

УДК 550.345

ПРОГНОЗ СИЛЬНЫХ СОБЫТИЙ В МОДЕЛЯХ КЛЕТОЧНЫХ АВТОМАТОВ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

И.В. Кузнецов

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук, Москва*

Ставится обратная задача о восстановлении управляющих параметров в одной модели клеточных автоматов типа Бака. По аналогии с сейсмичностью модель порождает события разного уровня. Предлагается методика оценки параметров модели по каталогу этих событий и строится алгоритм прогноза сильных событий. Такой подход позволяет прогнозировать около 80% сильных событий каталога со временем тревоги порядка 1% и малой ошибкой в определении эпицентра.

PREDICTION OF THE STRONG EVENTS IN THE CELLULAR AUTOMATA MODEL ON THE BASE OF INVERSE APPROACH

I.V. Kuznetsov

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow*

The inverse problem for recovery of key parameters in a type of cellular automata model is introduced. The model generates a catalog of different level events as a real seismicity. On the basis of the catalog a method for estimation of the model parameters is proposed, as well as an algorithm for prediction of large events. This approach gives 80% of successfully predicted events with alarm time 1% and a low error of epicenter location.

ВВЕДЕНИЕ

Для изучения сейсмических процессов в последние десятилетия используются разные модели, в том числе введенные Барриджем и Кноповым пружинно-блочные модели разломов [1] и модели клеточных автоматов [2–18]. Среди них выделяются ВТW (или sand-pile модели), предложенные Баком и др. [3–5]. Как пружинно-

блочные, так и BTW модели обладают рядом общих свойств [11], в том числе и самоорганизующейся критичностью (SOC). Выдвигаемая в работах [3–5] гипотеза о том, что в системах с SOC прогноз невозможен, до сих пор не подтверждена, но и не опровергнута, несмотря на результаты применения алгоритмов прогноза [7, 10, 14, 15]. Более того, исследования иерархических клеточных автоматов, проведенные Шнирманом и Блантер [16, 17], демонстрируют возможность разного типа поведения системы: стабильного, критичного (SOC) и закритичного. Соответствующие этим типам периоды могут перемежаться, меняя прогностичность системы [18].

Идея SOC, как и гипотеза о невозможности прогноза, была перенесена ее авторами на сейсмические процессы [5] и породила утверждение о невозможности прогноза сильных землетрясений. Желание найти аргументы против этой гипотезы явилось одной из причин возникновения данной работы, в которой показано, что прогноз в некотором классе BTW моделей вполне возможен. Ниже, в разд. 1, описывается сама модель, в разд. 2 анализируется случай точного восстановления параметров модели по каталогу. Разд. 3 содержит описание алгоритма оценки этих параметров для общего случая, в разд. 4 дается алгоритм прогноза, а в разд. 5 приведены результаты прогноза больших событий в каталоге.

1. МОДЕЛЬ

Рассмотрим решетку (матрицу) размера $N \times M$. Для каждой ячейки j этой решетки определим величину v_j ($0 < v_j < 1$) постоянной скорости подтока энергии (или напряжения) в эту ячейку. Энергия накапливается и процесс длится до момента t , когда энергия h_i какой-либо ячейки i не достигнет уровня 1. С этого момента начинается процесс в быстром времени:

– для всех ячеек прекращается подток энергии со скоростями

$$V = \{v_1, v_2, \dots, v_{N \times M}\};$$

– ячейка i рвется и часть ее энергии S ($0 < S \leq 1$) сбрасывается, после чего энергия $h_i = 1 - S$;

– в свою очередь часть ξ ($0 < \xi \leq 1$) сбрасываемой энергии S перераспределяется среди некоторой группы окружающих ячеек, а остаток $S(1 - \xi)$ диссипирует;

– после перераспределения энергии просматриваются все ячейки решетки и для тех из них, чья энергия не меньше единицы, проводится аналогичная процедура.

Процесс в быстром времени заканчивается, когда у всех ячеек модели энергия меньше единицы. После данного периода быстрого времени возобновляется процесс подтока энергии в ячейки со скоростями V .

Введем расстояние r между ячейками. Будем считать, что в общем случае каждую ячейку (не на границах решетки) окружают 8 ячеек с расстоянием 1 до ячейки i , 16 ячеек с расстоянием 2 и т.д. Перераспределение энергии $S\xi$ разорванной ячейки i среди окружающих ее ячеек пропорционально $1/r^\lambda$, где $r \leq R$ – расстояние до ячейки i , $R \geq 1$ – радиус взаимодействия, а λ – параметр взаимодействия. Назовем соседом ячейки i любую другую ячейку решетки, находящуюся в радиусе взаимодействия от ячейки i .

Тогда энергия $S\xi$ перераспределяется с весами C_1, C_2, \dots, C_R такими, что

$$8C_1 + 16C_2 + \dots + 8RC_R = 1.$$

Здесь $8, 16, \dots, 8R$ – число соседей ячейки i , отстоящих от нее на расстоянии, соответственно, $1, 2, \dots, R$; C_1, C_2, \dots, C_R – соответствующие коэффициенты, определяемые расстоянием до ячейки i .

Таким образом, ячейка i добавляет некоторой ячейке j , находящейся от i на расстоянии $r \leq R$, энергию $S\xi C_r$. Если какая-либо соседняя с i ячейка отсутствует из-за ее близости к краю решетки, то соответствующая ей перераспределяемая энергия диссипирует.

Если ячейка в данном интервале быстрого времени уже разорвана, запретим ей, как и в [8], получать энергию от других рвущихся в данном интервале ячеек; при этом передаваемая ей от других ячеек энергия также диссипирует. Заметим, что все разорванные в этом интервале ячейки будут иметь энергию $1 - S$.

Описанная модель принадлежит классу так называемых Абелевых лавин и обладает следующим свойством [10, 11]: величины h_i и число разорванных в быстром времени ячеек не зависят от порядка их просмотра.

Ячейки, разорванные в данном интервале быстрого времени, образуют пространственные кластеры. Одновременно с процессом моделирования, начинающегося с некоторого случайного начального состояния ячеек $\{h_1, h_2, \dots, h_{N \times M}\}$, создается *каталог* возникающих кластеров. Каждая запись каталога содержит время возникновения кластера t , координаты геометрического центра кластера, число разорванных в кластере ячеек b и линейный размер кластера n и m по каждой из осей решетки.

Таким образом, поведение данной модели полностью описывается следующими управляющими параметрами: начальным состоянием ячеек $\{h_1, h_2, \dots, h_{N \times M}\}$, параметрами взаимодействия λ и R , сбросом энергии S , коэффициентом перераспределения ξ и скоростями подтока энергии $\{v_1, v_2, \dots, v_{N \times M}\}$.

Будем считать параметры λ и R известными и общими для всех ячеек модели. Попытаемся оценить оставшиеся параметры модели по каталогу, с тем, чтобы использовать их при прогнозе больших кластеров (сильных событий).

2. СЛУЧАЙ ТОЧНОГО ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ

Рассмотрим ситуацию, когда все кластеры в каталоге *единичны*, т.е. состоят из одиночных разорванных ячеек. Пусть ячейка i рвется последовательно в моменты t_i^1 и t_i^2 и составляет два единичных кластера – первый из них назовем *начальным*, второй – *конечным кластером* для периода $[t_i^1, t_i^2]$. После разрыва ячейка i будет иметь энергию $h_i = 1 - S$. Время, за которое эта ячейка достигнет следующего разрыва, при условии, что она не получит дополнительной энергии от соседей, составит $dT_i = S/v_i$.

В случае, когда ячейка i получает дополнительную энергию от разорвавшихся соседей во временном интервале $[t_i^1, t_i^2]$, каждая разорвавшаяся ячейка, находящаяся от i на расстоянии $r \leq R$, увеличивает энергию ячейки i на величину $S\xi C_r$, уменьшая тем самым время dT_i на величину $dT_i \xi C_r$. Следовательно, длитель-

ность периода $\Delta T_i = t_i^2 - t_i^1$ между двумя последовательными актами разрыва определяется как

$$\Delta T_i = dT_i - (k_1 dT_i \xi C_1 + k_2 dT_i \xi C_2 + \dots + k_R dT_i \xi C_R).$$

Здесь k_1, k_2, \dots, k_R — число соседей ячейки i , разорвавшихся в этот временной интервал и отстоящих от нее на расстоянии, соответственно, $1, 2, \dots, R$.

Последнее уравнение можно переписать в следующем виде:

$$\Delta T_i = dT_i \left(1 - \xi \sum_{r=1}^R k_r C_r \right). \quad (1)$$

Для другого аналогичного периода у той же ячейки также можно выписать уравнение вида (1)

$$\Delta T'_i = dT'_i \left(1 - \xi \sum_{r=1}^R k'_r C_r \right). \quad (2)$$

Если R и λ известны, а $\Delta T_i \neq \Delta T'_i$, то системы уравнений (1), (2) достаточно для определения значений ξ и dT . После определения ξ для восстановления значений всего набора $dT = \{dT_1, dT_2, \dots\}$ достаточно иметь по одному уравнению вида (1) для каждой из ячеек модели.

Пусть произвольная ячейка i разорвалась впервые. Так как в уравнения вида (1), (2) не входят переменные $\{v_1, v_2, \dots\}$ и S , то дальнейшее поведение ячейки i определяется одинаково, используем ли мы набор $\{v_1, v_2, \dots\}$ и S или вместо них набор $\{dT_1, dT_2, \dots\}$.

3. ОЦЕНКА УПРАВЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

Как уже упоминалось, каталог содержит описания кластеров (событий).

Уравнения (1) и (2) позволяют определить параметры модели, если в каталоге найдутся периоды времени, где начальный и конечный кластеры состоят лишь из одиночных ячеек. В общем случае, когда кластеры не единичны ($b > 1$), при восстановлении коэффициента перераспределения энергии ξ и вектора dT возникают следующие проблемы:

- неизвестна точная конфигурация кластера, что может повлиять, в частности, на правильность определения числа разорванных соседей для ячейки i , т.е. величин k ;

- для неединичных кластеров уравнения (1) и (2) были бы справедливы, только если в начальный момент быстрого времени t_i^2 энергия $h_i = 1$. На самом деле имеет место соотношение

$$1 - \xi \sum_{r=1}^R k_r C_r \leq h_i \leq 1,$$

где суммирование распространяется на всех соседей ячейки i в пределах конечного кластера (назовем их *кластерными соседями*). Поэтому при составлении уравнений вида (1) и (2) также необходимо учесть различные варианты влияния кластерных соседей.

Для решения этих проблем применяется статистическая процедура оценки значений ξ и dT по достаточно длинной начальной части исходного каталога (*период обучения*).

При составлении уравнений нас будут интересовать моменты t_i^1 и t_i^2 последовательных разрывов некоторой ячейки i . Одной из трудностей задачи является возможная неточность в восстановлении исходного кластера, из-за которой можно либо пропустить очередной момент разрыва, либо, наоборот, ошибочно решить, что данный кластер содержит интересующую нас ячейку. Поэтому для каждой ячейки i вычисляется среднее время повторяемости между ее разрывами $\langle \Delta t_i \rangle$ и его дисперсия σ_i следующим образом.

Для каждого кластера, возникшего в некий момент, определяется величина $z = n \times t$ по заданным в каталоге линейным размерам n , t кластера. Введем новый кластер, представляющий собой прямоугольник $n \times t$, покрывающий исходный кластер. Будем считать, что все ячейки нового кластера разорваны. Назовем такой кластер *восстановленным из исходного кластера*. Исходный кластер считается *хорошим* для ячейки i , если:

- число разорванных в нем ячеек достаточно велико, т.е. $b/z \geq \theta$, где θ – некоторый порог (ниже всюду принято $\theta = 0.65$);

- его центр достаточно близок к положению ячейки i (определение близости здесь опущено, поскольку оно требует достаточно длинного описания и не существенно для дальнейшего);

- все ячейки кластера, восстановленного из исходного, не имеют соседей из других восстановленных кластеров в момент t_i^2 , т.е. ячейки других восстановленных кластеров в момент t_i^2 не добавляют энергию ячейкам данного восстановленного кластера.

Для ячейки i отбираются все пары хороших для нее, последовательных по времени кластеров и определяется время $t_i^2 - t_i^1$ между возникновением кластеров, входящих в эти пары. По этим величинам и делаются оценки $\langle \Delta t_i \rangle$ и σ_i .

Сама процедура восстановления состоит в следующем. Выбирается ячейка i , являющаяся центром решетки, и для нее рассматриваются интервалы времени $[t_i^1, t_i^2]$, ограниченные хорошими кластерами. Из них отбираются лишь интервалы, удовлетворяющие условию

$$(\langle \Delta t_i \rangle - 2\sigma_i) \leq (t_i^2 - t_i^1) \leq (\langle \Delta t_i \rangle + 2\sigma_i).$$

Для каждой последовательной пары отобранных интервалов времени и соответствующих восстановленных кластеров составляются и решаются для ξ уравнения (1), (2) в предположении, что в конечных кластерах ячейка i разорвалась первой, т.е. без учета влияния кластерных соседей. При том же уравнении (2) уравнение (1) меняется с учетом воздействия на ячейку i одного из кластерных соседей конечного кластера первой пары, и снова определяется ξ . Это выполняется до тех пор, пока не будет завершен перебор всех вариантов воздействий. Затем в уравнение (2) добавляется воздействие на ячейку i одного из кластерных соседей конечного кластера второй пары и снова ведется перебор по первой паре.

После того как все соответствующие интервалы времени для ячейки i рассмотрены, составляется гистограмма полученных оценок для ξ с шагом 0.01.

Если максимум гистограммы превышает остальные значения на 30%, то соответствующее ему значение принимается за оценку ξ .

В противном случае берется соседняя с i ячейка и процедура повторяется, полная выборка значений ξ , и так до тех пор, пока не реализуется указанный принцип 30% для максимума гистограммы. Эксперименты показывают, что, если выбранная для обучения часть модельного каталога достаточно велика и содержит небольшие кластеры, процесс перебора достаточно быстро сходится.

При оценке вектора значений dT процедура аналогична, но используется лишь уравнение (1).

4. ПРОГНОЗ БОЛЬШИХ КЛАСТЕРОВ

Используя полученные оценки ξ и $dT = \{dT_1, dT_2, \dots\}$, перейдем к прогнозу сильных событий в оставшейся после обучения части каталога.

Пусть N_0 – минимальное число разорванных ячеек в прогнозируемом кластере, а U – некоторый период времени. Предположим, что последний кластер Q_0 в период обучения возник в момент t^0 . Рассматривая за период обучения все восстановленные кластеры, определим для каждой из ячеек i момент времени ее последнего разрыва t_i , ближайший к t^0 или равный ему. Набор этих моментов времени составляет вектор $T_0 = \{t_1^0, t_2^0, \dots, t_{N \times M}^0\}$.

Алгоритм прогноза основан на том, что, зная правила работы модели и оценочные величины dT и ξ , можно с некоторой точностью вычислить перераспределение энергии и пересчитать дополнительную энергию, получаемую соседними ячейками, в соответствующее количество времени по формуле (1).

Алгоритм прогноза состоит из следующих этапов:

- назовем $T^* = T^0$, (где $t_1^* = t_1^0, t_2^* = t_2^0, \dots$) *вектором текущего времени*;
- увеличим каждую из компонент T^* на величину dT , т.е. $T^* \rightarrow T^* + dT$, что соответствует подтоку энергии со скоростями V . Найдем среди полученных значений $\{t_1^*, t_2^*, \dots, t_{N \times M}^*\}$ минимальное, пусть оно соответствует ячейке j . Будем считать, что t_j^* является прогнозируемым моментом первого разрыва ячейки после момента t^0 ;
- по аналогии с процессом в быстром времени, для каждой ячейки k , находящейся от j на расстоянии $r \leq R$ (т.е. для всех соседей j), проведем перераспределение энергии, сброшенной ячейкой j , уменьшив время t_k^* в соответствии с (1):

$$t_k^* \rightarrow t_k^* - dT_k \xi C_1.$$

Если новое значение $t_k^* \leq t_j^*$, то приписываем ячейке k момент t_j^* , считая, что она также разорвалась в этот момент (t_k^* может быть меньше t_j^* из-за неточности оценки параметров или из-за неточности восстановления кластеров). Если среди всех ячеек, получивших дополнительную энергию от j , найдется вновь разорванная, к ее соседям применяется аналогичная процедура. Напомним, что в соответствии с описанием модели однажды разорванная в данном быстром времени ячейка дополнительной энергии от других ячеек в этот момент не получает.

После того как все разорванные в быстром времени ячейки выявлены и размер прогнозируемого кластера определен, снова выполним процедуру (б), увеличив каждую из компонент T^* на величину dT , т.е. $T^* \rightarrow T^* + dT$, а затем и процедуру (в). Продолжим эти процедуры внутри временного периода $[t_0, t_0 + U]$,

сравнивая размеры прогнозируемых кластеров с соответствующими этому времени кластерами реального каталога для оценки прогностичности алгоритма, после чего снова вернемся к моменту t^0 и к соответствующему вектору T^0 ;

г) возьмем из исходного каталога кластер, следующий после Q_0 , и восстановим его. (Если такого кластера нет, то каталог исчерпан и работа алгоритма закончена.) Пусть t^1 – момент возникновения этого кластера. Заменим в T^0 компоненты, соответствующие входящим в восстановленный кластер ячейкам, на t^1 и перейдем к процедуре (а).

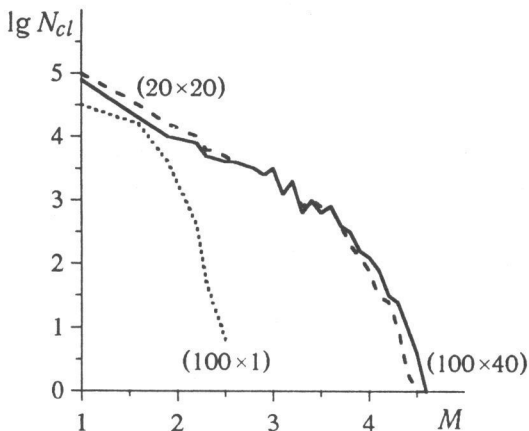
Для грубой оценки качества прогноза алгоритмом задаются параметры допуска точности прогноза по размеру кластера (η), месту (β) и времени (α). Если прогнозируемый кластер содержит n разорванных ячеек с центром (x, y) и моментом t , то тревога объявляется, если $n \geq N_0 - \eta$. Эта тревога объявляется на период с $(t - \alpha)$ по $(t + \alpha)$ для территории с радиусом β вокруг центра (x, y) .

Если тревога объявлена и кластер из каталога с числом разорванных ячеек не менее N_0 (сильное событие) попал в этот пространственно-временной промежуток, тревога длительностью 2α считается успешной, в противном случае – ложной. Каждое сильное событие из каталога, не попавшее ни в один из пространственно-временных промежутков, считается пропуском цели.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОГНОЗА

Описанный способ восстановления параметров модели и соответствующий алгоритм прогноза проверялись на каталогах. Для модели размерности 1D (100×1) каталог содержал около 55 тысяч событий, для модели размерности 2D (20×20) – около 220 тысяч событий и для модели 100×40 – около 534 миллионов событий. В случае 1D считалось, что каждая ячейка имеет 2 соседа с расстоянием 1 и 2 соседа с расстоянием 2.

На рисунке приведены соответствующие этим каталогам графики повторяемости: по вертикальной оси – логарифм числа кластеров N_{cl} , по горизонтальной – эквивалент магнитуды в виде $M_{cl} = 2 \lg b + 1$, где b – число разорванных ячеек кластера.



Графики повторяемости для кластеров в трех модельных каталогах (цифры у кривых – размерности модели)

При генерации каталогов использовались следующие параметры:

$$DT_{11} = 1/v_{11} = 15, \quad DT_{[i+1]1} = DT_{i1} + 1 \quad \text{для } i = 2, \dots, N - 1;$$

$$DT_{i[j+1]} = DT_{ij} + 0.01 \quad \text{для } j = 2, \dots, K - 1 \quad \text{только для } 2D;$$

$$H = 1, \quad S = 0.7, \quad \xi = 0.7, \quad R = 3, \quad \lambda = 1 \quad \text{для } 1D \text{ и } \lambda = 2 \text{ для } 2D.$$

Ошибка оценки ξ составляет 0.01, а ошибка оценки dT составляет 0.01 на краях решетки и 0.05 - в ее центре.

Использовались следующие параметры оценки точности прогноза:

для (100×1) $\eta = 0, \beta = 1, \alpha = 0.1$ единицы условного времени;

для (20×20) $\eta = 2, \beta = 3, \alpha = 0.1$;

для (100×40) $\eta = 2, \beta = 3, \alpha = 0.5$.

Все полученные каталоги имеют длительность 10 000 единиц условного времени. При обучении использовался период с 1000 до 5000 единиц, после чего на оставшихся 5000 единиц условного времени проводился прогноз. Его результаты представлены в таблице.

ТАБЛИЦА

Размеры модели ($N \times M$)	Число N_0	Число сильных событий	Число успехов	% успехов	Число пропусков	% пропусков	Число ложных тревог	% ложных тревог	Общее время тревоги, %
100×1	≥ 4	199	198	99.5	1	0.5	1	0.004	0.796
20×20	≥ 31	24	21	87.5	3	0.125	3	0.012	0.096
100×40	≥ 31	54	47	87.0	7	13.0	11	0.22	1.16

Заметим, что при этом ошибка в пространственном определении центра будущего кластера не превышала трех ячеек.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Рассматриваемая модель относится к группе моделей типа Абелевых лавин, однако из-за достаточно большой диссипации не обладает свойством самоорганизующейся критичности. Методика восстановления и алгоритм прогноза могут быть существенно улучшены. Тем не менее, хорошие результаты прогноза (как по времени, так и по пространству) дают надежду на расширение сферы применения данного подхода после его модификации к более широкому классу моделей со свойством SOC и к реальной сейсмичности.

Автор чрезвычайно признателен М.Г. Шнирману, Г.М. Молчану и И.М. Ротвайну не только за ценные дискуссии, но и за множество полезных замечаний.

Настоящая работа выполнена при содействии Национального научного фонда США (грант EAR-9804859), НАТО (грант SfP 972266) и Международного научно-технического центра (грант 1293-99).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Burridge R., Knopoff L.* Model and theoretical seismicity // *Bull. Seismol. Soc. Amer.* 1967. Vol.57. P.341-371
2. *Шнирман М.Г.* Динамическая иерархическая модель дефектообразования // Численное моделирование и анализ геофизических процессов. М.: Наука, 1987. С.87-95. (Вычисл. сейсмология; Вып.20).
3. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol.59. P.381-384.
4. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality // *Phys. Rev. A.* 1988. Vol.38. P.364.
5. *Bak P., Tang C.* Earthquakes as self-organised-critical phenomena // *J. Geophys. Res.* 1989. Vol.94, N B11. P.15635-15637.
6. *Наркунская Г.С., Шнирман М.Г.* Иерархическая модель дефектообразования и сейсмичность // Теория и алгоритмы интерпретации геофизических данных. М.: Наука, 1989. С.56-62. (Вычисл. сейсмология; Вып. 22).
7. *Carlson J.M., Langer J.S.* Mechanical model of an earthquake fault // *Phys. Rev. A.* 1989. Vol.40. P.6470-6483.
8. *Ito K., Matsuzaki M.* Earthquakes as self-organized critical phenomena // *J. Geophys. Res.* 1990. Vol.95, N B5. P.6853.
9. *Feder H.J.S., Feder J.* Self-organized criticality in a stick-slip process // *Phys. Rev. Lett.* 1991. Vol.66, N 20. P.2669-2672.
10. *Shaw B.E., Carlson J.M., Langer J.S.* Pattern of seismic activity preceding large earthquakes // *J. Geophys. Res.* 1992. Vol.97. P.479-488.
11. *Olami Z., Feder H.J.S., Christensen K.* Self-organized criticality in a continuous, non-conservative cellular automation modeling earthquakes // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol.68. P.1244-1247.
12. *Gabrielov A.* Abelian avalanches and Tutte polynomials // *Physica A.* 1993. Vol.195. P.253-274.
13. *Gabrielov A., Newman W.I., Knopoff L.* Lattice models of failure: Sensitivity to the local dynamics // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol.50, N 1. P.188-197.
14. *Pepke S.L., Carlson J.M., Shaw B.E.* Prediction of large events on dynamical model of a fault // *J. Geophys. Res.* 1994. Vol.99, N B4. P.6769-6788.
15. *Carlson J.M., Langer J.S., Shaw B.E.* Dynamics of earthquake faults // *Rev. of Modern Phys.* 1994. Vol.66, N 2. P.657-670.
16. *Blanter E.M., Shnirman M.G.* Simple hierarchical systems: Stability, self-organised criticality and catastrophic behaviour // *Phys. Rev. E.* 1997. Vol.55, N 6. P.6397-6403.
17. *Shnirman M.G., Blanter E.M.* Mixed hierarchical model of seismicity: Scaling and prediction // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1999. Vol.111, N 3-4. P.295-303.
18. *Blanter E.M., Shnirman M.G., Le Mouel J.-L.* Temporal variation of predictability in a hierarchical model of dynamical self-organized criticality // *Phys. Earth and Planet. Inter.* 1999. Vol.111, NN 3-4. P.317-327.