выбиралось для D .

Параметр κ_0 был взят равным 1 для всех регионов, за исключением Центральной Америки, где κ_0 принимал значения 2 и 6.

Значение параметра V_{diag} , определяющее интервал скоростей, в котором возможна эффективная проверка миграционных свойств сейсмического потока, выбиралось так, чтобы можно было эффективно тестировать скорости от первых десятков километров в год до тысячи километров в год.

Конкретные значения параметров алгоритма для каждого из рассмотренных вариантов даны в табл. 1, там же приведена сводка результатов анализа миграции (данные приведены по тем вариантам, результаты анализа которых оказались лучшими для данного региона).

Рассмотрим результаты анализа более детально.

3.2. Центральная Америка

Миграция в данном регионе, как видно из табл. 1, была обнаружена при трех различных наборах параметров алгоритма. Варианты, соответствующие этим наборам, обозначены как $C1$, $C2$ и $C3$. Обратимся вначале к варианту $C2$.

ТАБЛИЦА 1. Границы анализируемых регионов, параметры алгоритма и значимость обнаруженных миграций

Регион	Время, годы	Координата X , тыс. км	M_{cutoff}	V_{itag} , км/год	r_T , г	r_X , км	D	k_0	p	Вариант
Восточная половина Тихоокеанского кольца (весь регион)	1900 – 1996	0 – 15.31	6	157	6.3	995	16	1	0.82	A1
					10.1	1607			0.75	A2
					16.1	2526			0.85	A3
Северная Америка	1964 – 1996	1 – 5	5	247	1.45	450	8	1	0.70	N1
		1 – 6		154	10.0	1860			0.85	N2
Центральная Америка	1964 – 1996	5 – 8	5	92	7.6	705	16	2	0.97	C1
				216	1.1	210	2	6	0.99	C2
				216	1.7	330	2	6	0.98	C3
Южная Америка	1900 – 1996	10 – 15.31	6	109	10.1	1115	8	1	0.98	S1
				487	3.2	1609	16	1	0.78	S2

Примечание. Жирным шрифтом выделены названия тех вариантов, значимость миграций в которых оказалась больше 0.95.

Обозначения: M_{cutoff} – порог обрезания по магнитуде,

V_{itag} – скорость, соответствующая углу $\alpha = \pi/4$ в плоскости $T \times X$,

r_T, r_X – характерные размеры скользящего окна,

D – количество узлов решетки для оценки распределения статистики S ,

k_0 – порог по эксцентриситету,

p – значимость выявленной миграции

Миграция в мелком масштабе. В этом варианте был выбран временной интервал с 1964 по 1996 гг.

На рис. 4, а показаны значения гистограммы F_{α}^* , соответствующие выбранным параметрам (гистограмма состоит всего из двух значений, для углов $\alpha = \pi/4$ и $\alpha = 3\pi/4$). Там же приведены значения средних и стандартных отклонений для каждой из величин гистограммы, оцененные по 1000 бутструп-реализаций. При вычислении интенсивности поля при нулевой гипотезе маргинальная интенсивность по времени была сглажена гауссовским окном с параметром $\sigma = 1.5$ года.

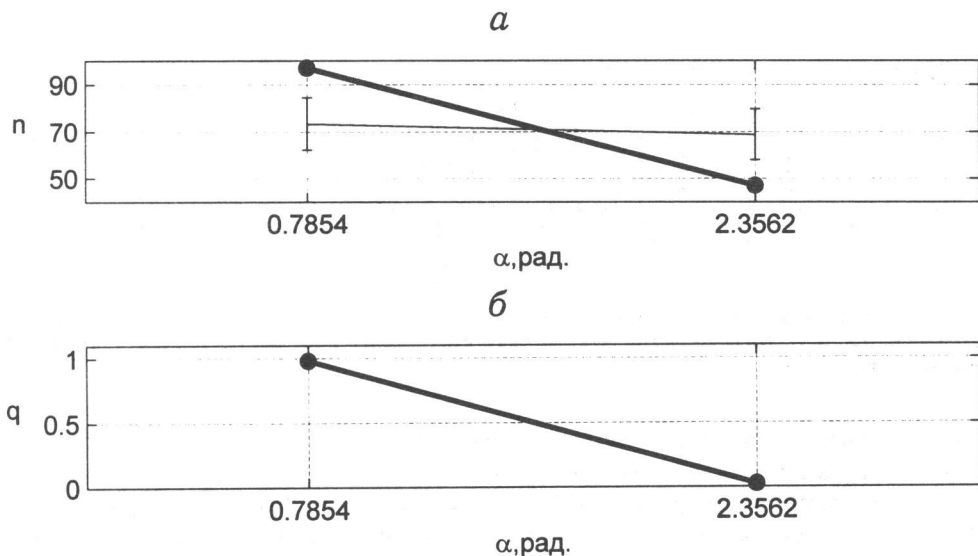


Рис. 4. Гистограммы F_{α}^* значений статистики S (Центральная Америка, вариант С2): а – абсолютные значения гистограммы (жирная линия) и среднее и стандартное отклонение для каждой из величин гистограммы (тонкая линия); б – эмпирические квантили, соответствующие значениям гистограммы, оценка по 1000 бутструп-реализаций

Видно, что результаты, полученные по реальному каталогу, значительно отличаются от полученных по случайным бутструп-реализациям поля при H_0 . Количество точек реального каталога, в которых оценка S принимает значения $0 \leq S < \pi/2$, превосходит ожидаемое при нулевой гипотезе, в то время как количество тех оценок S , для которых $\pi/2 \leq S < \pi$, оказалось меньше ожидаемого.

Насколько полученные значения статистики S отклоняются от ожидаемых при нулевой гипотезе, видно из рис. 4, б, где приведены квантили, соответствующие значениям гистограммы: отклонения обоих значений являются существенными.

На рис. 5 показаны распределения значений гистограммы, соответствующие бутструп-реализациям, и значения, полученные по реальному каталогу. Отклонение реальных значений от ожидаемых при H_0 представляется очевидным.

В рассматриваемом случае значимость статистики U совпадает со значимостью максимального квантиля $q_1 = 0.98$. Таким образом, мы отвергаем гипотезу H_0 с уровнем значимости $p = 0.98$ и считаем, что в рассматриваемом сейсмическом потоке присутствует миграция землетрясений, протекающая с севера на юг. Относительно скорости миграции можно лишь сказать, что она лежит в пределах от

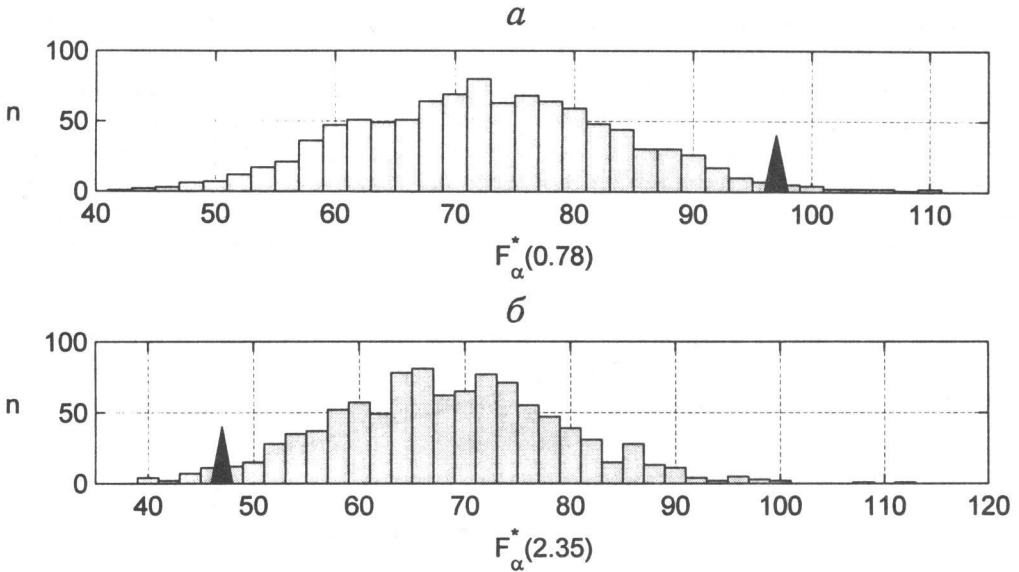


Рис. 5. Бутстреп-распределения значений гистограммы $F_{\alpha}^*(\pi/4)$ (а) и $F_{\alpha}^*(3\pi/4)$ (б) (Центральная Америка, вариант С2) и значение, полученное для реального каталога (темный треугольник)

десятков километров в год до тысячи километров в год. Именно этот интервал скоростей может быть эффективно оценен при нашем выборе V_{diag} .

Надо отметить, что варианты с более детальным разбиением интервала $[0, \pi]$ ($D = 8, 16$) выявляли миграцию с гораздо меньшим уровнем значимости (во всех рассмотренных вариантах значимость не превосходила значения $p = 0.9$). Это дает основание предположить, что в данном регионе мелкомасштабная миграция не характеризуется постоянной скоростью.

Теперь, когда присутствие миграции статистически подтверждено, надо локализовать миграционные волны в пространстве и времени. Простейшим способом такой локализации является выделение тех точек поля $dN(t, x)$, в которых статистика S приняла значение из интересующего нас интервала – в данном случае $0 \leq S < \pi/2$.

На рис. 6,а кружком отмечены те события, в которых статистика S приняла значения из интервала $[0, \pi/2)$, а для сравнения на рис. 6,б показаны все события рассматриваемого точечного поля. Видно, что существует несколько связанных областей, в которых сосредоточено большое количество событий, участвующих в миграции. Вместе с тем в поле присутствует достаточное количество событий, о которых нельзя с уверенностью сказать, что они мигрируют в каком-либо направлении. То, что значение оценки угла α в этих точках попало в интересующий нас интервал, скорее объясняется случайностью. Таким образом, простое выделение точек на основании значений статистики S недостаточно для эффективного решения вопроса о расположении зон миграции.

Для того чтобы учитывать информацию о группировании точек, претендующих на участие в миграции, применим следующую процедуру. В каждую точку поля,

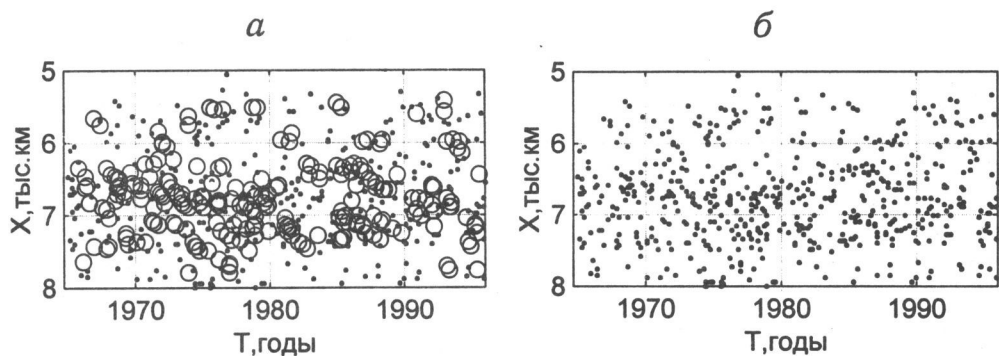


Рис. 6. Эпицентры рассматриваемых событий на плоскости $T \times X$ (Центральная Америка, вариант С2): кружком отмечены точки, где $0 \leq S < \frac{\pi}{2}$ (а); для сравнения приведены все события (б)

где значение статистики S приняло значения из интервала $[0, \pi/2)$, поместим непрерывную функцию в виде гауссовской интенсивности с углом наклона главной оси равным значению S в этой точке. Эксцентриситет гауссовской интенсивности положим равным κ_0 ($\kappa_0 = 6$). Таким образом, мы получим непрерывное поле \mathbb{D}

$$\mathbb{D} = \sum_{i \in I} w(t - t_i, x - x_i, \alpha_i), \tag{7}$$

где $w(t, x, \alpha) = C \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{[t \cos \alpha - x \sin \alpha]^2}{\sigma^2} + \frac{[t \sin \alpha + x \cos \alpha]^2}{\kappa_0 \sigma^2} \right] \right\}$,
 $\alpha_i = \widehat{S}_i, \sigma = r_T$.

Если предположить, что каждая точка (t_i, x_i) определяет локальную зону миграции со скоростью $v = \text{tg}\{\widehat{S}_i\}$, то непрерывное поле \mathbb{D} определяет интенсивность образовавшейся совокупной миграции. Если мы хотим выделить зоны достоверной миграции, то в качестве таких зон можно рассматривать области $Z = \{(t, x) : \mathbb{D}(t, x) > d_0\}$, где d_0 – некоторый порог.

На рис. 7,а показаны все события поля $dN(t, x)$ и изолинии поля \mathbb{D} , а на рис. 7,б оставлена изолиния, соответствующая $d_0 = 2$. Эта величина такова,

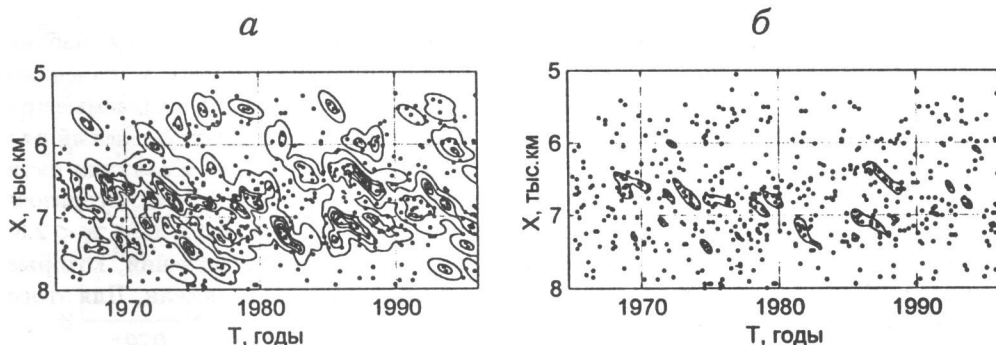


Рис. 7. Локализация зон миграции (Центральная Америка, вариант С2):
 а – рассматриваемые события (точки) и изолинии интенсивности миграции \mathbb{D} ;
 б – рассматриваемые события (точки) и изолиния интенсивности миграции, соответствующая 95% квантили

что выше нее в поле \mathbb{D} лежит 5% значений. Теперь зоны миграции хорошо локализованы и мы можем представить картину миграционного перемещения событий.

Миграция в большом масштабе. Анализ крупномасштабной миграции соответствует варианту С1 табл. 1. Как и в предыдущем варианте, был рассмотрен временной интервал с 1964 по 1996 гг.

Значения гистограммы F_α^* , среднее и стандартное отклонение, оцененные по 100 бутстреп-реализациям, показаны на рис. 8, а. При вычислении интенсивности немиграционного поля маргинальная интенсивность по времени была сглажена с помощью гауссовского ядра с $\sigma = 1.5$ года. На рис. 8, б даны значения квантилей, соответствующие каждому из значений гистограммы.

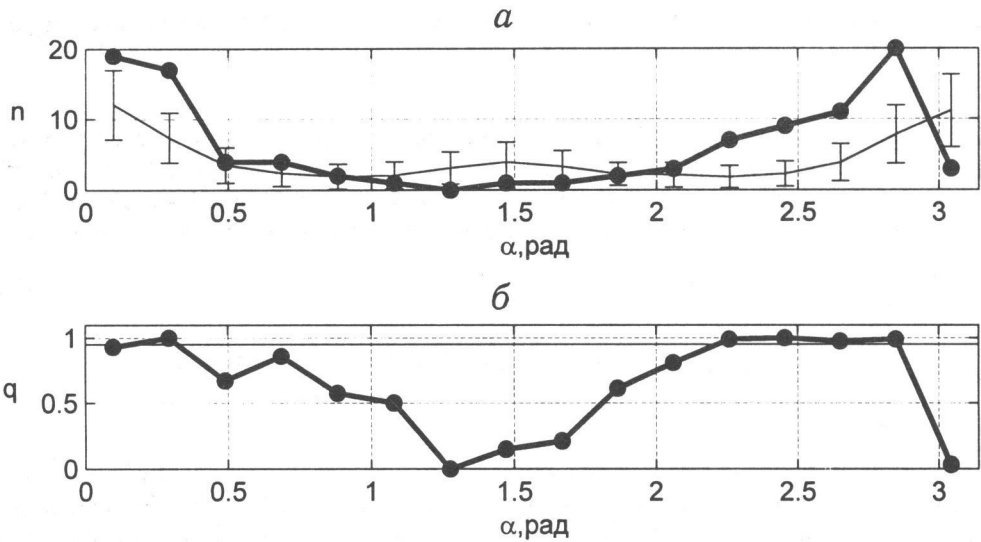


Рис. 8. Гистограммы F_α^* значений статистики S (Центральная Америка, вариант С1):

а – абсолютные значения гистограммы (жирная линия) и среднее и стандартное отклонение для каждой из величин гистограммы, оцененные по 100 бутстреп-реализациям (тонкая линия); б – эмпирические квантили, соответствующие значениям гистограммы, оцененные по 100 бутстреп-реализациям; тонкая линия: $q = 0.95$

Из рис. 8, а видно, что в поле, соответствующем реальному каталогу, наблюдается значительное число событий, угол миграции которых близок к значениям $\alpha = 0.2$ и $\alpha = 2.8$. Значения гистограммы в этих точках выходят за ожидаемые при отсутствии миграции интервалы. На рис. 8, б показано, что существует целый ряд значений гистограммы, значимо отклоняющихся от ожидаемых. Квантили пяти точек оказываются больше порога 0.95, отмеченного на рис. 8, б тонкой горизонтальной линией. Эти точки соответствуют значениям $0 \leq \alpha < 0.3$ и $2.2 \leq \alpha < 2.8$.

Проверим, насколько вероятно получить такое количество значений, которые сильно отклоняются от ожидаемых величин, в немиграционной модели. Для этого воспользуемся статистикой U .

На рис. 9, а приведено распределение значений статистики U при $q_0 = 0.9$, значение статистики 6 соответствует значению реального каталога. Вероятность $(1 - p)$ наблюдения такого или большего значения в эмпирическом бутстреп-распределении составляет 0.03, что заставляет нас рассматривать значение 6

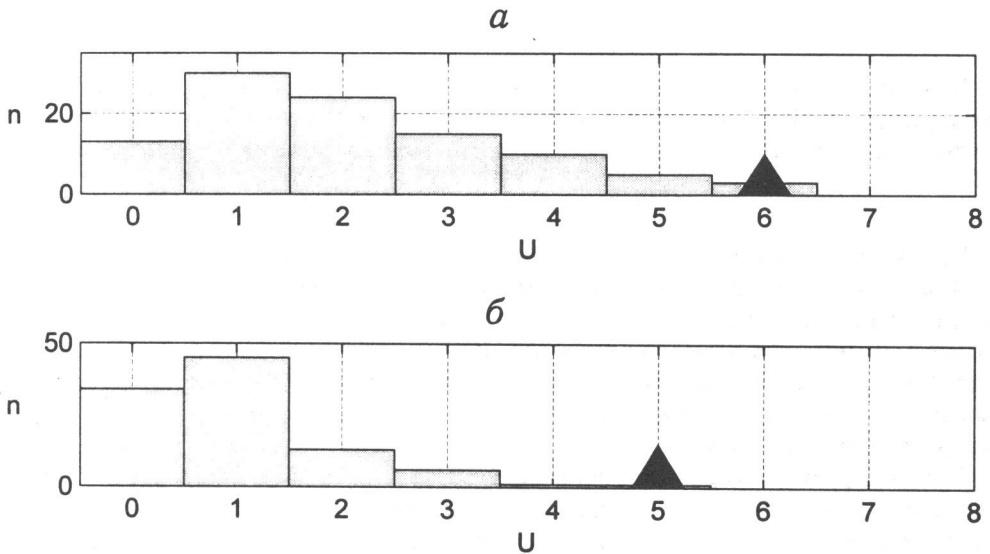


Рис. 9. Бутстреп-распределения значений статистики U при $q_0 = 0.9$ (а) и $q_0 = 0.95$ (б) (Центральная Америка, вариант С1) и значение, полученное для реального каталога (темный треугольник)

как сильно отклоняющееся от ожидаемого. При формальном тестировании мы отвергнем гипотезу об отсутствии миграции с уровнем значимости $p = (1 - 0.03) = 0.97$. Однако величина q_0 при таком анализе должна выбираться априорно, поэтому полезно проверить, как будет меняться вероятность p при изменении значения параметра q_0 . На рис. 9,б приведена гистограмма значений статистики U , соответствующая $q_0 = 0.95$.

Рис. 10 дает представление о форме поля D , определенного выше (7), и о зонах надежно выделенной миграции.

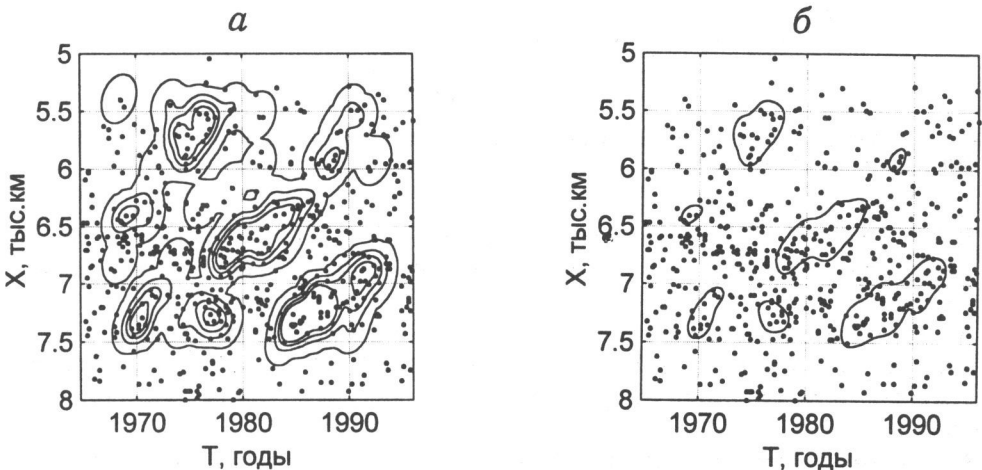


Рис. 10. Локализация зон миграции (Центральная Америка, вариант С1). Обозначения, как на рис. 7

3.3. Южная Америка

Данный регион отличается тем, что в нем происходит большое количество сильных ($M_{\max} \geq 6$) событий, поэтому появляется возможность анализировать временные периоды до 1964 г. Мы проанализировали два временных интервала:

$$T_1 = [1900, 1996] \text{ и } T_2 = [1964, 1996].$$

Временной интервал 1900–1996 гг. Этот вариант в табл. 1 обозначен $S1$.

С помощью описанной выше методики в данном варианте выявлено два направления миграции: с юга на север со скоростью в интервале 50–150 км/год и с севера на юг со скоростью в интервале 30–75 км/год. Отметим, что хотя в этом варианте использовалось значение $\kappa_0 = 1$, эксцентриситет гауссовской интенсивности, формирующей непрерывное поле D , был выбран равным 2, чтобы подчеркнуть миграционное направление.

Зоны миграции в различных направлениях показаны вместе на рис. 11. Следует отметить, что миграции с разными направлениями распространения чередуются во времени. Миграция имеет тенденцию менять направление без длительных временных задержек.

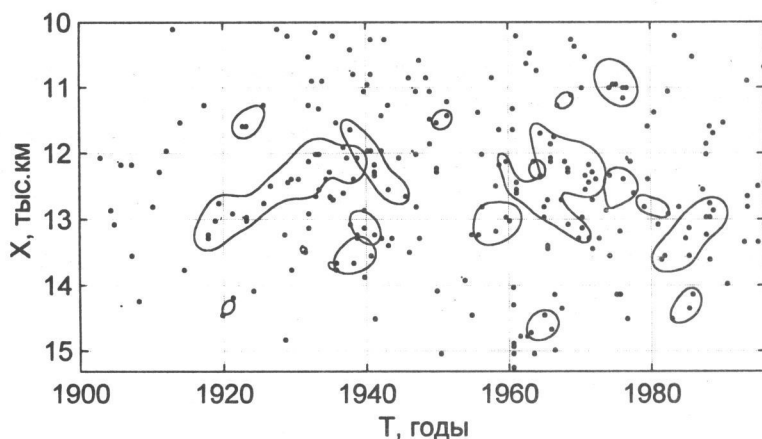


Рис. 11. Зоны сейсмической миграции, выделенные с помощью алгоритма (Южная Америка, вариант $S1$)

Из 96 рассмотренных лет миграция протекала в течение примерно 60 лет. Наиболее надежные миграционные зоны занимают временной промежуток около 50 лет.

К сделанным выводам следует относиться с осторожностью, так как нет никаких фактов, которые бы подтверждали, что подобная ситуация характерна для сейсмичности в целом или, по крайней мере, для большого числа сейсмоактивных регионов.

Временной интервал 1964–1996 г. Этот вариант в табл. 1 обозначен $S2$.

F_{α}^* , бутстреп-границы и квантили каждого из значений показаны на рис. 12. Скорости возможных миграций соответствуют углам $\alpha = 0.3$ и $\alpha = 0.7$.

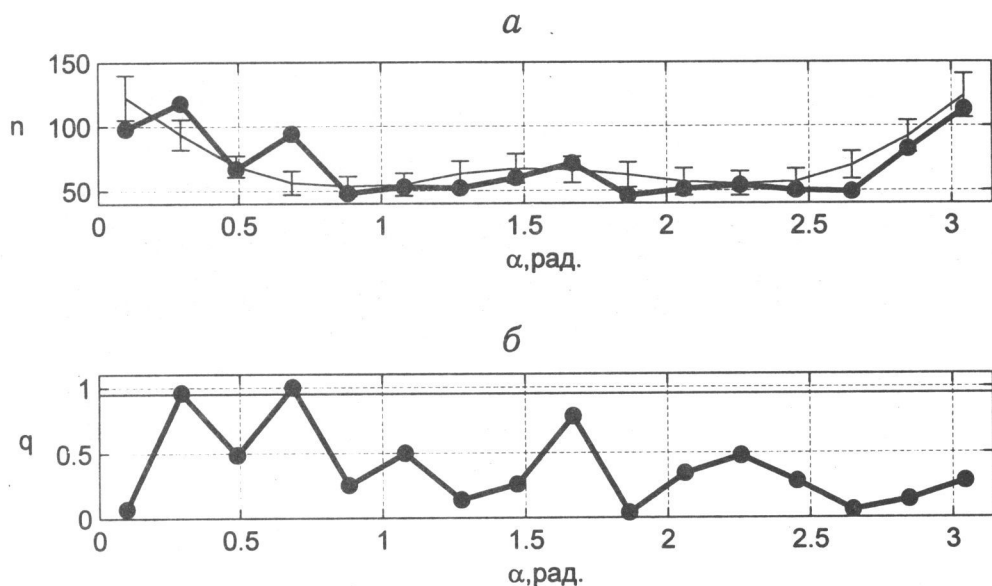


Рис. 12. Гистограммы F_{α}^* значений статистики S (Южная Америка, вариант S2).
Обозначения, как на рис. 8

На рис. 13 изображено распределение значений статистики U при $q_0 = 0.95$ для 50 бутстреп-реализаций и отмечено значение, соответствующее реальному каталогу. Видно, что появление двух выбросов в немиграционных выборках имеет достаточно большую вероятность.

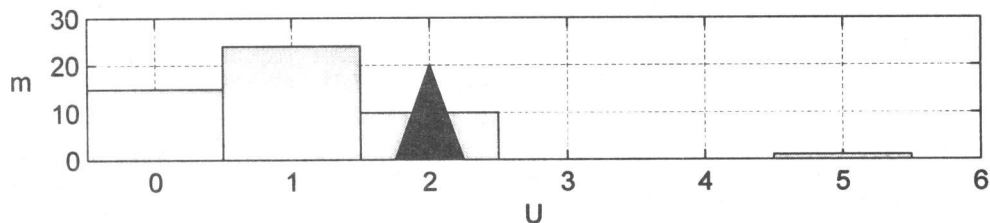


Рис. 13. Бутстреп-распределение значений статистики U при $q_0 = 0.95$ и значение, полученное для реального каталога (Южная Америка, вариант S2) (темный треугольник)

Интересно посмотреть, какие события формируют миграцию с выделенными (хотя и незначимо) скоростями. На рис. 14 показаны события рассматриваемого региона и выделены те из них, которые отвечают значениям 0.3 и 0.7 статистики S . Отметим хорошо видную группировку событий, отвечающих выделенным скоростям.

В результате анализа существования миграции было статистически подтверждено в пяти случаях. Скорости статистически значимых миграций приведены в табл. 2 (дана характерная скорость перемещения событий).

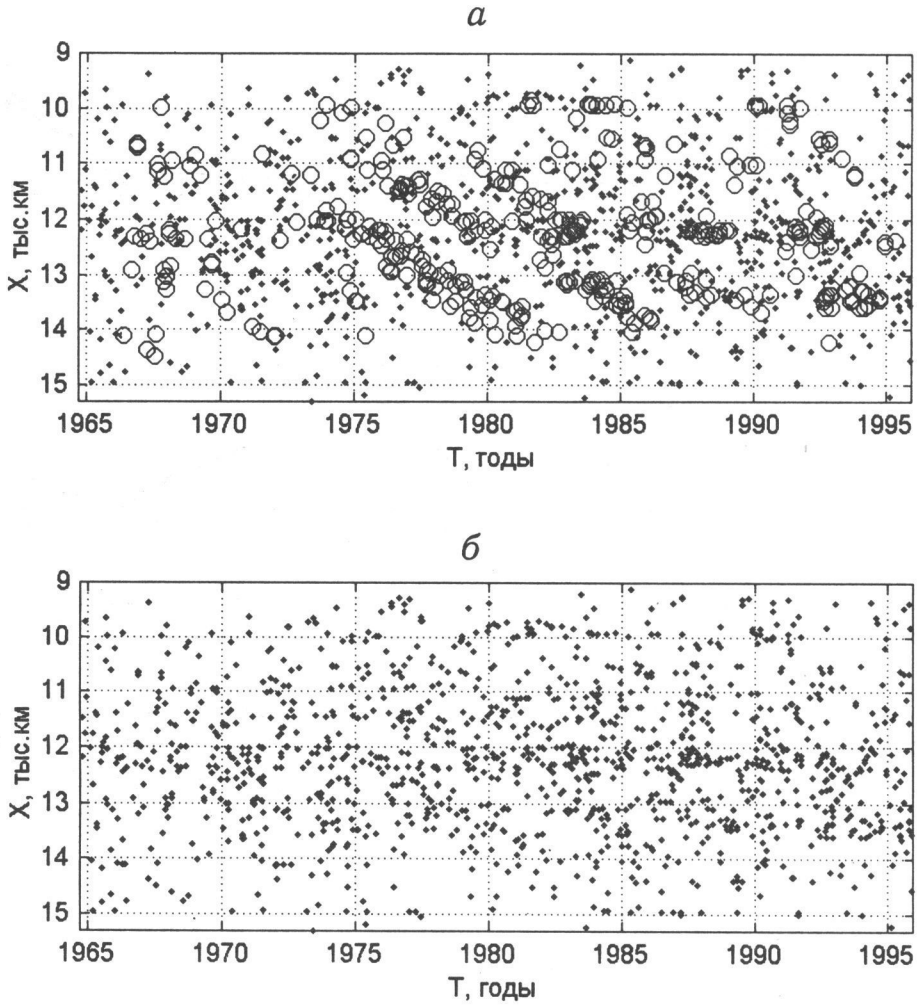


Рис. 14. Эпицентры рассматриваемых событий на плоскости $T \times X$ (Южная Америка, вариант S2): кружком отмечены точки, в которых $0.2 \leq S < 0.4$ и $0.6 \leq S < 0.8$ (а); для сравнения приведены все события (б)

ТАБЛИЦА 2. Скорости статистически значимых миграций

Регион	Время, годы	Координата X, тыс. км	Вариант	Скорость миграции, км/г	
				север-юг	юг-север
Центральная Америка	1964–1996	5–8	C1	–	32–127
			C2	~ 200*	–
			C3	~ 200	–
Южная Америка	1900–1996	10–15.31	S1	33–74	51–150

3.4. Афтершоковые серии

Перейдем к анализу миграционных свойств афтершоковых серий. Заметим, что такие свойства могут существенно отличаться от миграционных свойств основных толчков и это должно быть учтено при выборе значений параметров алгоритма.

Выбор параметров алгоритма. Прежде всего, афтершоковая серия должна быть достаточно велика, чтобы к ней можно было применять статистический анализ и поэтому пороги по магнитуде, если они и вводятся, должны быть существенно меньше, чем пороги для основных толчков.

Естественно, меняются временные и пространственные масштабы изучаемого процесса. Хотя известно, что некоторые уникальные афтершоковые серии могут длиться до 10 лет, в работе [23] показано, что длительность афтершоковой серии после основного толчка с $M = 6.5$ не превышает обычно 2.5 лет. В связи с этим характерный временной размер скользящего окна W должен принимать значение порядка месяца.

Аналогично, характерный пространственный масштаб должен соответствовать характерному размеру афтершоковых зон основных толчков данной магнитуды, т.е. быть порядка километра для землетрясений с магнитудой $M \geq 6$.

Одним из хорошо изученных вопросов, связанных с афтершоковыми последовательностями, является убывание их интенсивности. Известно [24], что такое убывание подчиняется степенному закону Омори. В связи с этим, при анализе афтершоковых серий имеет смысл изучать точечные поля на плоскости $\log\{T\} \times X$. При этом прямолинейная структура с углом наклона α к оси $\log\{T\}$ означает существование миграции со скоростью, убывающей степенным образом: $v(t) = \text{tg } \alpha / t$.

Результаты анализа. Было проанализировано несколько афтершоковых серий, относящихся к событиям в Северной Америке и Японии.

В некоторых из рассмотренных серий удалось на статистически значимом уровне выявить миграционное перемещение событий. В табл. 3 приведены основные характеристики этих серий и указана значимость (p), с которой принималась гипотеза о наличии миграции.

ТАБЛИЦА 3. Параметры анализируемых афтершоковых серий и значимость обнаруженной миграции (p)

Регион	Дата	Время		φ , град	λ , град	M	N	V , км/сут	p
		час	мин						
Северная Америка	25.05.1980	19	44	37.56	-118.79	6.5	264	10	0.999
	22.11.1986	00	41	34.55	139.52	6.0	780	13	0.999
Япония	01.11.1989	18	25	39.85	143.06	7.1	547	25	0.999
	22.08.1990	23	47	35.35	140.40	5.4	48	2	0.945

Обозначения: φ , λ – широта и долгота эпицентра основного толчка,
 N – количество событий в выделенной афтершоковой серии,
 V – скорость миграции через сутки после основного толчка

Обратимся более детально к анализу афтершоковой серии одного сильного землетрясения Южной Калифорнии 1980 г., $\phi = 37^{\circ}56'$, $\lambda = -118^{\circ}79'$, $M = 6.5$ (данные получены из каталога СИТ). Афтершоки были определены оконным методом. Рассматривались только афтершоки с $M \geq 3.5$. Для определения координаты X была взята линия L , проходящая через центр (ϕ_0, λ_0) облака афтершоков

$$\phi_0 = \frac{1}{n} \sum \phi_i, \quad \lambda_0 = \frac{1}{n} \sum \lambda_i$$

под углом α , равным значению статистики S (6), вычисленному по всем рассматриваемым точкам.

Карта событий рассматриваемой афтершоковой серии приведена на рис. 15, а, на рис. 15, б события изображены на плоскости $\log\{T\} \times X$. Следует отметить значительные неравномерности в пространственно-временном распределении событий: основная их часть сгруппирована в широкой полосе в центре рассматриваемой

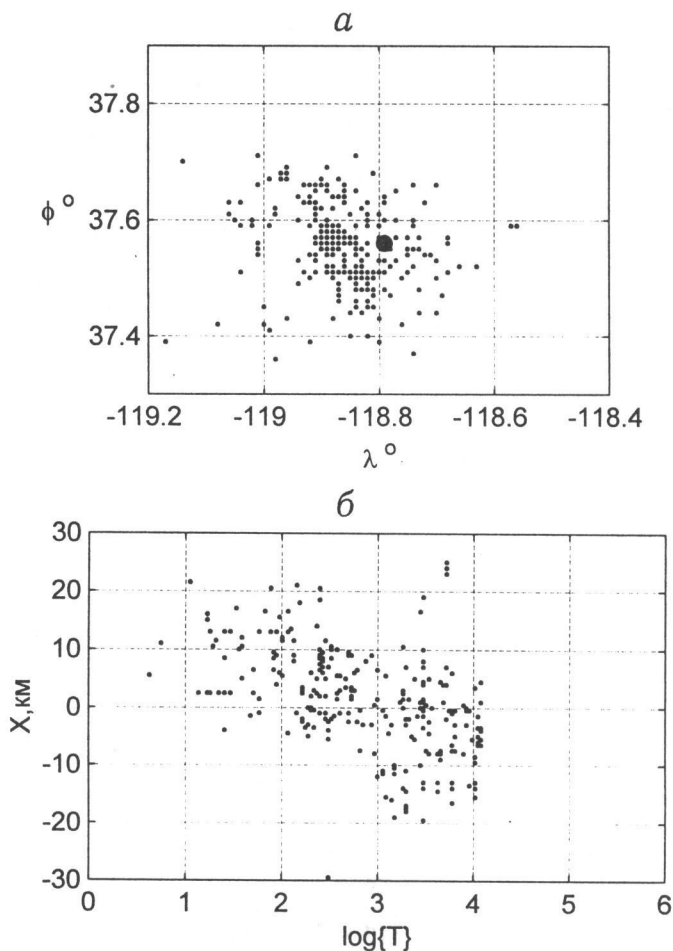


Рис. 15. Карты эпицентров афтершоковой серии (Южная Калифорния, СИТ, 1980 г.): а – афтершоки с $M \geq 3.5$ и основной толчок (затемненный кружок); б – эпицентры событий на плоскости $\log T \times X$

области, вне этой полосы событий практически нет. Распределение существенно отличается от наблюдаемого для основных толчков, как по форме, так и по степени группируемости, что вполне естественно при переходе к афтершоковым сериям. Визуально можно сделать вывод о том, что упомянутая полоса расположена под некоторым углом к оси $\log\{T\}$ и, следовательно, события мигрируют. Отметим, что для основных толчков такой яркой картины не наблюдалось, хотя вполне возможно это объясняется незначительным количеством рассмотренных вариантов.

Гистограмма значений статистики S приведена на рис. 16. Обратим внимание на то, что линия, образуемая средними значениями гистограммы при гипотезе H_0 , имеет ту же W-образную форму, что и в случае анализа основных толчков (ср. с рис. 8, 12). Это, как и прежде, объясняется принятыми предположениями о факторизуемости интенсивности немиграционного поля.

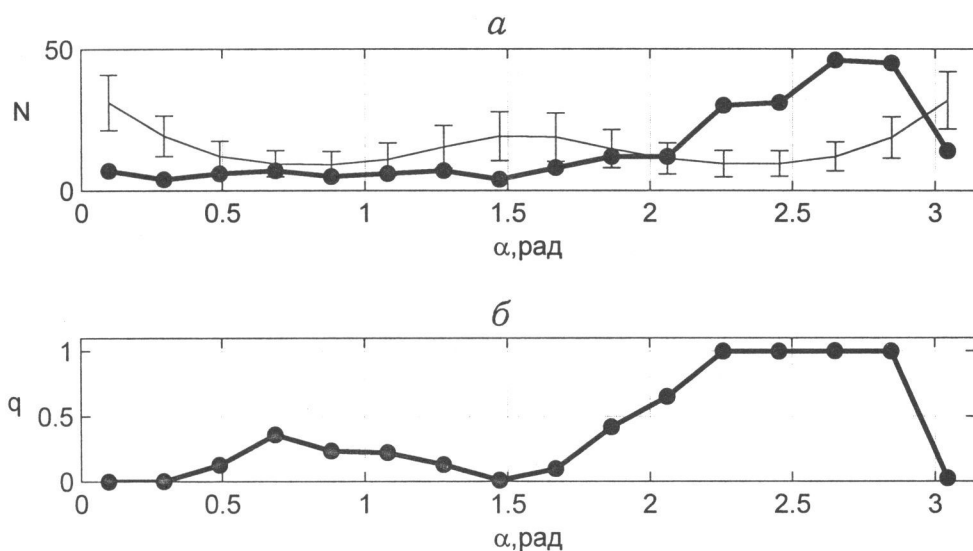


Рис. 16. Гистограммы F_{α}^* значений статистики S (афтершоковая серия, Южная Калифорния, 1980 г.).

Обозначения, как на рис. 4

В анализируемом варианте четыре значения гистограммы F_{α}^* не попали в интервал, который определяется минимальным и максимальным значениями бутстреп-гистограммы, полученными по 1000 реализаций при H_0 . Таким образом, значения четырех квантилей оказались равными единице (это означает реально, что $q_i > 0.999$). Поэтому при значительном увеличении значения q_0 (скажем, при $q_0 > 0.98$) значения вероятности p продолжают расти, демонстрируя высокую надежность утверждения о наличии миграции.

Если принять гипотезу о том, что события анализируемой серии лежат вдоль прямой в плоскости $\log\{T\} \times X$, то скорость миграции, как уже упоминалось, убывает степенным образом при удалении во времени от основного толчка: $V(t) = V(1)/t$, (где $V(1)$ – скорость в момент $t = 1$). В рассмотренной серии скорость V через сутки после основного толчка оказалась равной $10 \text{ км/сут} \approx 3650 \text{ км/год}$, т.е. она гораздо больше скоростей, наблюдаемых при миграции основных толчков.

Отметим, что имеющихся данных недостаточно, чтобы сделать надежный вывод о том, что наилучшей аппроксимирующей линией для анализируемых точек в плоскости $\log\{T\} \times X$ является прямая. Поэтому и утверждение о степенном убывании скорости нельзя считать доказанным. Однако важен сам факт такого убывания, а вопрос о его количественном описании мы оставляем открытым.

На рис. 17, *а* показаны изолинии поля D интенсивности миграции, а на рис. 17, *б* – зона миграции, которая в данном случае представляет собой хорошо локализованную односвязную область.

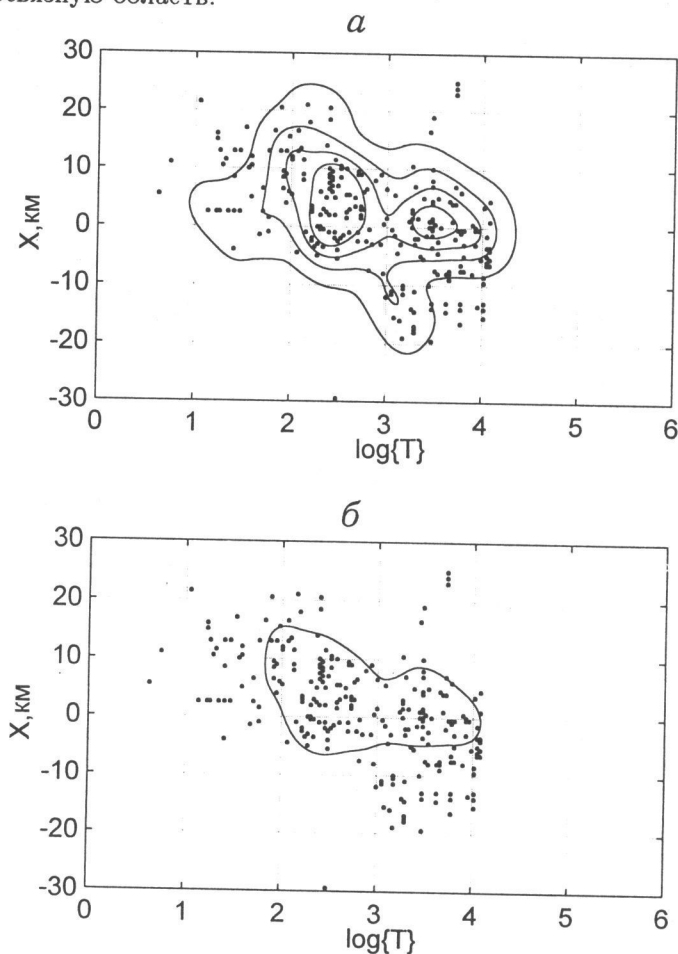


Рис. 17. Локализация зон миграции (афтершоковая серия, Южная Калифорния, 1980 г.):
а – рассматриваемые события (точки) и изолинии интенсивности миграции D ;
б – рассматриваемые события (точки) и изолиния интенсивности миграции, соответствующая 80% квантили

Мы выделили одну миграционную волну, занимающую временной интервал, практически совпадающий с интервалом, занимаемым всей афтершоковой серией. Значительная часть событий оказалась при этом лежащей в зоне миграции. Такие выводы можно было сделать и чисто визуальным образом, анализируя распределение событий серии на плоскости $\log\{T\}$.

ОБСУЖДЕНИЕ

Предложена статистическая методика выявления миграции землетрясений, основанная на использовании теории точечных полей и позволяющая учитывать неоднородности пространственного и временного распределения событий при анализе миграции. Применение этой методики к реальным данным по восточной части Тихоокеанского сейсмического пояса выявило наличие нескольких областей в Центральной и Южной Америке, где гипотеза отсутствия миграции H_0 отвергается с достаточно высоким уровнем значимости, т.е. в этих случаях можно говорить о наличии миграции. Значения скоростей статистически значимых миграций представлены в табл. 2. Следует отметить, что скорости оцениваются с большой неопределенностью. Это обусловлено как точечной природой исходных данных, их ограниченностью и достаточно высоким уровнем шума, так и тем, что сами физические процессы, вызывающие миграцию, по-видимому, приводят к скоростям распространения, изменяющимся во времени и от места к месту. Более того, несложно привести пример миграции, вообще не характеризуемой скоростью [21]. Тем не менее, само явление сейсмической миграции не вызывает сомнений.

Скорости миграций, приведенные в табл. 2, в среднем несколько выше полученных ранее с помощью менее строгих методов (см., например, [1], табл. 7.6, где имеются оценки скорости миграции порядка 10–15 км/год; максимальные значения доходят до 150 км/год). Возможно, что помимо различия методики оценивания это объясняется еще и тем, что пространственные масштабы изученных нами регионов в несколько раз больше, чем в [1], так что наш поиск миграции был ориентирован, прежде всего, на выявление высокоскоростной, крупномасштабной миграции. Относительно низкоскоростной миграции (скорости 10–20 км/год) можно сказать, что если она и существует в этом регионе, то проявляется значительно слабее, чем выявленная нами.

В работе [25] указаны некоторые пространственно-временные участки Тихоокеанского сейсмического пояса, в которых различные авторы выделили субъективным методом миграцию землетрясений (таких участков оказалось 10). Если сравнить эти участки с нашими зонами миграции (например, на рис. 10, 11), то оказывается, что большинство этих участков (за исключением 1-2) не соответствует выделенным по нашей методике областям миграции. Это говорит о том, что к примерам миграции, выделенным субъективно, надо относиться с осторожностью: они не всегда подтверждаются объективными статистическими методами. Следует также отметить, что при визуальном выделении миграции в большинстве случаев речь идет о миграции нескольких (как правило, не больше 10) событий, в то время как описанный в работе подход выявляет волны миграции, включающие до нескольких десятков событий, что повышает значимость выводов.

Что касается физических механизмов сейсмической миграции, то относительно их можно строить пока весьма неопределенные гипотезы. Большинство сейсмологов в качестве причины миграции склонны рассматривать медленные деформационные волны. Модели таких волн предложены давно [8–10]. Имеется также экспериментальное подтверждение волнообразного перемещения изменения локальных значений упругих скоростей продольных волн, зарегистрированные с помощью прецизионной методики регистрации слабых химических взрывов [26]. Однако та-

кие наблюдения пока уникальны и для надежного подтверждения существования медленных деформационных волн в земной коре требуются дальнейшие эксперименты.

Одним из возможных механизмов распространения медленных волн, сопровождающих уменьшение прочности горных пород и, следовательно, повышение сейсмичности, может служить фильтрационная модель последовательности землетрясений, предложенная в работе [27].

В качестве одной из возможных причин возникновения медленных деформационных волн указывают на сильнейшие землетрясения (см., например, [3]). Для грубой проверки этого предположения мы нанесли сильнейшие землетрясения Южной Америки за 1900-1996 гг. на выявленные нами области миграции (рис. 18).

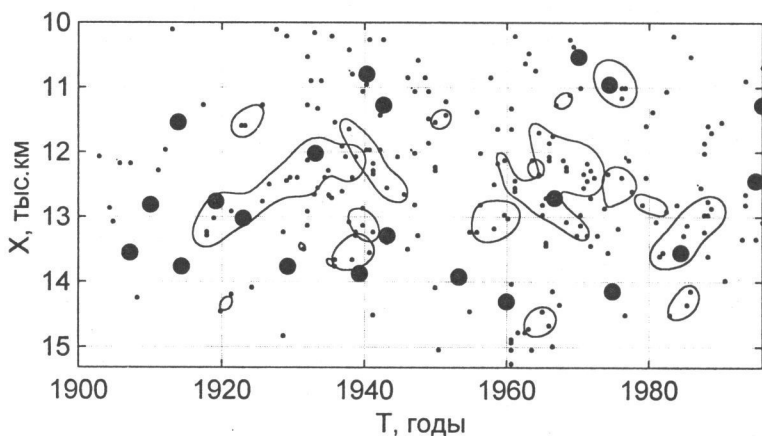


Рис. 18. Зоны миграции, выделенные алгоритмом, и крупнейшие землетрясения Южной Америки на плоскости $T \times X$, 1900-1996 гг. с $M_{max} \geq 6.0$ и $M_{max} \geq 7.5$ (жирные точки)

Результат можно признать скорее отрицательным, чем положительным: из 21 сильнейшего ($M_{max} > 7.5$) землетрясения только 4 попали в области начала активной миграции (всего в зонах миграции оказалось 6 сильных событий). Даже сильнейшее за последние 40 лет Чилийское землетрясение 1960 г. не вызвало сколько-нибудь заметной миграции. Так что вопрос о причинах, вызывающих сейсмическую миграцию, по-видимому, можно считать пока открытым.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Рассмотрим процесс Кокса $dN(t, x)$, заданный в области $\Omega = [0; T] \times [0; X]$. Предполагается, что условная интенсивность $\lambda(t, x)$ имеет вид гауссовской интенсивности с равномерно распределенным центром: $\lambda(t, x|t_0, x_0) = Cg(t - t_0, x - x_0)$, где C – средняя интенсивность в прямоугольнике Ω ,

$$g(t, x) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1+\kappa}} \exp \left\{ -\frac{[t \cos(\alpha) - x \sin(\alpha)]^2}{2\sigma^2} - \frac{[t \sin(\alpha) + x \cos(\alpha)]^2}{2\sigma^2(1+\kappa)} \right\},$$

пара (t_0, x_0) равномерно распределена в области Ω .

Необходимо оценить следующие параметры процесса:

- $1 + \kappa$ – эксцентриситет,
- α – угол наклона главной оси,
- σ – разброс значений относительно главной оси,
- C_0 – удельную интенсивность.

Воспользуемся оценками максимального правдоподобия, которые можно получить в явном виде, благодаря нашим предположениям о форме интенсивности.

Пусть дана реализация процесса $dN(t, x)$

$$(\tau_1, h_1), (\tau_2, h_2), \dots, (\tau_n, h_n).$$

Условное правдоподобие имеет вид

$$P((\tau_1, h_1), \dots | (t_0, x_0)) \sim \exp \left\{ \ln \prod_{j=1}^n \lambda(\tau_j, h_j | t_0, x_0) - \iint_{\Omega} \lambda(t, x | t_0, x_0) dt dx \right\}. \quad (П1)$$

$$\begin{aligned} \text{Имеем: } \iint_{\Omega} \lambda(t, x | t_0, x_0) dt dx &\cong \\ &\cong \frac{c}{2\pi\sigma^2\sqrt{1+\kappa}} \iint_{R^2} \exp \left\{ -\frac{[(t-t_0)\cos\alpha - (x-x_0)\sin\alpha]^2}{2\sigma^2} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{[(t-t_0)\sin\alpha + (x-x_0)\cos\alpha]^2}{2\sigma^2(1+\kappa)} \right\} dt dx = C = C_0 \cdot TX. \end{aligned}$$

Интегрируя (П1) по (t_0, x_0) , получаем безусловное правдоподобие

$$P((\tau_1, h_1), \dots) \cong \frac{e^{-C_0TX}}{TX} \iint_{\Omega} \left\{ \prod_{j=1}^n \lambda(\tau_j, h_j | t_0, x_0) \right\} dt_0 dx_0. \quad (П2)$$

Подставляя в (П2) выражение для гауссовской интенсивности и заменяя пределы интегрирования на $(-\infty, \infty)$, получим

$$\begin{aligned} P((\tau_1, h_1), \dots) &\cong \frac{e^{-C_0TX} C_0^n (TX)^{n-1}}{(\sigma^2\sqrt{1+\kappa})^{n-1}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left[\cos^2 \alpha \left(S_{\tau}^2 + \frac{S_h^2}{1+\kappa} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sin^2 \alpha \left(S_h^2 + \frac{S_{\tau}^2}{1+\kappa} \right) - \sin 2\alpha \left(S_{\tau h} \frac{\kappa}{1+\kappa} \right) \right] \right\}, \quad (П3) \end{aligned}$$

$$\text{где } S_{\tau}^2 = \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})^2; \quad S_h^2 = \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2; \quad S_{\tau h} = \sum_{i=1}^n (\tau_i - \bar{\tau})(h_i - \bar{h});$$

$$\bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum \tau_i; \quad \bar{h} = \frac{1}{n} \sum h_i.$$

Из (П3) находим явные выражения для оценок максимального правдоподобия:

$$\hat{\alpha} = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2S_{\tau h}}{S_{\tau}^2 - S_h^2}, \quad (П4)$$

$$1 + \hat{\kappa} = \frac{S_\tau^2 + S_h^2 + \sqrt{4S_{\tau h}^2 + (S_\tau^2 - S_h^2)^2}}{S_\tau^2 + S_h^2 - \sqrt{4S_{\tau h}^2 + (S_\tau^2 - S_h^2)^2}}, \quad (\text{П5})$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{S_\tau^2 + S_h^2 - \sqrt{4S_{\tau h}^2 + (S_\tau^2 - S_h^2)^2}}{2(n-1)},$$

$$\hat{C}_0 = \frac{n}{TX}.$$

Заметим, что, если $TX \rightarrow \infty$, то $C \rightarrow \infty$. Значит и количество точек n , наблюдаемых в области Ω , растет. Найдем асимптотическую дисперсию оценок из формул (П4), (П5). Для этого предварительно найдем асимптотику параметров нормального закона для статистик $S_{\tau h}$, S_τ^2 , S_h^2

$$\frac{1}{n} S_{\tau h} = \frac{\sigma^2 \kappa \sin 2\alpha}{2} + \frac{1}{\sqrt{n}} \xi_1 + o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right), \quad n \rightarrow \infty;$$

$$\frac{1}{n} S_\tau^2 = \sigma^2(1 + \kappa \sin^2 \alpha) + \frac{1}{\sqrt{n}} \xi_2 + o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right), \quad n \rightarrow \infty;$$

$$\frac{1}{n} S_h^2 = \sigma^2(1 + \kappa \cos^2 \alpha) + \frac{1}{\sqrt{n}} \xi_3 + o\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right), \quad n \rightarrow \infty, \quad (\text{П6})$$

где (ξ_1, ξ_2, ξ_3) – нормальные случайные величины с нулевым средним и матрицей ковариаций $\Sigma \equiv E\xi_i \xi_j$, имеющей вид

$$\sigma^4 \begin{bmatrix} \frac{3}{4}(1 + \kappa + \kappa^2 \sin^2 2\alpha) & \frac{3\kappa}{2} \sin 2\alpha(1 + \kappa \sin^2 \alpha) & \frac{3\kappa}{2} \sin 2\alpha(1 + \kappa \cos^2 \alpha) \\ * & 3(1 + \kappa \sin^2 \alpha)^2 & 1 + \kappa + \frac{3\kappa^2}{4} \sin^2 2\alpha \\ * & * & 3(1 + \kappa \cos^2 \alpha)^2 \end{bmatrix}. \quad (\text{П7})$$

Теперь из формул (П4),(П5) с учетом (П6), (П7) получаем асимптотические дисперсии оценок $\hat{\alpha}$, $(1 + \hat{\kappa})$

$$\text{var}(\hat{\alpha}) = \frac{3(1 + \kappa) + (1 + \kappa) \sin^2 2\alpha + 3\kappa^2 \sin^2 4\alpha}{4C\kappa^2},$$

$$\text{var}(1 + \hat{\kappa}) = \frac{3(2 + \kappa)^2(1 + \kappa + \frac{\kappa^2}{2}) + \cos^2 2\alpha(\frac{3\kappa^4}{2} + \kappa^3 + 3\kappa^2 - 4)}{4C}.$$

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 97-05-64583), ИНТАС (грант 96-1957) и Международного научно-технического центра (грант 415-96).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Касагара К.* Механика землетрясений. М.: Мир, 1985. 264 с.
2. *Могои К.* Предсказание землетрясений. М.: Мир, 1988. 380 с.
3. *Соболев Г.А.* Основы прогноза землетрясений. М.: Наука, 1993. 313 с.

4. Вилькович Е.В., Шнирман М.Г. Волны миграции землетрясений (примеры и модели) // Математические модели строения Земли и прогноза землетрясений. М.: Наука, 1982. С.27-37. (Вычисл. сейсмология; Вып.14).
5. Кузнецов И.В., Кейлис-Борок В.И. Взаимосвязь землетрясений Тихоокеанского сейсмического пояса // ДАН. 1997. Т.355, N3. С.389-393.
6. Кузнецов И.В. Взаимосвязь сильных землетрясений восточной части Альпийского пояса // ДАН. (В печати).
7. Динамические процессы в геофизической среде /под ред. А.В. Николаева. М.: Наука, 1994. 254 с.
8. *Elsasser W.H.* Convention and stress propagation in the upper mantle // *Appl. Modern Phys. Earth and Planet Inter.* N.-Y.: Wiley. 1969. P.223-246.
9. Райс Дж. Механика очага землетрясения. М.: Мир, 1982. 217 с.
10. Николаевский В.Н. Математическое моделирование уединенных деформационных и сейсмических волн // ДАН. 1995. Т.341, N3. С.403-405.
11. Вилькович Е.В., Губерман Ш.А., Кейлис-Борок В.И. Волны тектонических деформаций на крупных разломах // ДАН. 1974. Т.219, N1. С.77-80.
12. Вилькович Е.В., Шнирман М.Г. Об одном алгоритме выявления миграций сильных землетрясений // Теория и анализ сейсмологических наблюдений. М.: Наука, 1979. С.37-44. (Вычисл. сейсмология; Вып.12).
13. Вилькович Е.В., Шнирман М.Г. О миграции очагов землетрясений вдоль крупных разломов и зон Бенъофа // Методы и алгоритмы интерпретации сейсмологических данных. М.: Наука, 1980. С.19-24. (Вычисл. сейсмология; Вып.13).
14. *Daley D.J., Vere-Jones D.* An introduction to the theory of the point processes. N.-Y., Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo: Springer-Verlag, 1988. 702 p.
15. *Brillinger D.R.* Statistical inference for stationary point processes. In *stochastic processes and related topics* / Ed. M.L.Puri. N.-Y.: Academy Press, 1975. Vol.1. P.55-99.
16. *Cox D.R.* Some statistical methods connected with series of events (with discussion) // *J. Roy. Statist. Soc. Ser.* 1955. Vol.B17. P.129-164.
17. Писаренко В.Ф., Кузнецов И.В., Заляпин И.В., Любушин А.А., Кушнир А.Ф., Рукавишников Т.А. Прикладной анализ точечных процессов и полей. Некоторые сейсмологические приложения. Спектральный анализ. М.: 1998. Деп. в ВИНТИ N 360-B99. 25 с.
18. Боровков А.А. Математическая Статистика. Новосибирск: Наука, 1997. 771 с.
19. Эфрон Б. Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа. М.: Финансы и статистика, 1988. 264 с.
20. Писаренко В.Ф. Бутстреп для случайных процессов // ДАН. 1997. Т. 352, N 5. С.687-689.
21. Заляпин И.В. Прикладной статистический анализ точечных полей и его применения к задачам сейсмической миграции. Дисс. ...канд. физ.-мат. наук: 04.00.22. М.: МИТП РАН, 1999. 154 с.
22. Хардле В. Прикладная непараметрическая регрессия. М.: Мир, 1993. 349 с.
23. *Gardner J., Knopoff L.* Is the sequence of earthquakes in S. California with aftershocks removed Poissonian? // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1974. Vol.64, N5. P.1363-1367.
24. *Omori F.* Investigation of aftershocks // *Rep. Earthq. Inv. Comm.*, 1894. N2. P.103-139.
25. Барабанов В.Л. и др. О миграции коровых землетрясений // Динамические процессы в геофизической среде / Под ред. А.В. Николаева. М.: Наука, 1994. С.149-167.
26. Невский М.В., Морозова Л.А., Фьюз Г.С. Длиннопериодные деформационные волны // Дискретные модели геофизической среды / Под ред. М.А. Садовского. М.: Наука, 1989. С.18-33.
27. Баренблатт Г.И., Кейлис-Борок В.И., Монин А.С. Фильтрационная модель последовательности землетрясений // ДАН СССР. 1983. Т.269, N4. С.831-834.