

УДК 550.34

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УЩЕРБ И ЖЕРТВЫ ОТ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ: СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

М.В. Родкин

Геофизический центр Российской академии наук, Москва

В.Ф. Писаренко

*Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук, Москва*

Анализируются статистические закономерности числа жертв и материального ущерба от землетрясений по данным за 1900–1996 гг. Показано, что типичная для природных катастроф тенденция нелинейного роста со временем суммарного ущерба порождается не изменениями режима катастроф (эти изменения имеют второстепенное значение), а наличием "тяжелого хвоста" у эмпирической функции распределения величин ущерба. Эмпирическое распределение моделируется законом Парето, оцениваются параметры распределения, характерные величины ущерба, доверительные интервалы. Ввиду очевидной ограниченности величины максимально возможного ущерба вводится обрезание закона Парето и оцениваются период повторяемости и величина максимально возможной катастрофы. Рассматривается связь режима катастроф с социально-экономическими факторами. Предлагается прогноз характерных величин суммарного ущерба и обсуждаются погрешность и пределы применимости прогноза с учетом социально-экономической и демографической ситуации.

DAMAGE AND CASUALTIES IN EARTHQUAKES: A STATISTICAL ANALYSIS

M.V. Rodkin

Geophysical Center, Russian Academy of Sciences, Moscow

V.F. Pisarenko

*International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow*

Statistical properties of the regime of number of victims and material damage from earthquakes are examined using data for 1900–1996 years. The typical tendency of a nonlinear growth with time of cumulative damage from natural hazards is shown to be connected with a "heavy tail" typical of distribution of losses from hazards, whereas the real unsteadiness with time of the loss regime has a minor importance. The loss distribution is modeled by the Pareto law, the statistical characteristics of the loss regime and their confidence levels are evaluated.

Because of apparent limitation of magnitude of the greatest possible damage the cut off of the Pareto law is introduced and the recurrence time and the magnitude of the greatest possible hazard are evaluated. The relation of regime of seismic hazards to social and economic factors is examined. The prognosis of characteristic cumulative damage is offered, and the possible errors and limitations of applicability of the prognosis are discussed in connection with variations in sociologic, economic and demographic situation.

ВВЕДЕНИЕ

Число пострадавших от природных катастроф различного типа (землетрясения, наводнения, тайфуны и др.) имеет тенденцию за последние десятилетия увеличиваться примерно на 5% в год [1]. Обычно этот эффект связывают с концентрацией населения в городах, усложнением техносферы и с деградацией окружающей среды, приводящей к интенсификации опасных природных процессов. Однако развитие техносферы позволяет также и более успешно противодействовать катастрофам: население своевременно оповещается о некоторых видах катастроф, развивается антисейсмическое строительство, создаются мощные службы помощи населению в чрезвычайных ситуациях. Отсюда видно, что воздействие развития цивилизации на величину ущерба от природных катастроф вряд ли носит столь однозначно отрицательный характер.

Альтернативный вариант объяснения тенденции роста ущерба от природных катастроф приводится в [2], где рассматривается статистика числа потерявших жилье в результате сильных наводнений. Было показано, что наблюдающийся за последние десятилетия нелинейный рост со временем кумулятивного числа пострадавших можно объяснить не изменением климата или условий жизни и численности населения, а характером распределения числа пострадавших при отдельных наводнениях. При этом нелинейный рост со временем числа пострадавших носит статистический характер и порождается медленным убыванием плотности распределения максимальных значений ущерба. Такой нелинейный рост имеет место в случае стационарных распределений с "тяжелыми хвостами", у которых теоретические средние значения равны бесконечности.

В настоящей статье рассматриваются данные о числе погибших и материальном ущербе от землетрясений. Показано, что распределения величин ущерба от землетрясений относятся к распределениям с "тяжелыми хвостами", что и приводит к нелинейному росту со временем суммарного ущерба. По сравнению с этим эффектом реальная нестационарность режима сейсмических катастроф имеет второстепенное значение (здесь и далее под режимом понимается совокупность характера распределения и интенсивности потока катастроф). Рассмотрена связь режима сейсмических катастроф с режимом сейсмичности и социально-экономическими показателями. Выявленные закономерности дают основание полагать, что экономическое развитие способствует снижению относительных потерь от землетрясений (по отношению к численности населения и величине национального богатства). Дается прогноз характерных значений ущерба от землетрясений в мире, полученный по данным за 1900–1996 гг. в предположении, что сохранены основные статистические характеристики режима катастроф.

ДАННЫЕ О СЕЙСМИЧЕСКИХ КАТАСТРОФАХ

В работе нами были использованы наиболее полные данные об ущербе от землетрясений, представленные в Интернет Национальным центром данных США [3]. Эта сводка представляет собой компиляцию данных о жертвах и экономических потерях от землетрясений, собранную из многочисленных источников, в том числе из [4–6]. Для многих катастроф в работе [3] указаны дублирующие (часто весьма различающиеся) величины ущерба. В настоящей работе использованы (как относительно более полные) данные за 1900–1996 гг. При наличии альтернативных определений числа жертв или величин ущерба использовались максимальные из приводимых значений (если соответствующая запись не является менее подробной). Мы полагаем, что такой подход обеспечивает отбор относительно более достоверной информации. Преимуществом сформированного таким образом рабочего каталога является его максимально возможная полнота и использование данных вплоть до 1996 г., а недостатком – возможное включение в каталог неточных определений числа жертв и величин материального ущерба. По сравнению с каталогом [5] (содержащим информацию о сильных катастрофах на период до 1979 г.) наш каталог включает существенно больше событий, но “зашумленность” его несколько выше. Данные каталога [5] используются ниже для контроля результатов, полученных на основе рабочего каталога.

В сформированном описанным образом рабочем каталоге представлена информация о 1067 событиях с ненулевым известным числом жертв и о 173 событиях с известным значением материального ущерба. Суммарное число погибших составляет 2954 тыс. человек. Для разных событий количество жертв изменяется от 1 до 650 тыс. (экспертная оценка числа жертв Тянь-Шаньского землетрясения в Китае, 27.07 1976 г, $M = 7.8$). Это землетрясение является также впечатляющим примером возможной погрешности данных – официальная оценка дает 240 тыс. погибших. Минимально возможное по данным [3] число погибших за 1900–1996 гг. составляет менее 1.5 млн человек. Для некоторых событий в каталоге даются только указания типа: “погибло несколько человек”, вклад таких событий в формирование суммарного числа погибших незначителен, и при расчетах они не учитывались. Погрешность вносится также очевидной неполнотой представления в каталоге сведений о наличии погибших при некоторых (преимущественно более ранних и слабых) землетрясениях. Указанные погрешности, однако, не столь существенны и не сказываются на правомерности полученных ниже выводов.

Данные об экономическом ущербе существенно менее полны (только в редких случаях указан ущерб для событий до 1950 г.), а разброс дублирующих определений ущерба выше, чем в случае данных о жертвах. В каталоге приведены величины ущерба для 173 событий, с суммарным значением (в ценах на момент события) 124 млрд долларов. Минимально возможный, по данным [3], ущерб составляет около 100 млрд долларов. Более полное представление об исходных данных о числе жертв и величинах ущерба (с разбиением по регионам) можно получить из табл. 1 и рис. 1. При этом (по данным [3]) учтены изменения курса доллара и величины ущерба приведены к уровню цен 1990 г.; такая коррекция, качественно не изменяя характера данных, позволяет лучше оценить степень однородности каталога. В сопоставимых ценах суммарный ущерб от землетрясений

ТАБЛИЦА 1. Характеристики используемого каталога и расхождений в данных о числе жертв и величинах материального ущерба для шести регионов мира (рис. 1)

Исследуемый параметр	1 2 3 4 5 6					
	Северная Америка	Южная Европа	Япония	Латинская Америка	Азия	Индокитай
	180-60°W, 30-70°N	10°W-30°E, 35-60°N	125-150°E, 25-45°N	45-90°W, 30°N-60°S	30-125°E, 20-50°N	95°E-160°W, 20°N-20°S
Число событий	61	161	75	239	376	128
Из них событий с данными о жертвах	33	155	74	236	375	125
% случаев с отличающимися данными о жертвах	40	22	18	14	17	10
Медиана min/макс для оценок числа жертв за 1900-1950 гг.	3	20	2	10	5	10
То же, для событий позже 1950 г.	1.1	1.2	1.1	4	2	3
Число событий с данными об ущербе	55	26	5	38	18	14
% случаев с отличающимися данными об ущербе	28	27	40	37	30	7
Медиана min/макс для оценок ущерба за 1900-1950 гг.	8	7	5	20	100	нет данных
То же, для событий позже 1950 г.	1.3	2	нет данных	2	2	3

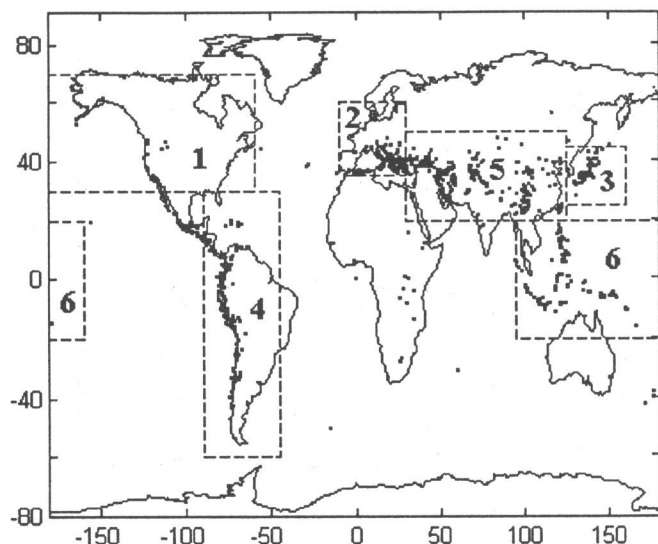


Рис. 1. Схема расположения событий с известным ненулевым числом жертв.

Пунктир – границы регионов, приведенных в табл. 1; цифры – номера регионов

за 1900–1996 гг. составляет около 200 млрд долларов. С целью охарактеризовать качество используемых данных в табл. 1 указаны также доля отличающихся количественных определений ущерба и разброс таких оценок.

ПРИРОДА НЕЛИНЕЙНОГО РОСТА НАКОПЛЕННЫХ ВЕЛИЧИН УЩЕРБА ОТ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Как отмечалось выше, величина ущерба от катастроф имеет тенденцию к нелинейному росту со временем. Подтверждается это и в нашем случае. На рис. 2, а приведены данные о накопленном числе жертв и о числе вызвавших эти жертвы землетрясений за 1990–1996 гг. Если аппроксимировать эти ряды данных зависимостью вида t^α , то для накопленного числа погибших $\alpha = 1.7$, а для количества землетрясений $\alpha = 1.3$. То есть рост числа погибших и вызвавших эти жертвы землетрясений со временем происходит нелинейно, причем число погибших растет (в среднем) заметно быстрее, чем количество землетрясений. Из рис. 2, а видно также, что к концу периода наблюдений наклон графика накопленного числа жертв уменьшается – причина этого обсуждается ниже. Аналогичные закономерности выполняются для каталога [5], однако значения показателя α здесь несколько меньше (последнее может объясняться процедурой формирования рабочего каталога – отбором данных с максимальными значениями числа жертв и материального ущерба).

На рис. 2, б приведены аналогичные данные об ущербе. Видна динамика роста полноты каталога со временем – последняя такова, что анализ возможен только для данных после 1950 г. Тем не менее, и на этом коротком интервале проявляются те же закономерности, что и по данным о числе жертв. Величины ущерба растут неравномерно и (в среднем) быстрее числа вызвавших этот ущерб событий.

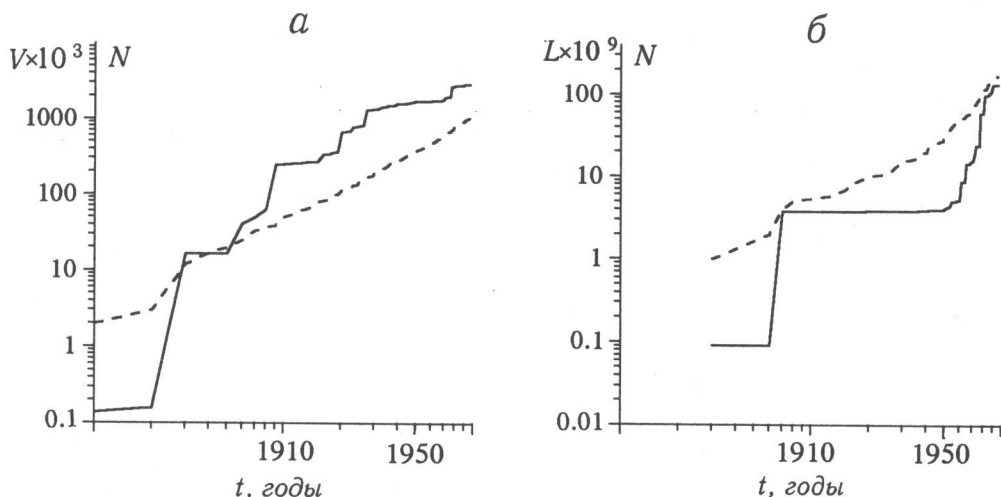


Рис. 2. Нелинейность роста со временем накопленного числа жертв V , тыс. чел. (а) и материального ущерба L , млрд долларов (б).

Штриховая линия на обоих рисунках – число землетрясений N , вызвавших соответствующие жертвы (а) и ущерб (б)

В 1960–1970 гг. скорость роста накопленного ущерба максимальна, а значение показателя степени α приближается к 6; в конце анализируемого интервала времени рост суммарного ущерба замедляется.

Приведенные результаты носят ориентировочный характер, в частности – из-за сильной зависимости показателя степени α от начала отсчета.

Характер нестационарности величин ущерба

Нелинейность временного роста накопленного числа погибших и экономического ущерба может порождаться различными причинами. С одной стороны, эта нелинейность может отражать прогрессирующий рост величин ущерба от землетрясений. Такая нестационарность представляется вполне возможной ввиду роста населения и стоимости техносферы, а также отмеченного выше увеличения со временем количества вызвавших ущерб землетрясений. С другой стороны, нелинейный рост суммарных потерь может возникать и в рамках стационарной модели – если распределение ущерба имеет "тяжелый хвост" [2].

Для исследования стационарности ряда величин ущерба проанализируем режим землетрясений с разным числом жертв. Рассмотрим события трех диапазонов:

- I диапазон: 1–9 жертв (всего 347 событий),
- II диапазон: 10–99 жертв (всего 353 события),
- III диапазон: 100 и более жертв (всего 367 событий).

Из суммарного числа событий разных диапазонов видно, что большую часть жертв вызывают события III диапазона. Реально роль последних еще выше, так как очень велик вклад единичных экстремальных катастроф. Всего при землетрясениях II диапазона погибло 0.7%, а при событиях I диапазона – только 0.07% от общего числа жертв.

На рис. 3 показан рост кумулятивного числа событий разных диапазонов со временем. Видно, что поток событий III диапазона (сильнейшие катастрофы) практически стационарен на всем интервале времени. Для событий I и II диапазонов наблюдается рост интенсивности потока со временем, особенно сильный для землетрясений I диапазона. Ближе к концу анализируемого интервала времени потоки событий I и II диапазонов становятся более стационарными.

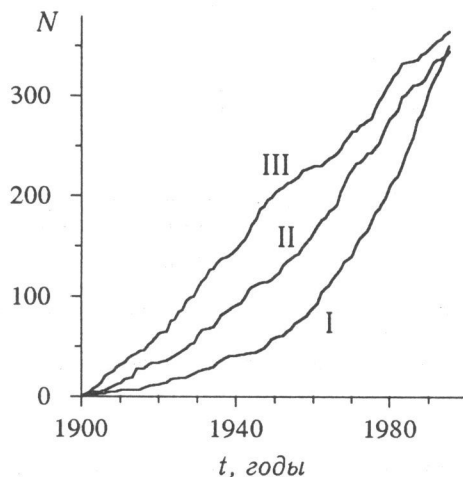


Рис. 3. Зависимость от времени накопленного числа землетрясений трех диапазонов

Чтобы выяснить, изменяется ли со временем распределение числа жертв в разных диапазонах, мы построили значения логарифмов числа жертв при последовательных событиях всех трех диапазонов и соответствующие накопленные суммы логарифмов числа погибших (рис. 4). Как будет показано ниже, переход к логарифмам связан с тем, что распределение числа жертв является распределением с "тяжелым хвостом". Для таких распределений выборочные средние значения неустойчивы и обычные методы статистической обработки неэффективны. После перехода к логарифмам распределения с медленно убывающими степенными "хвостами" (распределение Парето с показателем меньше 1, устойчивые законы с показателем меньше 1 и др.) приводят к распределениям, "хвосты" которых убывают достаточно быстро и тем самым обеспечивают сходимость выборочных средних значений. Переход к логарифмам необходим, вообще говоря, только для событий III диапазона, данные по I и II диапазонам представлены в виде логарифмов с целью облегчения сравнимости результатов. Переход от временной шкалы к событийной имеет целью облегчить рассмотрение вопроса о степени стационарности распределения числа жертв в разных диапазонах. Из рис. 4, а видно, что для событий III диапазона последовательность значений логарифмов числа жертв не претерпевает заметных временных изменений. При этом график накопленной суммы логарифмов практически не отличается от прямой линии, что указывает на постоянство среднего значения логарифма числа жертв. Отсюда можно сделать вывод о (квази)стационарности распределения числа жертв при событиях III диапазона. Вкупе с отмеченной выше стационарностью потока числа событий III диапазона это свидетельствует о (квази)стационарности режима сильнейших сейсмических катастроф, вносящих основной вклад в суммарное число жертв.

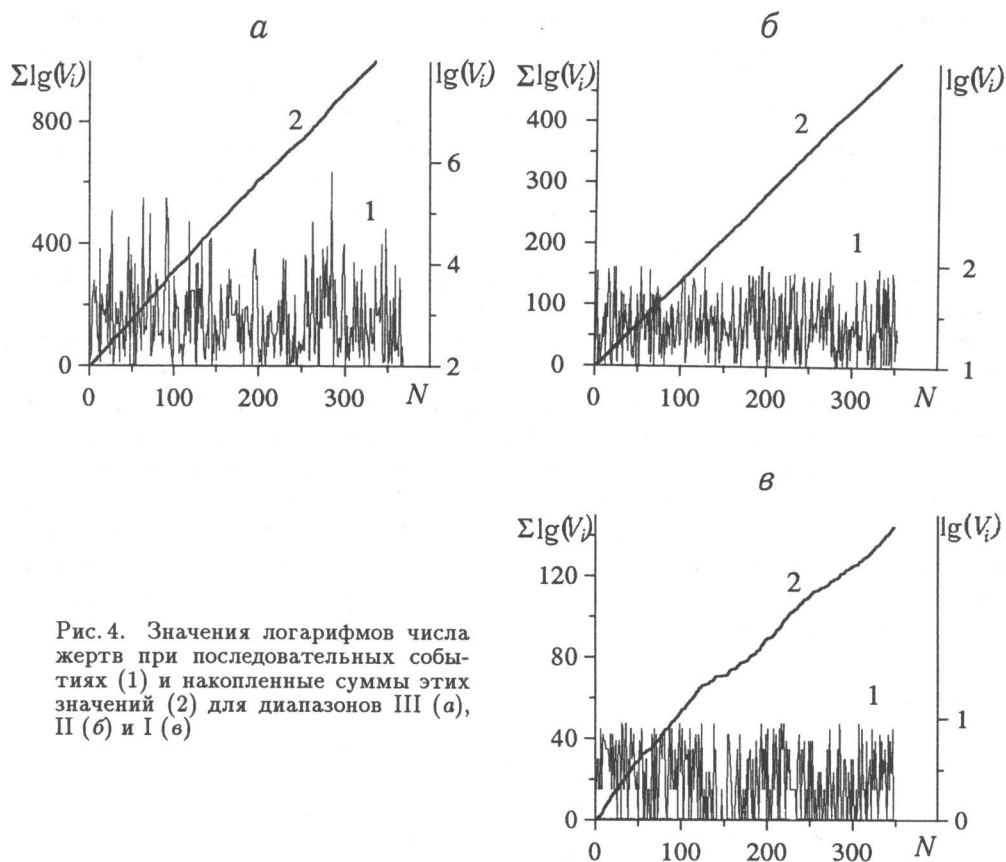


Рис. 4. Значения логарифмов числа жертв при последовательных событиях (1) и накопленные суммы этих значений (2) для диапазонов III (а), II (б) и I (в)

Аналогичный анализ был проведен для событий I и II диапазонов. Последовательность значений логарифмов числа жертв при событиях II диапазона (рис. 4, б) не содержит явных изменений со временем, а рост накопленной суммы логарифмов достаточно хорошо описывается прямой линией. Таким образом, распределение событий II диапазона не выявляет заметных изменений со временем, хотя поток событий этого диапазона и имеет тенденцию к росту (см. рис. 3).

Распределение событий I диапазона (рис. 4, в) изменяется со временем – видно, что в начальный период времени в каталоге отсутствуют события с числом жертв 1–2 человека. Наклон графика накопленной суммы логарифмов числа жертв I диапазона, изменяясь со временем, имеет тенденцию к уменьшению с течением времени. Уменьшение наклона отвечает увеличению доли событий с относительно меньшим числом жертв.

Завершая обсуждение характера (не)стационарности режима ущерба от землетрясений, резонно задаться вопросом о связи между величинами ущерба и изменениями сейсмической активности. Сопоставим временные изменения числа сильных землетрясений и выделенной ими сейсмической энергии с числом погибших. Последовательности числа жертв и выделенной сейсмической энергии в единицу времени подвержены гигантским флуктуациям. Учитывая это, сравним сильно

сглаженные значения числа жертв и выделенной энергии, а именно, возьмем медианы (по трем соседним годам) 5-летних суммарных значений числа жертв и выделенной энергии. С целью однородности аналогично сгладим данные и о числе сильных землетрясений (хотя последние и не испытывают столь больших флуктуаций и не нуждаются в подобном сглаживании). В качестве примера на рис. 5 показаны временные ряды, отражающие сглаженные изменения числа жертв и выделенной сейсмической энергии – видна некоторая корреляция этих двух рядов данных, более заметная после 1950 г. Коэффициент корреляции для всей длины ряда $r = 0.44$. При таком уровне корреляции с изменчивостью сейсмического режима связано около 10% разброса сглаженных величин ущерба. Аналогичная корреляция имеет место, если сейсмичность описывать числом сильных событий ($M > 7$), достоверность корреляции падает с понижением порога магнитуд и становится незначимой при $M \cong 6.5$. Таким образом, для сглаженных значений выявляется слабая корреляция величин ущерба и сейсмического режима. Сравнение очень сильно флуктуирующих годовых значений выделенной сейсмической энергии и числа погибших не выявляет значимой связи. Можно было бы ожидать, что определенная корреляция будет получена при расчете рангового коэффициента корреляции годовых значений выделенной сейсмической энергии и числа жертв, однако расчет ранговых коэффициентов Спирмэна и Кендэла не подтвердил наличия такой корреляции.

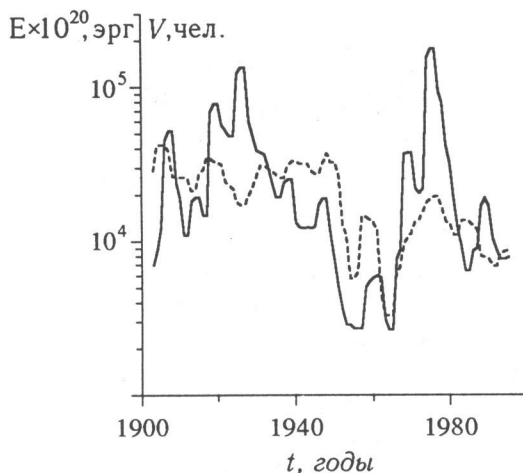


Рис. 5. Связь между медианами (по 3-м соседним точкам) 5-летних суммарных значений числа погибших (сплошная линия) и аналогично сглаженных значений выделенной сейсмической энергии (пунктир)

Подведем итоги анализа временной изменчивости режима сейсмических катастроф. Режим катастроф III диапазона, определяющих суммарные значения ущерба от землетрясений квазистационарен. Нестационарность режима катастроф по общемировым данным наблюдается для относительно слабых событий I и II диапазонов, дающих в сумме менее 1% от общего числа жертв. Выявленный рост числа слабых катастроф наиболее естественно объяснить совершенствованием системы регистрации (что подкрепляется отмечаемым ниже более ранним выходом потоков событий на квазистационарный режим в развитых странах).

Таким образом, фундаментальный факт сильного нелинейного временного роста накопленного ущерба от землетрясений не представляется возможным объяснить ни вариациями сейсмической активности, ни нестационарностью режима сейсмических катастроф.

Стационарная модель нелинейного временного роста величин ущерба

Покажем, что нелинейный рост накопленного числа жертв может быть объяснен в рамках стационарной модели, если учесть наличие "тяжелого хвоста" у функции распределения величин ущерба от землетрясений. Ранее авторами было показано [2, 7, 8], что распределения ущербов от природных катастроф x_i , больших некоторого порогового значения a , могут быть (с достаточно хорошим приближением) описаны степенным распределением Парето, где плотность и функция распределения задаются соотношениями

$$f(x) = \begin{cases} \beta a^\beta / (x^{1+\beta}), & x \geq a, \\ 0 & x < a, \end{cases}$$

$$F(x) = 1 - (a/x)^\beta, \quad x \geq a. \quad (1)$$

Показатель β можно оценить методом максимального правдоподобия [7]

$$\beta = \{1/n \times \sum \ln(x_i/a)\}^{-1}, \quad (2)$$

где n – количество событий, $x_i > a$. Выражение (2) максимизирует условную функцию правдоподобия L

$$L = f(x_1)f(x_2) \dots f(x_n) = \beta^n a^{n\beta} / \prod x_i^{1+\beta}.$$

В соответствии с общими свойствами оценок максимального правдоподобия [9] имеем следующее выражение для дисперсии оценки (2) :

$$\text{Var}(\beta) = \{E(\partial \ln L / \partial \beta)\}^2 = \beta^2 / n. \quad (3)$$

Как легко видеть при $\beta \leq 1$ соотношение (1) имеет бесконечное математическое ожидание.

Распределение годового числа жертв от землетрясений в 1900–1996 гг. представлено на рис. 6, а. Видно, что для годовых потерь более 6000 человек эмпирическое распределение хорошо описывается законом Парето с $\beta = 0.77 \pm 0.11$. Таких годовых интервалов 45 из 97 и на них приходится подавляющая часть общего числа погибших. Так как значение показателя степени $\beta < 1$, то распределение числа жертв от землетрясений имеет "тяжелый хвост". На рис. 6, б приведено аналогичное распределение для годовых значений материального ущерба (при построении использовались данные после 1960 г., начиная с которого ряд величин материального ущерба можно считать относительно стационарным). Для годовых значений материального ущерба $\beta = 0.65 \pm 0.16$ и распределение Парето выполняется для 20 лет из 36. Так как длина ряда годовых значений ущерба (1960–1996 гг.) мала, то для контроля проведем оценку параметров распределения также и для данных после 1970 г. В этом случае $\beta = 0.7 \pm 0.17$, и распределение выполняется в 65%

случаев. Пороговое значение для годовых значений материального ущерба в обоих вариантах одинаково, $a = 1.2$ млрд долларов. При дальнейших расчетах примем $\beta = 0.7 \pm 0.2$, вероятность выполнения распределения Парето $p = 0.6$ и $a = 1.2$ млрд долларов.

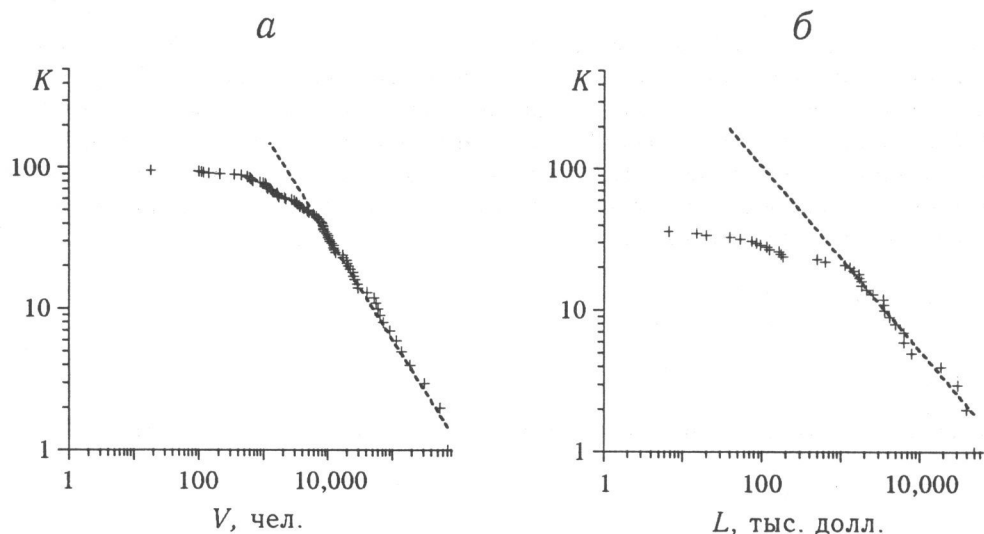


Рис. 6. Распределение годового числа жертв (а) и материального ущерба (б).

Пунктиром на обоих рисунках показаны аппроксимирующие прямые, соответствующие степенному распределению; по оси x – ранжированные величины жертв или ущерба, по оси y – число лет, когда величина ущерба превысила данное значение

Аналогичный результат получим, моделируя ряд значений ущерба обобщенным пуассоновским процессом [10] (в модели страхования такой процесс называют процессом Крамера-Лундберга [11]). В этой модели моменты событий (землетрясений) t_i образуют процесс Пуассона, а величины ущерба являются независимыми случайными величинами $x(t_i)$, отвечающими некоторой функции распределения $F(x)$. Кумулятивный ущерб Σ_t является случайным процессом

$$\Sigma_t = \sum_{t_i < t} x(t_i). \quad (4)$$

Такая модель была использована в работе [2] для описания ущербов от наводнений. В нашем случае законом Парето с показателем $\beta = 0.66 \pm 0.1$ описывается распределение числа жертв при сильнейших 170 сейсмических катастрофах, повлекших гибель не менее 900 человек. Модель (4) приводит к результатам, близким к модели годовых ущербов, являющейся ее сглаженным вариантом. Модели (4) соответствуют большая статистическая обеспеченность и, как правило, меньшие (чем для модели годовых ущербов) значения показателя β . С целью дополнительного контроля достоверности получаемых результатов расчеты проводились с использованием обоих вариантов.

Обсудим специфику распределений Парето с $\beta < 1$. Как уже отмечалось выше, для таких распределений теоретическое среднее значение равно бесконечности. При этом, из-за наличия "тяжелого хвоста" распределения, суммарный эффект (число жертв, ущерб, энергия событий и т.п.) соизмерим с эффектом от одного (наиболее сильного) события, произошедшего за тот же промежуток времени. Следствием сильной зависимости суммарного эффекта от величины максимального единичного события является неустойчивость и неинформативность выборочных средних значений, что имеет место независимо от длины используемого каталога и времени накопления суммы.

Здесь, однако, необходимо сделать оговорку – для реальных данных всегда имеют место ограничения глобального характера. В нашем случае, число жертв заведомо не может превышать численности населения Земли, а экономический ущерб – стоимости техносферы, т.е. распределение Парето не может моделировать реальный процесс на бесконечном интервале времени. Любое реальное распределение должно обрываться (или начинать достаточно быстро убывать), начиная с некоторого (пусть и весьма большого) максимально возможного значения A . Для интервалов времени, при которых экстремальные ($\geq A$) значения наблюдаются неоднократно, характер нарастания ущерба качественно меняется и можно уже применять закон больших чисел и пользоваться выборочными средними. Метод оценки величины A и периода характерной повторяемости таких (экстремальных) событий обсуждается ниже.

При обработке данных с "тяжелыми хвостами" удобно (как мы это делали выше) переходить к логарифмам анализируемых числовых значений. Переход к логарифмам (применимый при условии неотрицательности исходных числовых значений) обеспечивает существование всех теоретических моментов распределения, а, следовательно, и применимость закона больших чисел и центральной предельной теоремы для сумм логарифмов. Однако иногда (в частности при оценке суммарных ущербов) интерес представляют суммы самих исходных значений, а не суммы их логарифмов. Логарифмирование при этом не подходит, так как не допускает обратного перехода от сумм логарифмов к суммам исходных значений. В этом случае можно пользоваться предельными теоремами теории вероятностей. Однако, в отличие от стандартного случая, суммы будут сходиться не к Гауссовскому закону, а к устойчивому закону с показателем степени меньше двух. Такие распределения имеют бесконечную дисперсию, а при $\beta < 1$ также и бесконечное математическое ожидание. Для описания таких сумм используют медианы (по определению, 50% наблюдений превосходят медиану) и доверительные интервалы (квантили распределения) заданного уровня.

Приведем теоретические оценки значений накопленного числа жертв за K лет – кумулятивной суммы Σ_K . Предположим сначала, что число лет n (очевидно, что $n \leq K$), когда ущерб превысил порог a (начиная с которого эмпирическое распределение отвечает закону Парето), фиксировано. Характерные значения (например, медианы) сумм Σ_n распределений Парето с "тяжелыми хвостами" (при $\beta < 1$) с увеличением n растут нелинейным образом, как $n^{1/\beta}$, что можно ошибочно принять за нестационарность ряда наблюдений [7]. Нормированная сумма $\Sigma_n/n^{1/\beta}$ при $n \rightarrow \infty$ сходится к некоторой случайной величине ξ , распределенной по устойчивому закону, отличному, однако, от обычного нормального закона.

Подчеркнем, что нормировка суммы Σ_n производится на $n^{1/\beta}$ в отличие от привычной нормировки на $n^{1/2}$ для случайных величин с конечной дисперсией, когда справедлива центральная предельная теорема о сходимости $\Sigma_n/\sqrt{n}$ к Гауссовскому закону. В качестве оценки характерного значения Σ_n рекомендуется использовать медиану M_n распределения Σ_n . Так как для симметричных и имеющих математическое ожидание распределений медиана совпадает с математическим ожиданием, то медиана является естественной заменой среднего значения, существующей и устойчивой даже тогда, когда математическое ожидание бесконечно, а выборочные средние крайне неустойчивы и имеют тенденцию к неограниченному росту с ростом n .

Медиану M_n можно оценить следующим образом. Для распределений Парето с показателем степени $\beta < 1$ (см. описание в [2 и 7]) кумулятивная сумма Σ_n и максимальный член выборки $\mu_n = \max_{i \leq n}(x_i)$ имеют одинаковый порядок величины

$$\Sigma_n \cong r_n \mu_n, \quad (5)$$

где r_n — величина порядка единицы. Отношение $r_n \cong \Sigma_n/\mu_n$ является случайной величиной (зависимость r_n от n и β подробно обсуждается в [7]). В качестве грубого приближения можно заменить r_n на предельное (при $n \rightarrow \infty$) значение его математического ожидания (см. [10], с. 533)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E r_n = (1 - \beta)^{-1}. \quad (6)$$

Из (5), (6) имеем приближенное соотношение для суммарного ущерба

$$\Sigma_n \cong \mu_n / (1 - \beta). \quad (7)$$

Максимум μ_n имеет функцию распределения $F^n(x)$ и для него медиана легко находится. Подставляя эту медиану в (7), получаем приближение для медианы M_n суммы Σ_n

$$M_n \cong n^{1/\beta} a \{ (1 - \beta) (\ln 2)^{1/\beta} \}^{-1}. \quad (8)$$

Впрочем, для распределений с "тяжелыми хвостами" любая точечная оценка характерного значения суммы (в том числе и медианой) частично обесценивается большим разбросом значений Σ_n . Более полно охарактеризовать сумму Σ_n можно с помощью доверительных границ, т.е. таких значений $\bar{z}_\epsilon$, и $\underline{z}_\epsilon$, что

$$P\{\underline{z}_\epsilon < \Sigma_n / n^{1/\beta} < \bar{z}_\epsilon\} = 1 - 2\epsilon. \quad (9)$$

Если выбрать ϵ достаточно малым, то доверительный интервал $(n^{1/\beta} \underline{z}_\epsilon; n^{1/\beta} \bar{z}_\epsilon)$ будет с большой вероятностью, равной $(1 - 2\epsilon)$, накрывать значения суммы Σ_n . Такие доверительные границы для любого желаемого уровня доверия $(1 - 2\epsilon)$ можно найти, используя нижеследующие соотношения.

Для больших значений аргумента z справедлива асимптотическая формула (см. [10, 12])

$$P\{\Sigma_n / n^{1/\beta} > z\} \cong (a/z)^\beta. \quad (10)$$

Потребовав, чтобы вероятность (10) равнялась ε , получаем верхнюю границу $\bar{z}_\varepsilon$

$$\bar{z}_\varepsilon = a\varepsilon^{-1/\beta}. \quad (11)$$

Нижнюю границу получим, пользуясь тем, что максимальный член $\max_{i \leq n}(x_i)$ не превосходит, но сравним с Σ_n . Имеем

$$\begin{aligned} P\{\Sigma_n/n^{1/\beta} < z\} &\leq P\{\max_{i \leq n}(x_i)/n^{1/\beta} < z\} = P\{\max_{i \leq n}(x_i) < n^{1/\beta}z\} = \\ &= [1 - (a/zn^{1/\beta})^\beta]^n \approx \exp\{-(a/z)^\beta\}, \end{aligned}$$

и, полагая это выражение равным ε , получаем приближенную нижнюю границу $\underline{z}_\varepsilon$

$$\underline{z}_\varepsilon = a\{\ln(1/\varepsilon)\}^{-1/\beta}. \quad (12)$$

Выражения (11), (12) для фиксированного (но достаточно большого) значения n дают возможность явного построения доверительного интервала (9) с любым уровнем доверия $(1-2\varepsilon)$ и решают, таким образом, задачу интервальной статистической оценки значений суммы Σ_n . Для сравнения с эмпирическими данными длительность ряда получаем из соотношения $K = n/p$, где p – доля событий, для которых выполняется распределение Парето.

Учтем теперь, что n является случайной величиной, имеющей биномиальное распределение с вероятностью успеха $p = \rho\{x_i > a\}$, а число испытаний определяется длиной ряда (годы, K – для модели годовых ущербов, число событий, N – для модели (4)). Так, для годового числа жертв пороговое значение $a = 6000$ и вероятность $p = 45/97 \cong 0.46$; а для годовых величин ущерба $a = 1.2$ млрд долларов и $p \cong 0.6$. Величина n может при этом принимать значения от 0 до K с вероятностями

$$\rho\{n = j\} = C_K^j p^j (1-p)^{K-j}.$$

Отсюда, для функции распределения накопленного за K лет ущерба L_K получаем

$$\rho\{L_K < x\} = \sum_{j=0}^K \rho\{\sigma_j < x\} C_K^j p^j (1-p)^{K-j}. \quad (13)$$

Для определения Σ_j снова воспользуемся приближением (7) и выражением для определения медианы максимального единичного события. В результате из (13) получаем

$$\rho\{L_K < x\} \cong \sum_{j=0}^K C_K^j p^j (1-p)^{K-j} [F((1-\beta)x)]^j = [1-p + pF((1-\beta)x)]^K. \quad (14)$$

Из (14) определяем медиану $M_K(L)$ кумулятивного ущерба L_K за K лет

$$M_K(L) = ap^{1/\beta} / \{(1-\beta)(1-2^{-1/K})^{1/\beta}\}^{-1} \cong a(Kp)^{1/\beta} / \{(1-\beta)(\ln 2)^{1/\beta}\}. \quad (15)$$

Из (15) видно, что для случайного значения n ($0 \leq n \leq K$) все отличие $M_K(L)$ от случая фиксированного $n = pK$ (формула (8)) сводится к замене n его средним значением pK .

Рассчитанные по формулам (8), (11), (12), (15) со значением $\beta = 0.77$ медиана и 80%-й доверительный интервал для накопленных сумм числа жертв Σ_N представлены рис. 7, а. Расчетная медиана хорошо соответствует кривой накопленного числа погибших на интервале времени около 40 лет (до 1940 гг.), но далее дает завышенные оценки. Последнее (как показано ниже) связано с реальной ограниченностью величины максимально возможного ущерба. На рис. 7, б приведены аналогичные кривые для величин накопленного экономического ущерба. Легко видеть, что результаты качественно аналогичны, однако в этом случае расчетные значения накопленного ущерба начинают превышать наблюдаемые значения ущерба на меньших (~ 15 лет) интервалах времени.

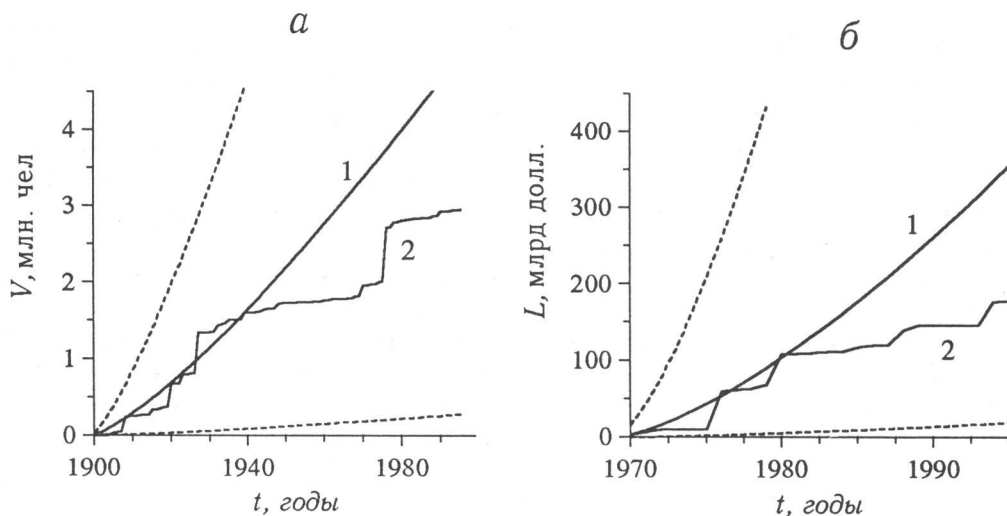


Рис. 7. Сопоставление эмпирических кривых роста накопленного числа жертв (а) и материального ущерба (б) с результатами расчетов.

На обоих рисунках: 1 – медиана жертв или ущербов (пунктир – верхняя и нижняя границы 80% интервала доверия), 2 – фактические данные о жертвах с начала века или о величинах материального ущерба с 1970 г. (когда уровень регистрации можно считать близким к современному)

Материалы настоящего раздела позволяют сделать следующие выводы:

1. Значительный нелинейный рост числа погибших (и материального ущерба) при землетрясениях не может обуславливаться ни неполнотой данных за ранние промежутки времени, ни нестационарностью режима сейсмических катастроф.

2. Рост ущерба от землетрясений можно моделировать в рамках стационарной модели, учитывающей тот факт, что распределения числа погибших и величин ущерба от отдельных катастроф и распределения годовых величин ущерба имеют "тяжелый хвост", ввиду чего суммарный ущерб нарастает со временем нелинейным образом, как $t^{1/\beta}$ (где $\beta < 1$).

3. Отклонения режима ущерба от стационарности связаны, в первую очередь, с ростом числа событий с малым числом жертв. Этот эффект, по-видимому, связан с улучшением системы регистрации.

Остаются, однако, открытыми два вопроса, весьма существенные как в практическом, так и в теоретическом отношении. Во-первых, в каких пределах возможно моделирование распределения величин ущерба законом Парето и, соответственно, на каких интервалах времени следует ожидать нелинейный рост со временем суммарного ущерба. Во-вторых, какова связь режима ущербов от землетрясений с такими важнейшими социально-экономическими процессами, как рост населения и развитие техносферы.

Результаты предварительного анализа этих вопросов описаны в двух последующих разделах.

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРЕТО ДЛЯ ВЕЛИЧИН УЩЕРБА ОТ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

Ограниченность реально возможных значений ущерба подразумевает, что должны существовать ограничения на область применимости степенного закон Парето (1) с показателем $\beta < 1$. В качестве модели ограничения используем усеченное распределение Парето с функцией распределения $F(x)$

$$F(x) = \{1 - (a/x)^\beta\} / \{1 - (a/A)^\beta\}, \quad a \leq x \leq A. \quad (16)$$

Вместо резкого усечения можно было бы в качестве модели ограничения использовать и "плавные" варианты, обеспечивающие достаточно быстрое убывание плотности $f(x) = F'(x)$ на бесконечности. Так, например, в схожей с нашей задаче статистического моделирования распределения энергии землетрясений (или их сейсмического момента) в работе [13] было предложено гамма-распределение, в котором экспоненциальный член, обеспечивающий существование всех моментов распределения, оказывается существенным лишь при больших значениях аргумента. В работе [14] для той же задачи был предложен закон Парето, у которого показатель β скачком изменяет свое значение при $x > x_0$ и становится больше единицы, обеспечивая тем самым ограниченность математического ожидания величины ущерба. При этом отмечалось, что "точка перелома" x_0 (cross-over point) может быть обычно оценена по экспериментальным данным лишь со значительной неопределенностью.

Мы остановились на модели (16), поскольку она дает возможность яснее проследить за появляющимися из-за ограничения эффектами. Будем предполагать, что верхняя граница A много больше порогового значения a , т.е. $A/a \gg 1$.

Можно ожидать, что эффект усечения распределения Парето по правилу (16) начнет сказываться на (статистическом) поведении кумулятивной суммы Σ_n лишь при достаточно большом числе испытаний n . При малых n сумма Σ_n малочувствительна к различию между усеченным (1) и неусеченным (16) законами Парето. Для грубой оценки критического значения n рассмотрим вероятность события (для неусеченного Парето), что все n значений выборки меньше A

$$P\{\pi_n\} = P\{x_1 < A, \dots, x_n < A\} = [1 - (a/A)^\beta]^n. \quad (17)$$

Так как $(a/A \ll 1)$, то при малых n вероятность (17) будет все еще велика. Потребовав, чтобы она превосходила $(1 - \varepsilon)$, получаем ограничение на n

$$\begin{aligned}
 [1 - (a/A)^\beta]^n &> 1 - \varepsilon, \\
 n \ln[1 - (a/A)^\beta] &> \ln(1 - \varepsilon), \\
 -n(a/A)^\beta &> \ln(1 - \varepsilon), \\
 n &< (A/a)^\beta \ln(1/(1 - \varepsilon)).
 \end{aligned} \tag{18}$$

При n , удовлетворяющих (18), сумма Σ_n с вероятностью $(1 - \varepsilon)$ ведет себя для усеченного Парето (16) так же, как и для неусеченного (1).

Проведем теперь несколько более точную оценку ограничения на значение n . Пусть имеется выборка $x_1, \dots, x_n$ из распределения (16). Рассмотрим медиану μ_n максимального члена ($\max(x_i)$) этой выборки. При малых n медиана μ_n будет расти нелинейным образом (пропорционально $n^{1/\beta}$), а затем рост ее замедлится и прекратится (так как распределение ограничено константой A). Мы хотим установить границу, с которой начнется это изменение поведения μ_n . Для определения μ_n имеем

$$[(1 - (a/x)^\beta)/(1 - (a/A)^\beta)]^n = 0.5, \quad \mu_n = a/\{1 - 2^{-1/n}[1 - (a/A)^\beta]\}^{1/\beta}.$$

Отсюда легко показать, что производная медианы μ_n по n остается больше единицы, пока $n \leq K_1$

$$n \leq K_1 = (1 - \beta)/\beta \times (A/a)^\beta \ln 2. \tag{19}$$

Соотношение (19), с точностью до постоянного множителя, дает то же ограничение по n , что и (18), полученное из более грубых оценок. При $n \leq K_1$ сумма ведет себя (в статистическом смысле) для усеченного распределения Парето (16) практически так же, как и для неусеченного распределения (1).

Наоборот, при $n \gg K_1$, для усеченного распределения (16) сумму можно приблизить с помощью Гауссовского предельного закона ($\Sigma_n - nEx_1)/\sqrt{Var\Sigma_n} \cong \xi$ (где ξ – нормированная Гауссовская величина) и

$$\begin{aligned}
 Ex_1 &\cong A\beta/(1 - \beta)(a/A)^\beta, \\
 Var(x_1) &\cong A^2\beta/(2 - \beta)(a/A)^\beta.
 \end{aligned} \tag{20}$$

Отсюда получаем ограничение на минимальное значение n , обозначаемое K_2 , для которого можно пользоваться среднегодовым значением Σ_n/n (при условии справедливости усеченного распределения (16)). Взяв в качестве критерия трехкратное превышение среднего значения величины Σ_n/n над корнем из ее дисперсии, получим из (20)

$$K_2 = 9(1 - \beta)^2(A/a)^\beta/[\beta(2 - \beta)]. \tag{21}$$

Заметим, что величина K_2 имеет тот же главный член $(A/a)^\beta$, что и выражения (18), (19). Для практического применения соотношений (19), (21) необходимо знать оценки входящих туда параметров β и A . Рассмотрим случай годовых значений числа погибших. Из рис. 6,а видно, что распределение значений годового числа жертв достаточно хорошо описывается усеченным распределением Парето

(16) для $x > 6000$, поэтому примем $a = 6000$. За 97 лет это значение превышено 45 раз, т.е. в ряду годовых наблюдений значения $x > 6000$ появляются с частотой $p = 45/97 = 0.46$. Для параметра β можно взять оценку максимального правдоподобия (2) с учетом ее разброса. Что касается параметра A , то поскольку сильнейшие события встречаются редко, следует ожидать, что любые методы оценки A будут давать большую неопределенность. Если, исходя из максимального значения годового числа жертв в каталоге (680 тыс. человек), положить $A = 10^6$, то из (19) и (21) получаем

$$K_1 = 11, \quad K_2 = 26. \quad (22)$$

Учтем теперь, что используемое распределение выполняется в 46% случаев (когда годовое число жертв более 6000). Поэтому полученные оценки K_1 и K_2 следует увеличить вдвое. Получаем, что нелинейный рост накопленного числа жертв наблюдается при интервалах времени длительностью до $\approx 20 - 25$ лет. Обычный подход применим для интервалов времени более 50 лет. В промежутке от 25 до 50 лет следует ожидать переходного режима роста значений ущерба.

Наибольшая неопределенность в оценке (22) связана с произвольным заданием параметра A . Учитывая это, а также важность значения A , как оценки величины максимально возможной катастрофы, остановимся на вопросе определения A подробнее. При этом постараемся не только получить несколько более точные оценки A , K_1 и K_2 , но и проследить, насколько изменяются эти важные параметры режима сейсмических катастроф при использовании разных каталогов и методов оценки. Поскольку максимальный годовой ущерб практически определяется величиной максимального единичного события, достаточно оценить предельно возможную величину единичного ущерба. Учитывая это, будем использовать модель Крамера-Лундберга [4], в которой имеющаяся информация используется полнее. Действительно, распределению Парето подчиняется 45 значений годового числа погибших, а количество сильных сейсмических катастроф, отвечающих тому же требованию, равно 170.

Обсудим два способа оценки параметра A .

Первый способ связан с так называемым фидуциальным подходом к оценке ограничивающего распределение параметра [15, 16]. Условную плотность вероятности значений ущерба при условии $x < a$ обозначим $g(x)$. Среднее значение x в области $x < a$ мало, поэтому конкретный вид функции $g(x)$ несущественен. Плотность вероятности $\varphi(x; A)$ запишем в виде

$$\varphi(x; A) = \begin{cases} (1-p)g(x), & x < a, \\ p\beta a^\beta / \{x^{(1+\beta)}[1 - (a/A)^\beta]\}, & a \leq x \leq A. \end{cases} \quad (23)$$

Функцию распределения ущербов обозначим $\Phi(z, A)$. Для $z > a$ имеем

$$\Phi(z, A) = \int_0^z \varphi(x, A) dx = 1 - p + p[1 - (a/z)^\beta] / [1 - (a/A)^\beta]. \quad (24)$$

Для выборки $x_1, \dots, x_n$, имеющей максимальное значение $m_n = \max(x_i)$, в соответствии с фидуциальным подходом получаем функцию распределения $\Psi_n(A)$ неизвестного параметра A

$$\Psi_n(A) = 1 - \Phi_n(m_n; A), \quad A \geq m_n. \quad (25)$$

Распределение (25) необходимо дополнить несобственной точкой $A = \infty$, имеющей вероятность

$$P(A = \infty) = \Phi_n(m_n; \infty). \quad (26)$$

Распределение (25) сильно асимметрично. Условие (26) приводит к бесконечному значению математического ожидания. Поэтому в качестве оценки значения A естественно взять медиану $M_n(A)$ распределения (25), полученную из условия $\Psi_n(M_n(A)) = 0.5$. Откуда, учитывая также (23) и (25), получаем первую оценку A в виде медианы $M_n(A)$

$$M_n(A) = a\{1 - p[1 - (a/m_n)^\beta]/(0.5^{1/n} - 1 + p)\}^{-1/\beta}. \quad (27)$$

Во втором способе воспользуемся тем, что для задачи статистической оценки параметра A можно явно указать несмещенную оценку, обладающую наименьшей возможной дисперсией среди всех несмещенных оценок (см. [17, 18]). Отсюда вторая оценка для определения A имеет вид

$$A = m_n + 1/n\{1 - p + p[1 - (a/m_n)^\beta]\}m_n^{1+\beta}/[p\beta a^\beta], \quad (28)$$

при этом стандартное отклонение оценки равно в точности второму слагаемому в правой части (28).

Используем соотношения (27), (28) и (19), (21) для определения величин максимально возможной (в рамках модели (16)) сейсмической катастрофы и характерной длительности периода времени, в течение которого сохраняется нелинейный рост накопленных величин ущерба. Оценки получим независимо для сформированного нами рабочего каталога (1900–1996 гг.) и для каталога [5] (1900–1979 гг.). Наиболее резким отличием этих каталогов является разница значений максимального числа погибших при единичном событии: 650 тыс. человек в первом каталоге и 240 тыс. человек – во втором.

Исходные данные и результаты расчетов представлены в табл. 2. Каждый расчет проводился со значением β , полученным по формуле (2) для данного каталога, устойчивость результата контролировалась варьированием параметра β на плюс/минус величину стандартного отклонения (3). Для расчетов параметра A , полученных по формуле (28), приведены значения стандартных отклонений. Значения K_1 и K_2 пересчитаны в длительность соответствующих интервалов времени (T_1 и T_2) в годах. Большая длительность рабочего каталога позволила также провести расчеты параметра A для модели годовых значений числа жертв. Разброс значений A в этой модели оказался существенно выше, что естественно связать с меньшей статистической обеспеченностью этого подхода. В целом, расчеты параметра A по формулам (27) и (28) дают довольно близкие результаты. Исключением являются более высокие оценки A , полученные по формуле (27) при больших значениях β . Последние, видимо, завышены, поскольку для значений β , близких к единице, приближение (7) становится некорректным.

Как и следовало ожидать, оценки максимально возможной сейсмической катастрофы сильно зависят от величины максимального единичного ущерба m_n и, соответственно, оценки параметра A по данным каталога [5] существенно ниже,

ТАБЛИЦА 2. Результаты расчета максимальных единичных потерь при землетрясениях и длительности периода времени перехода от нелинейного к линейному режиму накопления ущерба

Формула расчета A	Значение β	Оценка A , тыс.чел.	Погрешность расчета A , тыс.чел.	Оценка T_1 , лет	Оценка T_2 , лет
Рабочий каталог					
(27)	0.71	1400	—	26	70
(27)	0.64	1100	—	20	66
(27)	0.78	2300	—	41	88
(28)	0.71	1190	550	24	64
(28)	0.64	1050	400	20	66
(28)	0.78	1420	750	28	60
Каталог [5]					
(27)	0.74	505	—	21	55
(27)	0.63	380	—	16	57
(27)	0.85	1005	—	34	55
(28)	0.74	440	200	19	50
(28)	0.63	380	140	16	57
(28)	0.85	530	290	20	32
Характерные значения определяемых параметров					
		500-1000	200-500	20-25	50-65

чем по рабочему каталогу. Напротив, оценки характерной длительности нелинейного режима роста ущерба и минимального времени, необходимого для устойчивого выхода на линейный режим, оказались более стабильными. Характерные значения T_1 и T_2 в обоих случаях оцениваются в 20–25 и 50–65 лет соответственно.

К близким результатам приводит моделирование роста суммарного числа жертв и накопленного материального ущерба бутстреп-методом [19]. Приняв выборочную функцию распределения годовых значений числа жертв в течение 97 лет за теоретическую функцию распределения, промоделируем характерные значения сумм Σ_t для разных значений t ($t = 1, \dots, 97$ лет). Для каждого t_i вычислим по 1000 случайных реализаций сумм Σ_t , а затем возьмем медианы этих значений, моделируя, тем самым, типичную зависимость роста Σ_t с увеличением t . Результаты моделирования для числа жертв представлены на рис. 8, а. Для значений $t < 20$ лет медиана сумм Σ_t растет как $t^{1.53}$, что превосходно согласуется с приведенным выше значением $\beta = 0.65 \pm 0.11(1/1.53 = 0.65)$. В дальнейшем рост замедляется и при $t > 40$ –50 лет выходит на (примерно) линейный закон роста характерных значений сумм Σ_t со временем (оценка показателя степени методом наименьших квадратов дает при $t > 30$ значение $\alpha = 1.06$), значение A оценивается при этом в 700–900 тыс. человек. Близкие значения α (и примерно вдвое меньшие A) получаются в результате бутстреп-анализа данных каталога [5] за 1900–1979 гг. Квантили, обеспечивающие 68%-процентные доверительные интервалы, выбраны с целью максимальной сопоставимости с кривыми плюс/минус стандартное отклонение, дающими аналогичную вероятность.

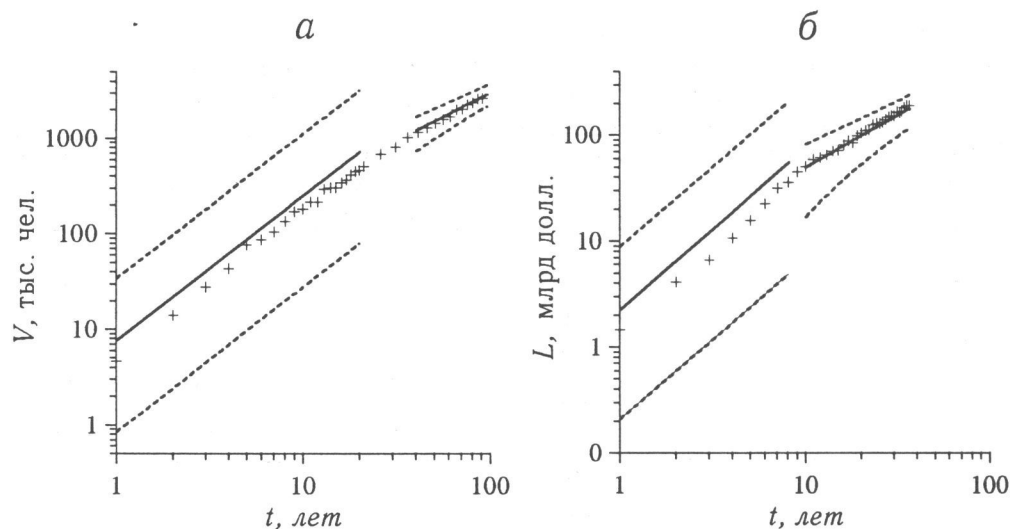


Рис. 8. Прогноз суммарного числа жертв (а) и накопленного материального ущерба (б) на t лет.

Сплошные линии – медианы (для $t < 20$ лет) и нормальное приближение (для $t > 40$ лет), пунктир – плюс/минус стандартное отклонение, звездочки – результаты моделирования бутстреп-методом

Качественно аналогичные (но с большей погрешностью) результаты анализа получаются для материального ущерба. Высокий разброс значений ущерба затрудняет определение момента времени, начиная с которого каталог можно считать относительно однородным. Отсюда неопределенность точки начала отсчета, которую можно выбирать в интервале 1950–1972 гг. Эта неопределенность оказывается, однако, не столь существенной, так как на анализируемый отрезок времени при любом его выборе приходится более одного года с сопоставимым максимальной величиной ущерба (30–50 млрд долларов). Отсюда имеем максимальный наблюдаемый ущерб $m_n = 50$ млрд долларов. На рис. 8, б представлены результаты моделирования материального ущерба бутстреп-методом по данным за 1960–1996 гг. При этом, учитывая большую погрешность данных по материальному ущербу, использовалась более грубая модель годовых значений ущерба. Для интервалов меньше 10 лет величина накопленного ущерба растет, примерно, как $t^{1.6}$. Для интервалов более 20 лет величина накопленного ущерба растет по закону, близкому к линейному, как $t^{1.03}$. Величина ущерба, соответствующего точке перегиба, близка к максимально зарегистрированному значению ущерба.

Для материальных ущербов характерные интервалы времени T_1 и T_2 , полученные с учетом формул (19) и (21), составили около 15 и более 30 лет, что заметно больше значений, полученных бутстреп-методом (рис. 8, б). Оценка соответствующего области "перелома" максимально возможного годового ущерба составила 150 ± 100 млрд долларов. Большой разброс оценок T_1 , T_2 и A естественно связать с меньшей статистической обеспеченностью каталога ущербов.

Из полученных оценок следует, что при работе с мировой статистикой потерь (ущербов) от землетрясений на интервалах времени до 20–30 лет важно учиты-

вать нелинейный рост сумм Σ_t . На таких интервалах времени средневыворочные значения (среднегодовые, средние по пятилеткам и т.п.) непредставительны и суммы ущерба Σ_t соизмеримы с единичным (наибольшим) значением. Напротив, при анализе количества жертв (ущербов) от землетрясений на интервалах более 50 лет можно использовать обычные методы оценки выборочных средних значений. "Точка перелома" в статистическом поведении сумм Σ_t сильно "размазана", а ее положение, видимо, отличается для случаев жертв и экономических потерь. Кроме неточности исходных данных и методов расчета, "размазанность" области изменения режима может порождаться неадекватностью используемой модели резкого усечения распределения Парето (16). Более реалистичной представляется модель "плавного" изменения режима сильных катастроф. В этой связи резонно напомнить, что в выражении ct^α , аппроксимирующем кумулятивную сумму числа погибших и материального ущерба Σ_t со временем t , значения показателя α для интервалов времени более 40 лет приближаются к единице, но все же остаются слегка больше единицы (1.06 для числа жертв и 1.03 для ущерба). Такое поведение показателя α можно ожидать при "плавном" варианте изменения режима сильнейших катастроф.

Расчет, аналогичный вышеприведенному, может быть реализован и на региональном уровне. Для этого потребовались бы, однако, данные о величине ущерба более точные и за больший интервал времени. Последнее требование связано с тем, что период повторяемости крупнейших катастроф на региональном уровне может оказаться существенно большим, чем на мировом.

Приведенные соотношения учитывают ограниченность размеров максимально возможной сейсмической катастрофы и, тем самым, позволяют рассчитать характерные величины накопленных ущербов и соответствующие доверительные интервалы как для области нелинейного роста ущерба, так и для больших интервалов времени. Результаты таких расчетов представлены на рис. 8. Эти результаты (также как и результаты моделирования бутстреп-методом) можно рассматривать как прогноз ожидаемых величин ущерба, полученный в предположении, что статистические закономерности останутся теми же, что имели место в 1900–1996 гг. Степень обоснованности такого предположения (и, соответственно, пределы применимости прогноза) станут яснее после обсуждения вопроса о связи характера ущерба с социально-экономическими параметрами.

СВЯЗЬ ВЕЛИЧИН УЩЕРБА С СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ

Рассмотрим связь статистических характеристик сейсмических катастроф с генерализованными социально-экономическими параметрами. С этой целью сравним данные по регионам с различным уровнем социально-экономического развития (см. табл. 1 и рис. 1): Северной Америке, Европе (реально по сейсмически активной Южной Европе), Японии, Латинской Америке, Азии и Индокитаю. (Информация по регионам с редкими данными об ущербе – Центрально-Африканская рифтовая система, Новая Зеландия, некоторые другие – не использовалась.) Выбранные регионы можно объединить в две группы: с более высоким уровнем экономического развития (Северная Америка, Южная Европа, Япония) и более низким уровнем (Латинская Америка, Азия, Индокитай). Такое разделение соответствует

общепринятому выделению стран первого и третьего мира. Для этих двух групп регионов полнота каталога событий, типичные соотношения величин ущерба и характерный разброс данных различны, разброс данных уменьшается со временем. В целом погрешность выше для развивающихся стран, чем для развитых, а для значений ущерба погрешность выше, чем для числа жертв. Для Европы высокий разброс в определении числа жертв за весь период обусловлен большой неопределенностью числа погибших при катастрофических землетрясениях начала века, сколь-либо полно представленных только для этого региона.

Выше отмечалось, что в текущем столетии сильно возросло число зарегистрированных событий с малым числом жертв. Наиболее интенсивный рост происходил примерно до 1970 г., затем интенсивность потоков событий с разным числом жертв постепенно стабилизировалась. Тенденция к стабилизации характерна для всех регионов, но в развитых странах она наблюдается раньше. Такая динамика кажется естественной, если изменения объясняются улучшением системы регистрации величин материального ущерба по мере экономического развития.

Вероятно, однако, что изменения социально-экономической ситуации могут сопровождаться и реальными (не связанными с качеством системы регистрации) изменениями режима ущербов от землетрясений.

Одним из важных изменений социально-экономической системы является рост населения, наиболее быстрый в нашем столетии. За 1900–1996 гг. численность населения Земли увеличилась в 3,6 раза. Однако соответствующего роста числа катастроф с числом жертв более 100 человек в среднем по планете не наблюдается. Отсюда можно сделать вывод о существовании фактора, компенсирующего потенциальный рост уязвимости общества при увеличении численности населения. Естественно предположить связь такой компенсации с совершенствованием техносферы по мере экономического развития – улучшением качества массового строительства, лучшей пожарозащищенностью и другими аналогичными изменениями. Если компенсация действительно связана с совершенствованием техносферы, то, учитывая различие социально-экономических условий в странах первого и третьего мира, следует ожидать относительную перекомпенсацию в первом случае, и недокомпенсацию – во втором. Проверим это предположение.

Основной вклад в суммарный ущерб дают сильнейшие катастрофы, выделенные выше в группу катастроф III диапазона. Рассмотрим изменчивость потока этих катастроф в первой и второй группе регионов. Из рис. 9,а видно, что в развитых странах наблюдается (по-видимому) некоторое уменьшение интенсивности потока катастроф с числом жертв более 100 человек, в то время как в странах третьего мира поток таких катастроф имеет слабую тенденцию к росту. Если аппроксимировать потоки катастроф III диапазона зависимостью вида ct^α , то для развитых стран имеем $\alpha \cong 0.8$, а для развивающихся $\alpha \cong 1.1$, т. е. поток катастроф слегка нарастает в странах третьего мира и "затухает" в развитых странах. О том же свидетельствует распределение отклонений годового числа катастроф III диапазона от среднегодовой интенсивности за 1900–1996 гг. В развитых странах 8 из 9 максимальных (превышающих 1.5 среднеквадратичных отклонения) значений годового числа катастроф зарегистрированы до 1949 г., и только одно такое превышение – во второй половине каталога. Вероятность такого разделения при стационарном режиме составляет менее 2%.

по Японии не включена из-за малого числа данных при аномально большом их разбросе, что может соответствовать "скачку" Японии в XX веке из относительной отсталости в лидерство промышленного мира). Как и следовало ожидать, распределение параметра "ущерб/жертвы" и для развитых, и для развивающихся стран носит логнормальный характер, однако распределение для развитых стран смещено в область больших значений этого отношения. Максимумы распределений различаются примерно в 6 раз.

Сопоставим данные по отдельным регионам (табл.3), при этом используем представленные в Интернет данные ООН об экономическом развитии и о демографической ситуации разных стран [20]. По этим данным были оценены средние значения величин годового национального продукта на одного жителя для выбранных выше регионов (столбец (5) табл.3). Год сравнения (1970) был выбран, исходя из согласования полноты базы данных ООН и каталога ущербов от землетрясений. Столбцы (2) и (3) табл.3 дают средние значения числа погибших и величин ущерба по всем доступным определениям за 1900–1996 гг. (выборочные средние, а не медианы, использованы, исходя из большой длительности интервала времени). Максимальные средние значения числа погибших 2500 и 2800 человек получены для Японии и Азии – эти значения отражают, по-видимому, высокую сейсмичность и высокую плотность населения этих регионов.

Наличие связи статистических характеристик ущерба с социально-экономическими параметрами видно при сопоставлении сведений об ущербах с данными о величине национального годового продукта на душу населения. Даже в первом

ТАБЛИЦА 3. Социально-экономические характеристики разрушительных землетрясений за 1900–1996 годы в шести регионах мира

Регион	Среднее значение числа жертв	Среднее значение величин ущерба, 10^6 долл.	Среднее отношение ущерба/жертвы, 10^6 долл./чел.	Величина годового продукта на человека, 10^3 долл./чел. (на 1970 г.)	Отношение значений в столбцах (4)/(5) $\times 10^3$	Отношение значений в столбцах (3)/(5) $\times 10^3$ чел.-лет
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Северная Америка	45	800	32	4.5	7.1	180
Южная Европа	800	340	8	1.5	5.3	230
Япония	2500	430	5.5	1.6	3.4	270
Латинская Америка	560	130	1.3	0.5	2.6	260
Азия	2800	50	1	0.2	5	250
Индокитай	480	18	1.2	0.15	8	120
Отношение max / min в столбце	70	45	32	30	3	2.2

Первый статистически значимый результат основан на том удачном случайном факте, что по национальному продукту на душу населения используемая подборка данных распадается на две совокупности с резко различной величиной душевого продукта $Q = 2300$, для второй $Q = 20000$ долл./чел. Уязвимость мегаполиса по отношению к сейсмическому воздействию мы оценили величиной параметра $W = \lg(D/P/I)$, где D – число жертв, P – население мегаполиса, I – балльность сейсмического воздействия (по шкале MM или JMA , пересчитанной в MM). Для группы населения с низким уровнем дохода среднее значение параметра $W = -3.3$, а для группы с высоким уровнем $W = -2.0$. Оценка бутстреп-методом дает значения $W = -3.3 \pm 0.7$ и $W = -2.0 \pm 0.5$ соответственно. Отсюда, с определенной степенью достоверности, можно полагать, что относительная смертность при сравнимых сейсмических воздействиях в мегаполисах развивающихся стран более чем на порядок выше, чем в экономически развитых странах. Учитывая различие средней для групп величины душевого годового продукта ($Q = 2300$ и $Q = 20000$ долл./чел.), получаем также, что относительная смертность обратно пропорциональна величине годового душевого продукта.

Второй статистически значимый результат представлен зависимостью отношения материального ущерба на одного погибшего от уровня душевого национального продукта (рис. 11). Несмотря на малое число эмпирических данных, видна тенденция быстрого роста параметра J ("ущерб/жертвы") с увеличением годового душевого национального продукта. Коэффициент корреляции (в двойном логарифмическом масштабе) $r = 0.92$, при значимости связи более 95%. Характер зависимости близок к квадратичной ($J \sim Q^{1.8}$), что соответствует ранее приведенным сопоставлениям. Действительно, выше отмечалась линейная корреляция между величинами ущерба и значениями душевого национального продукта Q . Предположительно отмечалась также обратная пропорциональность между числом жертв и величиной душевого национального продукта Q . Комбинируя эти две зависимости, получаем квадратичную зависимость $J \sim Q^2$.

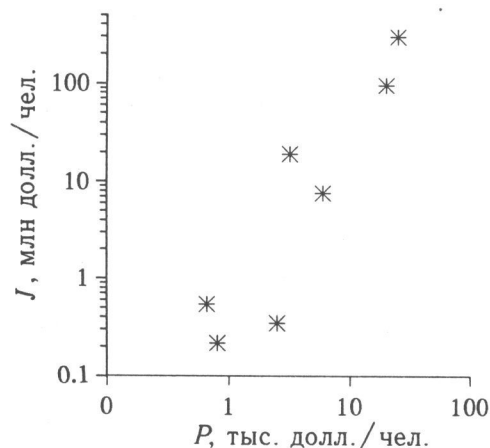


Рис. 11. Связь параметра "ущерб/жертвы" (J) с величиной годового национального продукта на душу населения (Q) для сейсмических катастроф на территории мегаполисов в 1971–1995 гг.

Приведенные результаты носят предварительный характер. Тем не менее, можно сделать следующий вывод: размер и характер ущерба от землетрясений в большой степени определяется уровнем экономического развития данного региона.

Последнее связано с тем, что сильная катастрофа воздействует на весь региональный социально-экономический комплекс и результат воздействия (на статистическом уровне) определяется плотностью населения, качеством строительства, состоянием аварийных служб и т.д.. Эффект статистического осреднения тем сильнее, чем большая площадь затронута катастрофой и чем выше плотность техносферы в зоне поражения. Отсюда становится понятным, почему уже на предварительном этапе оказалось возможным выявить ряд статистических закономерностей, связывающих типичные значения ущерба с численностью населения и уровнем экономического развития. Выявление таких закономерностей дает основание для постановки задачи прогноза суммарного ущерба от возможной сейсмической катастрофы, исходя из предположения о балльности события и сведений о макроэкономических характеристиках данного региона. Реализация такого подхода к прогнозированию ущерба представляется полезным добавлением к методу расчета сценариев последствий катастроф для отдельных мегаполисов и особо ответственных сооружений [23]. Перспективность предлагаемого нами подхода обусловлена возможностью получения прогноза на основе минимума информации интегрального характера, что, в отличие от метода расчета сценариев ущерба, делает возможным широкое применение этого подхода.

РАСЧЕТ-ПРОГНОЗ ВЕЛИЧИН УЩЕРБА НА 50 ЛЕТ: ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ

Полученные результаты дают возможность предложить прогноз накопленного числа погибших и материального ущерба от землетрясений и оценить вероятную погрешность и границы применимости этого прогноза. На малых интервалах времени основой прогноза являются соотношение для медиан ущерба (15) и формулы (11), (12) для верхней и нижней границ суммы кумулятивных потерь. Для больших интервалов времени за основу расчета следует принять соотношения для математического ожидания и дисперсии (20). Результаты расчетов были представлены на рис. 8, там же приведены аналогичные результаты, полученные численным моделированием бутстреп-методом. Здесь напомним только, что для получения прогноза числа погибших использовались данные за 1900–1996 гг., а прогноз величин материального ущерба построен по данным за 1960–1996 гг.

Обсудим теперь ограничения, присущие нашему прогнозу. Прежде всего отметим, что использованная модель приводит к некоторому завышению ожидаемого ущерба и верхнего доверительного интервала на временах, меньших времени резкого обрезания закона Парето (это завышение связано с тем, что здесь для расчетов используется неограниченный закон Парето). Такое завышение проявилось на рис. 8 в виде некоторого расхождения оценок ущерба, полученных аналитически и бутстреп-методом.

Для интервалов времени, больших времени обрезания закона Парето, используемое соотношение (20) может давать заниженный уровень ожидаемого риска. Последнее связано с возможностью суперкатастроф, больших предельно допустимой катастрофы в модели резкого обрезания Парето. Это же ограничение присуще и результатам численного моделирования режима катастроф бутстреп-методом. На возможность возникновения суперкатастроф указывают, например, сведения о китайском землетрясении 1556 г., повлекшем, согласно летописным данным, гибель более 800 тыс. человек, при том, что плотность населения Китая была более

чем в 5 раз ниже современной. При пересчете на современную плотность населения событие 1556 г. могло бы соответствовать катастрофе с гибелью более 4 млн человек. Подобная суперкатастрофа заметно превосходит приведенные в табл. 2 оценки максимально возможного бедствия.

Для корректного анализа вероятности суперкатастроф и более точной оценки доверительных интервалов необходимо использование (вместо модели усеченного распределения Парето (16)) модели, с детальным описанием функции распределения для сверхбольших значений ущерба. Однако, развитие таких моделей не обеспечивается имеющимся фактическим материалом.

Другим важным источником возможных ошибок прогноза является предположение о том, что и в будущем процесс будет развиваться по тем же закономерностям, что и за период 1900–1996 гг. (или после 1960 г. – для данных о материальном ущербе). Это предположение имеет очевидные слабые стороны, связанные, прежде всего, с изменением численности населения Земли и с бурным развитием техносферы. Известно, что в настоящее время рост численности населения происходит с ускорением. Однако этот процесс, по мнению демографов [22], должен достаточно резко (предположительно к 2025 г.) смениться на режим насыщения и уже к середине следующего столетия выйти на квазистационарный уровень. Не меньшую неопределенность вносит процесс развития техносферы, который (как следует из приведенных результатов) в заметной степени влияет на режим потерь от природных катастроф. Учет изменения социально-экономических условий и соответствующее повышение точности прогноза представляется возможным на основе детального анализа связи режима катастроф с социально-экономическими факторами. Учитывая перечисленные ограничения, а также значительную неопределенность в характере будущих изменений социально-экономических условий, мы полагаем, что приведенный прогноз применим, ориентировочно, на период до 2020 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ режима количества жертв и материального ущерба от землетрясений по данным за 1900–1996 гг. дает основание для следующих выводов.

1. Наблюдаемый нелинейный временной рост накопленного числа погибших и материального ущерба не может объясняться изменением режима катастроф или неполной регистрацией погибших за ранние годы. Существенные отклонения от стационарности (в основном связанные с улучшением системы регистрации) наблюдаются только для событий с относительно меньшим числом жертв, приводящих к гибели менее 1% от общего числа погибших.

2. Нелинейность роста накопленного числа погибших и материального ущерба (в своей основной части) находит объяснение в наличии "тяжелого хвоста" у эмпирических распределений числа жертв и материального ущерба от землетрясений. В этом случае характерный суммарный ущерб растет со временем как $t^{1/\beta}$ (где $\beta < 1$). Нелинейный рост количества жертв и материального ущерба от землетрясений выполняется на интервалах времени до 20–30 лет. На интервалах большей длительности, вследствие естественного ограничения на величину максимально возможного ущерба, дальнейший рост величины максимальной катастрофы не происходит. Вследствие этого, начиная с интервалов времени 40–50 лет, суммарный ущерб начинает нарастать приблизительно линейно по времени. На основе учета линейного и нелинейного режимов роста характерного накоплен-

3. Significant Earthquakes, INTERNET: <http://wwwneic.cr.usgs.gov/neis/eqlists>.
4. *Lomnitz C.* Fundamentals of Earthquake Prediction. 1994. N.-Y.: Willey. 220 p.
5. *Nelson J.B., Ganze R.A.* Significant earthquakes 1900-1979. NGSDC-NOAA. World Data Center A. 1980, Boulder. 20 p.
6. *Knopoff L., Sornette D.* Earthquake death tolls// J. Phys. I. France. 1995. Vol.5. P.1681-1688.
7. *Кузнецов И.В., Писаренко В.Ф., Родкин М.В.* Методы расчета ущерба от катастроф различного типа// Экономика и мат. методы. 1997. Т.33, вып.4. С.39-50.
8. *Кузнецов И.В., Писаренко В.Ф., Родкин М.В.* К проблеме классификации катастроф: параметризация воздействий и ущерба//Геозкология. 1998. N 1. С.16-29.
9. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: ГИИЛ, 1948. 631 с.
10. *Феллер Е.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М.: Мир, 1967. 752 с.
11. *Embrechts P., Kluppelberg C., Mikosch T.* Modelling extremal events. 1997. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag. 645 p.
12. *Золотарев В.М.* Одномерные устойчивые распределения. М.: Наука, 1983. 304 с.
13. *Kagan Y.Y.* Observational evidence for earthquakes as a nonlinear dynamic process//Physica D. 1994. Vol.77. P.160-192.
14. *Sornette D., Knopoff L., Kagan Y.Y., Vanneste C.* Rank-ordering statistics of extreme events: Application to the distribution of large earthquakes// J. Geophys. Res. 1996. Vol.101, N B6. P.13883-13893.
15. *Писаренко В.Ф.* Статистическое оценивание максимальных возможных землетрясений // Физика Земли. 1991. N 9. С.38-46.
16. *Писаренко В.Ф., Лысенко В.Б.* Распределение вероятностей максимального землетрясения, которое может произойти в заданный промежуток времени // Физика Земли. 1997. N 6. С.15-23.
17. *Писаренко В.Ф.* О наилучшей статистической оценке максимальной возможной магнитуды землетрясения//ДАН. 1995. Т.344, N 2. С.237-239.
18. *Pisarenko V.F., Lyubushin A.A., Lysenko V.B., Golubeva T.V.* Statistical estimation of seismic hazard parameters: maximum possible magnitude and related parameters// Bull. Seismol. Soc. Amer. 1996. Vol.86, N 3. P.691-700.
19. *Эфрон Б.* Нетрадиционные методы многомерного статистического анализа. М.: Финансы и статистика, 1988. 264 с.
20. Internet : <http://unescostat.unesco.org/database/>.
21. *Кронрод Т.Л., Некрасова А.К.* Сейсмический риск крупнейших городов мира: проверка оценок // Современные проблемы сейсмичности и динамики Земли. М.: Наука, 1996. С.225-237. (Вычисл. сейсмология; Вып. 28).
22. *Капица С.П.* Феноменологическая теория роста населения Земли // Успехи физических наук. 1996. Т.166, N 1. С.63-80.
23. *Rikitake T.* Threat of an earthquake right under the capital in Japan// Earthquakes and volcanoes. 1990. Vol.22, N5. P.209-210.
24. *Мягков С.М.* Природные опасности и стихийные бедствия. М.: 1992. 246 с. Деп. в ВИНТИ.