

УДК 550.345

ВОССТАНОВЛЕНИЕ УПРАВЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ И ПРОГНОЗ ПОВЕДЕНИЯ КЛЕТОЧНЫХ МОДЕЛЕЙ РАЗЛОМА

И.В. Кузнецов, И.М. Ротвайн, Н.М. Колесникова, И.В. Ломовской

Международный институт теории прогноза землетрясений
и математической геофизики Российской академии наук, Москва

Рассматриваются двумерные клеточные модели, имитирующие простейший линейный разлом. Подток энергии извне со скоростями, разными для различных ячеек решетки, приводит к обрыву ячеек; при этом часть освобождаемой энергии диссипирует, а оставшаяся часть распределяется между соседними ячейками. Порванные ячейки образуют кластеры, составляющие каталог событий. Изучается возможность оценки, или восстановления, управляющих параметров модели (коэффициента диссипации, скоростей подтока энергии и начальных состояний ячеек) по части предъявленного каталога. Решение такой обратной задачи позволяет строить алгоритмы прогноза кластеров, предсказывающие для ряда клеточных моделей (в том числе, и для неабелевых) около 95% всех кластеров. При заданной диссипации на качество прогноза в первую очередь влияет точность оценки скоростей подтока энергии для ячеек, являющихся первыми в кластерах, т.е. для их эпицентров. В зависимости от диссипации и разброса скоростей предельная заполняемость решетки эпицентрами различна и колеблется от 0.001% до 100% от числа ячеек системы. Фактор заполняемости может определять размер каталога для начального обучения, необходимый для дальнейшего качественного прогноза.

ESTIMATION OF THE CONTROL PARAMETERS AND FORECASTING THE BEHAVIOR OF CELLULAR FAULT MODELS

I.V. Kuznetsov, I.M. Rotwain, N.M. Kolesnikova, I.V. Lomovskoy

International Institute of Earthquake Prediction Theory
and Mathematical Geophysics, Russian Academy of Sciences, Moscow

We study two-dimensional cellular models imitating simple linear fault. The energy flow into lattice cells from outside takes place at a rate, that can be different for each cell, and leads to ruptures in some cells; part of energy released dissipates, the remaining is redistributed among the surrounding cells. The ruptured cells form clusters which make up a synthetic catalog of events. We study a possibility to estimate, or reconstruct, control parameters of the model (dissipation, energy flow rates, and the initial energy states of each cell) from a part of a catalog. Solution of such inverse problem allows us to forecast about 95%

of all clusters for several cellular models (including non-Abelian ones with SOC). When dissipation coefficient is estimated, the performance of the prediction is primarily affected by the accuracy of the energy flow rates estimation for the cells that are the first to be ruptured in the clusters (the epicenters). Depending on dissipation and on the scatter of the energy flow rates, the limiting occupancy of the lattice by epicenters varies between 0.001% and 100% of total cells number in the system. The occupancy can determine the catalog size, that is necessary for the initial learning, required for the subsequent good forecast performance.

Введение

Различные варианты пружинно-блочных [1] и клеточных [2] моделей разломов обладают рядом общих свойств [3], и, наряду с иерархическими клеточными моделями [4, 5], широко используются для изучения сейсмических процессов. Многие из этих моделей, как и реальная сейсмичность, в достаточно широком диапазоне параметров имеют линейные графики повторяемости с углом наклона, близким к единице, и обладают самоорганизующейся критичностью (SOC). Для прогноза сильных событий в таких моделях [6-12] используют, как и при прогнозе сильных землетрясений [13, 14], подход, базирующийся на предвестниковых функционалах. В данной статье разрабатывается методика решения обратной задачи для клеточных моделей, впервые предложенная в работе [15], с помощью которой оцениваются управляющие параметры исходной модели по сгенерированному ею каталогу событий. Эти оценки используются для прогноза событий в оставшейся после начального обучения части каталога.

Излагаемый алгоритм восстановления не является решением обратной задачи для прогноза в широком классе моделей и, тем более, для прогноза реальной сейсмичности. Тем не менее, мы надеемся, что изучение клеточных моделей с точки зрения задачи восстановления позволит:

- определять по поведению системы ее класс и специфику;
- развить новый подход к решению проблемы прогноза в нелинейных диссипативных системах, сочетающий достаточно грубую, статистическую оценку управляющих параметров системы с применением функционалов, характерных для подготовки критического перехода в системах данного класса.

1. Модели

Рассматривается решетка, которая состоит из $N \times L$ ячеек.

Пусть $H(t) = \{h_1(t), h_2(t), \dots, h_{N \times L}(t)\}$ – энергия ячеек в момент t , а $V = \{v_1, v_2, \dots, v_{N \times L}\}$ – скорости подтока энергии в ячейки решетки.

Каждая ячейка i накапливает энергию с постоянной скоростью v_i до тех пор, пока h_i не достигнет порогового значения, равного единице. С этого момента начинается *быстрый процесс*:

- для всех ячеек подток энергии прекращается;
- энергия ячейки i уменьшается на величину S_i , где $0 < S_i \leq h_i$ (ячейка *рвется*): $h_i \rightarrow (h_i - S_i)$, при этом часть энергии $Q_i \leq S_i$ перераспределяется среди окружающих ячеек, а остаток $(S_i - Q_i)$ – диссипирует.

В некоторых ячейках энергия после перераспределения может достичь или превысить порог, равный единице. Тогда эти ячейки, в свою очередь, рвутся, и перераспределение энергии происходит до тех пор, пока для всех ячеек решетки энергия не станет ниже пороговой, после чего быстрый процесс заканчивается и возобновляется подток энергии со скоростями $\mathbf{V}$.

Выделим два варианта модели.

Модель А0. $S_i = h_i$, где $h_i \geq 1$ – энергия ячейки i перед ее разрывом; $h_i \rightarrow 0$ и $Q_i = 1 - D$. Другими словами, рвущаяся ячейка i сбрасывает свою энергию до нуля, распределяя среди соседних ячеек энергию $1 - D$, не зависящую от h_i , а остаток энергии $h_i - (1 - D)$ диссипирует. В дальнейшем будем называть параметр D коэффициентом диссипации.

Модель А1. $S_i = 1$; $h_i \rightarrow (h_i - 1)$ и $Q_i = (1 - D)$, таким образом, в модели А1 все ячейки при разрыве теряют постоянную величину энергии (в данном случае, 1), не зависящую от величины их энергии перед разрывом.

Из этих двух моделей лишь А1 является абелевой, т.е. обладает следующим свойством: состояние системы $\mathbf{H} = \{h_1, h_2, \dots, h_{N \times L}\}$ после окончания каждого быстрого процесса не зависит от порядка просмотра ячеек при перераспределении энергии в этом процессе [16–18].

Для простоты будем считать, что каждая неграничная ячейка имеет четырех соседей. У ячеек, расположенных на границе решетки, энергия, приходящаяся на долю отсутствующих соседей, диссипирует при ее перераспределении в быстром процессе.

Этот случай будем называть *моделью на решетке*.

Очевидно, что граничные и неграничные ячейки решетки оказываются в разных условиях, что сказывается на поведении модели (краевой эффект). От него можно избавляться, рассматривая решетку на торе, полученную склейкой противоположных границ у решетки.

Такой случай будем называть *моделью на торе*.

Множество соседних ячеек, порванных в одном быстром процессе, начавшемся в момент t , образует кластер. Результатом моделирования является каталог кластеров (событий), содержащий следующие данные:

- время возникновения кластера t ;
- число ячеек n_{br} , составляющих данный кластер, и его магнитуду $M = \lg(n_{br})$;
- координаты первой порванной ячейки данного кластера (эпицентра).

Поведение ряда подобных моделей изучено в работах [16–19] и определяется начальным состоянием ячеек $\mathbf{H}^0 = \{h_1^0, h_2^0, \dots, h_{N \times L}^0\}$, правилом перераспределения энергии в быстром процессе, коэффициентом диссипации D и скоростями подтока энергии в систему $\mathbf{V}$. Простейший пример перераспределения энергии для моделей A1 и A0 приведен в Приложении 1.

2. Задача восстановления для модели A1

Пусть известен вид модели, размер решетки и задан модельный каталог. Попытаемся по части каталога, предоставленной для начального обучения и покрывающей период $[T_1, T_2]$, оценить значения управляющих параметров модели.

Точнее задача ставится так: необходимо восстановить (определить) спектр значений D ,

$$\mathbf{V} = \{v_1, v_2, \dots, v_{N \times L}\} \quad \text{и}$$

$$\mathbf{H}(T_1) = \{h_1(T_1), h_2(T_1), \dots, h_{N \times L}(T_1)\},$$

при которых модель (T_1) генерирует такой же каталог событий за период $[T_1, T_2]$, что и исходный. Другими словами, полученные при этих параметрах кластеры будут возникать в те же моменты времени и состоять из тех же ячеек, что и в исходном каталоге. Полученные оценки параметров будут использованы для прогноза кластеров в оставшейся части каталога.

Рассмотрим модель A1, являющуюся абелевой, и ее каталог, содержащий дополнительную информацию о событиях – перечень координат всех ячеек, входящих в каждый из кластеров.

В дальнейшем, наряду с коэффициентом диссипации D , будем использовать понятие кванта энергии $K = (1 - D)/4$. Один квант – это величина энергии, которую получает ячейка от одного соседа при его разрыве.

Случай точного восстановления кванта энергии K . Пусть ячейка i рвется первой в двух, не обязательно последовательных, кластерах, и t^1, t^2 обозначают моменты перед образованием этих кластеров. Тогда:

$$h_i(t^2) = h_i(t^1) + v_i \Delta T + K \Sigma N - B, \quad (1)$$

где $h_i(t^1)$, $h_i(t^2)$ – энергия ячейки перед образованием, соответственно, первого и второго кластеров; ΣN – число порванных соседей ячейки i за интервал времени $\Delta T = (t^2 - t^1)$; B – число разрывов ячейки i за ΔT . Так как $h_i(t^2) = h_i(t^1) = 1$, то

$$v_i \Delta T = B - K \Sigma N. \quad (2)$$

Если для ячейки i найдена аналогичная пара кластеров и период $\Delta T'$, то появляется дополнительное уравнение вида (2). Тогда:

$$K = (B' \Delta T - B \Delta T') / (\Delta T \Sigma N' - \Delta T' \Sigma N), \quad (3)$$

$$v_i = (B - K \Sigma N) / \Delta T, \quad (4)$$

при условии $(\Delta T \Sigma N' - \Delta T' \Sigma N) \neq 0$. При $v_1 = v_2 = \dots = v_{N \times L}$ это условие не выполняется, поскольку система ведет себя циклично с периодом $\omega = D/v$ (см. [16–18]). В этом случае для дальнейшего восстановления скоростей годится любое значение $0 < K < 0.25$, т.е. $0 < D < 1$.

Общий подход к оценке величин K и V . Предположим, что точно определить K не удалось. Пусть за время начального обучения ячейка i рвалась в последовательных для нее кластерах, возникающих в моменты $t_1, t_2, t_3, \dots$. Обозначим через $n_1, n_2, n_3, \dots$ количество соседних с ней ячеек, порвавшихся в каждом из этих кластеров до ее обрыва, а через j_1 – количество соседних с i ячеек, порвавшихся после ее обрыва в момент t_1 до начала быстрого процесса в момент t_2 , через j_2 – количество соседних ячеек, порвавшихся после обрыва ячейки i в момент t_2 до начала быстрого процесса в момент t_3 , и т.д.

Тогда перед началом быстрого процесса в момент t_1 состояние ячейки i станет $h_i(t_1) \in [(1 - K n_1), 1]$, т.е. будет находится в интервале между $(1 - K n_1)$ и 1. После обрыва состояние ячейки i будет находится в интервале между 0 и $K n_1$. С этого времени до начала следующего быстрого процесса (в момент t_2) ячейка накопит энергию $h_i(t_2) = v_i(t_2 - t_1) + K j_1$ за счет подтока со скоростью v_i энергии извне и за счет дополнительных квантов от j_1 порванных за это время соседних ячеек. В момент t_2 перед началом следующего быстрого процесса состояние ячейки i будет находится в интервале между $(1 - K n_2)$ и 1, т.е. $h_i(t_2) \in [1 - K n_2, 1]$. Этот процесс схематично изображен на рис. 1, а. Интервалы представлены вертикальными отрезками жирной линии и сопоставлены с моментами возникновения кластеров, содержащих ячейку i . Верхний ряд интервалов относится к моментам перед началом быстрого процесса, а нижний – к моментам выхода из этого процесса.

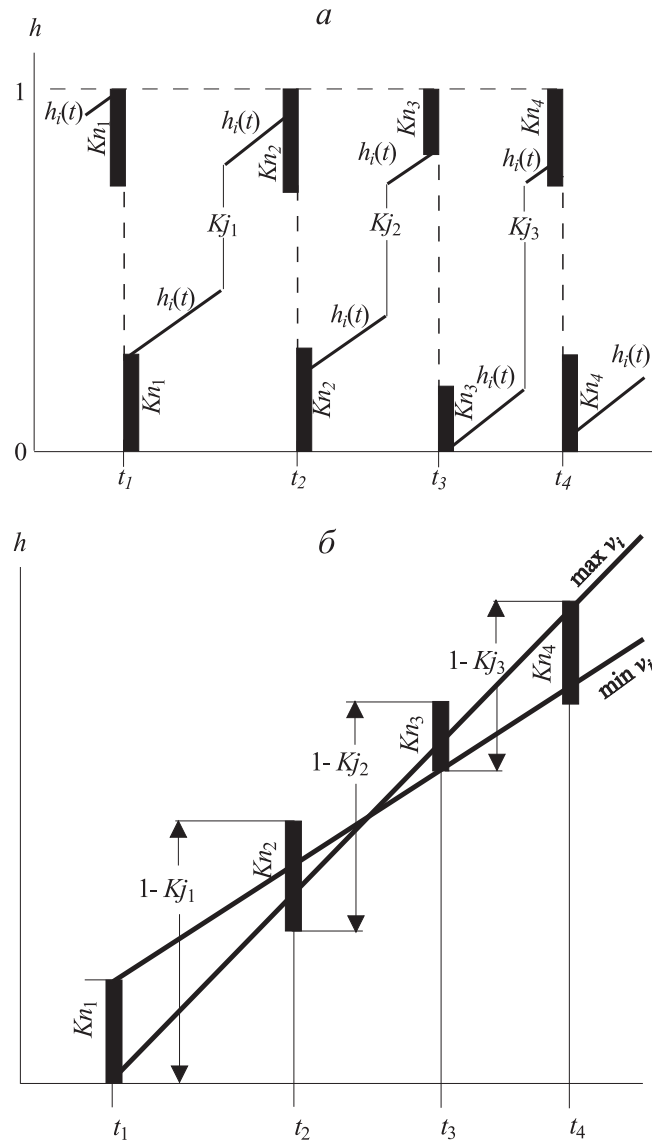


Рис. 1. К оценке кванта энергии K и вектора $\mathbf{V}$ скоростей подтока энергии в ячейки системы в модели A1
 а – схема изменения энергии $h_j(t)$ ячейки j ; б – преобразованная схема рис. 1, а

Преобразуем схему на рис. 1, а к схеме, представленной на рис. 1, б, убрав разрывы, соответствующие дополнительным квантам $Kj_1, Kj_2, Kj_3, \dots$ и совместив для каждого из кластеров верхний интервал с нижним (очевидно, что их размеры совпадают).

Теперь восстановление K и $\mathbf{V}$ сводится к задаче определения лучей, проходящих через интервалы длины $Kn_1, Kn_2, Kn_3, \dots$, сопоставленные с моментами $t_1, t_2, t_3, \dots$; при этом нижняя точка интервала, соответствующего моменту t_l , отстоит по вертикали от верхней точки следующего интервала на величину $1 - Kj_l$.

Обозначим через $\bar{v}_i^{l-m}$ скорость, которая соответствует лучу, проходящему через нижнюю точку интервала для l -го кластера и верхнюю — для m -го.

Через $\underline{v}_i^{l-m}$ обозначим скорость, которая соответствует лучу, проходящему через верхнюю точку интервала для l -го кластера и нижнюю — для m -го.

Тогда для первого — второго кластеров:

$$\bar{v}_i^{1-2} = (1 - Kj_1)/(t_2 - t_1); \underline{v}_i^{1-2} = (1 - K(j_1 + n_1 + n_2))/(t_2 - t_1).$$

Для первого — третьего кластеров:

$$\bar{v}_i^{1-3} = (2 - K(j_1 + j_2 + n_2))/(t_3 - t_1);$$

$$\underline{v}_i^{1-3} = (2 - K(j_1 + j_2 + n_1 + n_2 + n_3))/(t_3 - t_1).$$

Для l -го — m -го кластеров:

$$\bar{v}_i^{l-m} = ((m-l) - K(j_l + j_{l+1} + \dots + j_{m-1} + n_{l+1} + \dots + n_{m-1}))/ (t_m - t_l),$$

$$\underline{v}_i^{l-m} = ((m-l) - K(j_l + j_{l+1} + \dots + j_{m-1} + n_l + \dots + n_m))/ (t_m - t_l).$$

Так как для любых двух пар кластеров l, m и p, q , содержащих ячейку i , верно $\underline{v}_i^{l-m} \leq \bar{v}_i^{p-q}$, то для всех сочетаний пар кластеров, содержащих данную ячейку, выписывается соответствующая система неравенств. Решения этой системы относительно K и являются его верхней ($\bar{K}$) и нижней ($\underline{K}$) оценками.

Для любого из значений $K \in [\bar{K}, \underline{K}]$ можно вычислить верхние и нижние оценки всех компонент вектора $\mathbf{V}$. Необходимым и достаточным условием существования решения для v_i является существование луча, проходящего через все интервалы. Понятно, что для максимальной скорости ($\bar{v}_I = \min(\bar{v}_i^{1-2}, \bar{v}_i^{1-3}, \dots, \bar{v}_i^{2-3}, \dots)$) найдется пара интервалов, у которых луч $\bar{v}_i$ проходит через их нижнюю и, соответственно, верхнюю точки. На рис. 1,б такие интервалы сопоставлены с моментами t_1 и t_4 . Аналогично, для луча, соответствующего $\underline{v}_i = \max(\underline{v}_i^{1-2}, \underline{v}_i^{1-3}, \underline{v}_i^{2-3}, \dots)$, найдется пара интервалов, у которых этот луч проходит через их верхнюю и, соответственно, нижнюю точки (моменты t_1 и t_3 на рис. 1,б).

Каждому из лучевых решений соответствуют свои интервальные оценки энергии ячеек на момент T_2 , которые могут быть однозначно пересчитаны на момент T_1 . Поскольку модель A1 является абелевой, то для любого из найденных решений $K, \mathbf{V}$ и $\mathbf{H}(T_1)$ она сгенерирует за период $[T_1, T_2]$ такой же каталог событий, что и исходный, независимо от порядка просмотра ячеек в быстрых процессах. Однако при другом

порядке просмотра ячеек интервальные оценки параметров могут быть иными, но они обязательно пересекаются с данными (см. Приложение 2).

Заметим, что, в среднем, интервал оценки значений скорости данной ячейки тем больше, чем больше $\min(Kn_1, Kn_2, Kn_3, \dots)$.

Прогноз поведения модели и дообучение. Берется $K^* = (\bar{K} - \underline{K})/2$, и для каждой ячейки i вычисляется $v_i^* = (\bar{v}_i - \underline{v}_i)/2$. Для $\mathbf{V}^*$ определяются наборы $\underline{\mathbf{h}}(T_2)$ и $\bar{\mathbf{h}}(T_2)$. Исходными данными для дальнейшего прогноза являются: величина K^* , вектор $\mathbf{V}^*$ и вектор $\mathbf{H}^*(T_2) = ((\bar{h}_1(T_2) - \underline{h}_1(T_2))/2, (\bar{h}_2(T_2) - \underline{h}_2(T_2))/2, \dots)$.

Начиная с момента T_2 , поведение системы моделируется обычным образом, и каждый полученный кластер сравнивается с соответствующим кластером в исходном каталоге. При обнаружении в момент T'_2 несовпадения в составе кластера или расхождения во времени его образования, превышающего 0.001, фиксируется ошибка, после чего происходит возврат к обучению, но уже на периоде $[T_1, T'_2]$.

Некоторые результаты прогноза для модели A1 на решетке размера 40×40 с равномерным случайным разбросом скоростей приведены в табл. 1. Вместо разброса скоростей v здесь приводится разброс их обратной величины $DT = 1/v$ вокруг среднего значения. Для представленных случаев рассматривался каталог, состоящий из 150 000 событий, начиная с момента, когда каждая ячейка порвалась не менее 10 раз (фаза установки). Из них 50 000 событий брались для начального обучения, а для оставшихся 100 000 событий велся прогноз и дообучение. Число ошибок прогноза N_0 приводится в % к общему числу прогнозируемых кластеров N_{ev} . Отметим, что более 75% ошибок приходилось на первые 20 000 событий после начального обучения.

ТАБЛИЦА 1. Результаты прогноза поведения модели A1 на решетке размера 40×40

Разброс DT	Коэффициент диссипации D	Ошибка прогноза N_0/N_{ev} в %
10 ± 1	0.05	2.40
10 ± 1	0.02	0.57
10 ± 1	0.1	0.31
10 ± 3	0.05	0.03
10 ± 3	0.1	0.02

Процедура восстановления не зависит от того, задана ли модель на торе или на решетке, двумерна она или трехмерна. Более того, эта методика легко переносится на случай, когда соседями ячейки считаются не четыре граничных с ней ячейки, а множество ячеек, отстоящих от данной на расстоянии, не превышающем заранее заданное

$R < 0.5 \min(N, L)$. При этом $(1 - D)$ энергии при обрыве ячейки распределяется среди ее соседей в двумерной модели пропорционально $1/R^2$.

3. Задача восстановления для модели А0

В модели А0 энергия ячейки после обрыва уменьшается до 0, что, по сравнению с моделью А1, укорачивает "память" системы. С другой стороны, поскольку модель А0 не является абелевой, задача оценки может усложниться. Рассмотрим задачу оценки K и V по аналогии с предыдущим лучевым представлением.

Пусть за время начального обучения ячейка i рвалась в последовательных для этой ячейки кластерах, возникающих в моменты $t_1, t_2, t_3, \dots$. Как и ранее, $n_1, n_2, n_3, \dots$ – количество соседних с i ячеек, порвавшихся в каждом из этих кластеров до ее обрыва, и $j_1, j_2, j_3, \dots$ – количество соседних с i ячеек, порвавшихся после ее обрыва в данном кластере до начала быстрого процесса образования следующего кластера, содержащего ячейку i . Тогда $h_i(t_1) \in [(1 - Kn_1), 1]$, а энергия i после обрыва всегда равна 0. Для оценки K и V снова решается задача определения направления лучей, проходящих через все интервалы, каждый из которых сопоставлен с моментом возникновения очередного кластера, содержащего ячейку i , но иначе расположенные вдоль горизонтальной оси (рис. 2).

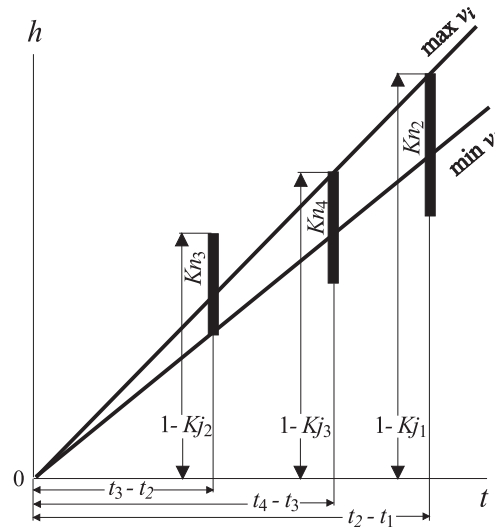


Рис. 2. К оценке кванта энергии K и вектора V скоростей подтока энергии в ячейки системы в модели А0

Для каждого найденного решения модель А0 сгенерирует такой же каталог за период $[T_1, T_2]$, что и исходный, при условии того же порядка просмотра ячеек в быстрых процессах. Но изменение порядка может привести к изменению каталога (см. Приложение 3).

Простой алгоритм восстановления для модели A0 аналогичен алгоритму восстановления для модели A1. В этом случае при дальнейшем прогнозе кластер считается успешно предсказанным, если правильно спрогнозированы время его появления и первая ячейка (эпицентр), а число элементов, общее как для предсказанного, так и исходного кластера, не менее, чем вдвое, превышает сумму несовпавших ячеек.

В усложненном алгоритме каждый раз после оценки K и V проводится подгонка компонент V на материале обучения таким образом, чтобы при моделировании с найденными значениями K , V и H порядки обрывов элементов в кластерах максимально совпадали с порядками в исходном каталоге. При прогнозе кластер считается успешно предсказанным, если правильно спрогнозированы не только время его появления и набор входящих в него ячеек, но и порядок их обрыва.

Описание способа такой подгонки занимает много места и здесь не приводится, но усложненный алгоритм дает практически такой же процент ошибок, что и простой, хотя точность прогноза множества ячеек кластера у усложненного алгоритма выше. Некоторые сравнительные результаты прогноза по обоим алгоритмам для модели A0 на решетке размера 40×40 представлены в табл. 2 и 3.

ТАБЛИЦА 2. Результаты прогноза поведения модели A0 на решетке размера 40×40

Коэффициент диссипации D	Ошибка прогноза N_0/N_{ev} в %.	
	Начальное обучение – 50 000 событий.	
	Прогноз – 100 000 событий.	
	Простой алгоритм	Усложненный алгоритм
$DT = 10 \pm 1$		
0.01	0.13	0.133
0.05	0.10	0.107
$DT = 10 \pm 3$		
0.0001	0.14	0.142
0.01	0.12	0.123
0.05	0.10	0.11

4. Квазипериодичность и качество прогноза

В [19] доказано, что в модели A0 на торе при $D < D_{cr}$ всегда найдется момент времени t_p , начиная с которого траектория энергии системы становится периодичной; при этом $D_{cr} = 1/(4 \max DT / \min DT - 3)$, где $\max DT$ и $\min DT$, – соответственно, максимальное и минимальное значения DT по всей системе. Заметим, что этот результат не зависит

ТАБЛИЦА 3. Результаты прогноза поведения модели A0 на решетке размера 40×40

Кoeffи- циент дисси- пации D	Ошибка прогноза $N_0/N_{e\nu}$ в %.		$Z(T_2)$ (% от числа всех ячеек решетки)	$Z(T_e)$ (% от числа всех ячеек решетки)	$\frac{N_0}{Z(T_e)-(T_2)}$	N_Z (% от числа всех ячеек решетки)
	Начальное обучение – 2000 событий. Прогноз – 20000 событий					
	Простой алгоритм	Усложнен- ный алгоритм				
$DT = 10 \pm 0; D_{cr} = 1$						
0.1	0 (0.0)		92 (5.75)	92 (5.75)	0.00	92 (5.75)
$DT = 10 \pm 2; D_{cr} = 0.859$						
0.05	996 (4.98)		305 (19.06)	1108 (69.25)	1.25	1511 (94.44)
0.15	856 (4.28)	840 (4.42)	560 (35.00)	1131 (70.69)	1.50	1492 (93.25)
$DT = 10 \pm 1; D_{cr} = 0.529$						
0.01	834 (4.17)	876 (4.38)	671 (41.94)	1283 (80.19)	1.36	1526 (95.38)
0.05	880 (4.40)		648 (40.50)	1294 (80.87)	1.36	1519 (94.94)
0.15	832 (4.16)		635 (39.69)	1216 (76.00)	1.43	1525 (95.31)
0.30	521 (2.61)		516 (32.25)	920 (57.50)	1.29	1464 (91.50)
$DT = 10 \pm 2; D_{cr} = 0.333$						
0.01	886 (4.43)		664 (41.50)	1351 (84.44)	1.26	1517 (94.81)
0.15	761 (3.81)	778 (3.89)	560 (35.00)	1134 (70.88)	1.33	1516 (94.75)
0.3	272 (1.36)		476 (29.75)	658 (41.13)	1.29	1108 (69.25)
$DT = 10 \pm 3; D_{cr} = 0.226$						
0.0001	896 (4.48)	922 (4.61)	609 (38.06)	1327 (82.94)	1.25	1548 (96.75)
0.01	856 (4.28)		722 (45.13)	1342 (83.88)	1.38	1545 (96.56)
0.05	738 (3.69)	770 (3.85)	825 (51.56)	1338 (83.64)	1.44	1550 (96.88)
0.1	794 (3.97)		751 (46.94)	1309 (81.81)	1.42	1543 (96.44)
0.15	696 (3.48)		655 (40.94)	1181 (73.81)	1.32	1541 (96.31)
0.18	560 (2.80)		566 (35.38)	986 (61.63)	1.33	1430 (89.38)
0.226	288 (1.44)	306 (1.53)	546 (34.13)	755 (47.19)	1.38	1182 (73.88)
0.24	440 (2.20)		586 (36.63)	883 (55.19)	1.48	1328 (83.00)
$DT = 10 \pm 5; D_{cr} = 0.111$						
0.0001	828 (4.12)	850 (4.25)	733 (45.81)	1356 (84.75)	1.33	1551 (96.94)
0.1	558 (2.79)		566 (35.38)	986 (61.63)	1.33	1435 (89.69)
0.15	856 (4.28)		752 (47.00)	1258 (78.63)	1.69	1466 (91.63)

ни от порядка счета, ни от размерности системы, ни от распределения DT по системе; все эти факторы могут сказаться на размерах получаемых кластеров, но не на периодичности системы.

Такое же D_{cr} существует и в модели A0 на решетке при равномерном случайном распределении DT . При этом, в отличие от предыдущего случая, система ведет себя квазипериодично только в некотором интервале диссипаций $D_{cr} - \delta < D < D_{cr} + \delta$.

Результаты прогноза для модели A0 на решетке размера 40×40 приведены во второй колонке табл.3. Видно, что улучшение в 1.5–2 раза качества прогноза происходит именно в тех случаях, когда система близка к D_{cr} .

Качество оценки параметров зависит от числа различных ячеек, участвующих в восстановлении и являющихся эпицентрами кластеров (если только эти кластеры не периодичны). Если ячейка i была трижды эпицентром кластеров, а интервалы времени между этими кластерами различны, то K и v_i определяются однозначно. Если K уже определено, то для определения v_i достаточно, чтобы ячейка i была эпицентром дважды. С другой стороны, если система квазипериодична, то число ячеек, бывших хотя бы раз эпицентром, может быть меньше общего числа ячеек решетки. Как было отмечено выше, точность оценки значений скорости данной ячейки тем меньше влияет на прогноз, чем больше ее $\min(Kn_1, Kn_2, Kn_3, \dots)$. В квазипериодическом случае увеличивается число ячеек, не являющихся эпицентрами, а, следовательно, понижаются требования к точности оценки их скорости.

С момента, когда каждая ячейка системы рвалась не менее 10 раз, начнем подсчитывать суммарное число Z разных ячеек системы, бывших хотя бы раз эпицентром кластера. Подсчет происходит через определенное число событий. Когда величина Z повторится достаточное число раз, то зафиксируем его как характеристику заполняемости системы N_Z . Для решетки 40×40 подсчет ведется через каждые 400 событий, а число повторов было принято за 200. На рис.3 приведен график зависимости Z от числа возникших кластеров N_{cl} (событийная шкала), размеченных через 2 000 событий для модели A0 на решетке размера 40×40 при $D = 0.18$ и $DT = 10 \pm 3$ и при начальном обучении на каталоге из 2 000 событий. Кроме того, на рис.3 приведен график числа ошибок прогноза N_0 и график $N_0/(Z(T) - Z(T_2))$ среднего числа ошибок, приходящихся на каждый новый эпицентр при прогнозе (здесь $Z(T_2)$ – число ячеек, бывших эпицентрами за период $[T_1, T_2]$, а $Z(T)$ – число ячеек, бывших эпицентрами за период $[T_1, T]$). Эта величина среднего числа ошибок, приходящихся на каждый новый эпицентр, довольно стабильна во времени при разных значениях параметров модели A0.

Для всех вариантов счета в табл.3 приведены величины $Z(T_2), Z(T_e)$ – число ячеек, бывших эпицентрами за период от T_1 до конца прогноза T_e , и $N_0/(Z(T_e) - Z(T_2))$, а также соответствующие характеристики заполняемости системы N_Z . Значения $Z(T_2)$ и $Z(T_e)$ близки к числу ячеек, для которых в соответствующие моменты v_i определено точно. Средняя ошибка, приходящаяся на каждый новый эпицентр при прогнозе, в приведенных примерах находится в интервале от

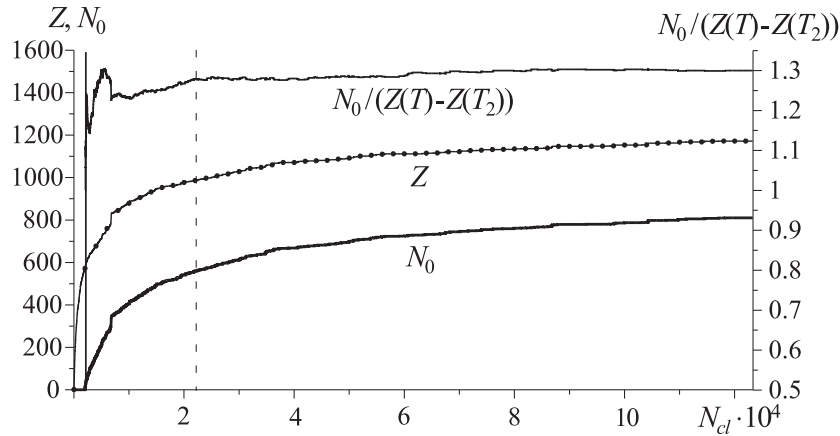


Рис. 3. Число ошибок прогноза N_0 , динамика заполняемости системы Z и среднее число ошибок относительно числа новых эпицентров $N_0/(Z(T) - Z(T_2))$ при начальном обучении на 2000 событий.

Вертикальная сплошная линия – момент начала прогноза T_2 , пунктирная – момент первых 20 000 прогнозируемых событий

$1.2 < N_0/(Z(T_e) - Z(T_2)) < 1.7$. По графику величины Z можно грубо определить длину каталога для начального обучения, необходимую для того, чтобы число ошибок в начале прогноза не превышало заданной величины.

Зависимость заполняемости системы N_Z , максимального размера кластера $\max n_{br}$ и средней величины угла наклона b накапливающегося графика повторяемости от величины коэффициента диссипации D приведена на рис. 4. График повторяемости строился с шагом 0.25 по магнитуде, а угол наклона b вычислялся методом наименьших квадратов для кластеров с $n_{br} \geq 10$ при отбрасывании правой крайней точки графика. Сами графики повторяемости для ряда значений D приведены на рис. 5.

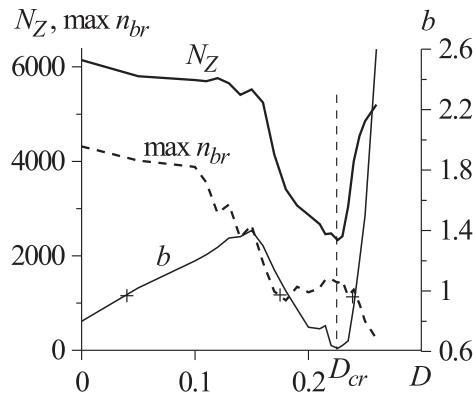


Рис. 4. Зависимость заполняемости системы N_Z , числа ячеек в максимальном кластере $\max n_{br}$ и угла наклона графика повторяемости b от коэффициента диссипации D для модели A0 на решетке размера 80×80 при $DT=10 \pm 3$

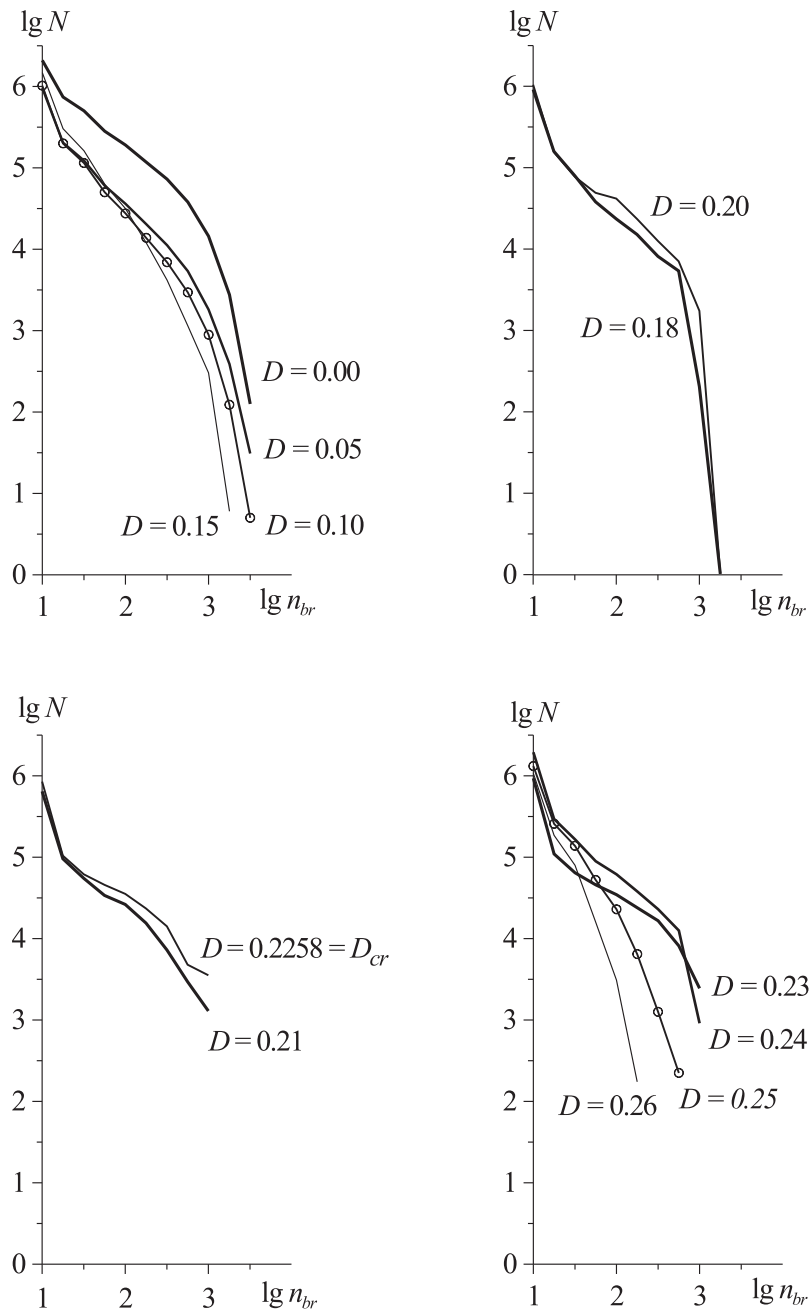


Рис. 5. Накапливающиеся графики повторяемости при различных значениях коэффициента диссипации D для модели A0 на решетке размера 80×80 при $DT = 10 \pm 3$

Из рис. 4 и 5 видно, что угол наклона b графика повторяемости сначала растет с ростом коэффициента диссипации, что естественно, так как при увеличении диссипации растет относительное число меньших по размеру кластеров. При приближении к зоне около D_{cr} большие кластеры начинают повторяться периодически, и их доля в общем числе кластеров вновь возрастает, что уменьшает угол наклона графика. Далее, при $D > D_{cr}$, эта периодичность исчезает, и угол наклона b вновь возрастает. Таким образом, угол наклона графика повторяемости близок к единице при трех разных значениях D (на рис. 4 они обозначены крестиком).

В работе [19] вводится мера периодичности $\mu = N_{cl}/N_{str}$, представляющая собой сумму длин серий регулярных повторов достаточно больших кластеров с одними и теми же эпицентрами N_{cl} , нормированную на общее число больших кластеров N_{str} .

Сравнение доли незаполненных эпицентрами ячеек системы $1 - \frac{N_z}{N \times L}$, с μ показывает их хорошую скоррелированность для модели A0 на решетке с различными разбросами DT . Один из примеров этого приведен на рис. 6.

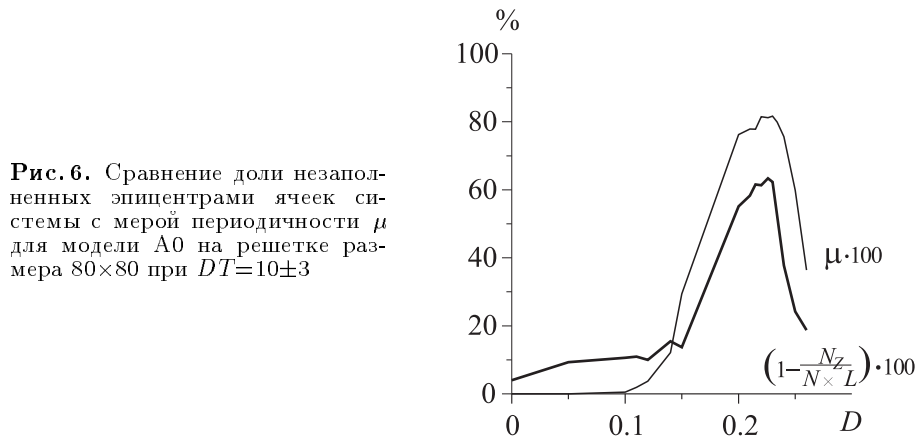


Рис. 6. Сравнение доли незаполненных эпицентрами ячеек системы с мерой периодичности μ для модели A0 на решетке размера 80×80 при $DT = 10 \pm 3$

Предельным примером малой заполняемости системы является случай, когда все ячейки решетки имеют одну и ту же скорость подтока энергии. Такая модель, как показано в работе [18], полностью периодична, т.е. с некоторого момента для любой ячейки i решетки $h_i(t + \omega) = h_i(t)$, а модельный каталог состоит из серии повторяющихся кластеров, прогноз которых не вызывает труда (см. первую графу табл. 3).

Заключение

Рассматриваемые подходы к восстановлению управляющих параметров системы испытывались на клеточных моделях разломов, многие из которых обладали свойством SOC.

В модельном каталоге перечень ячеек, составляющих каждый из кластеров, и порядок их обрыва могут быть не заданы, а точная конфигурация кластеров неизвестна. Тогда, при восстановлении коэффициента диссипации D и компонент вектора скорости подтока энергии $\mathbf{V}$, возникает проблема определения порванных соседей данной ячейки. Для ее решения приходится прибегать к различным статистическим процедурам, описанным в работе [15]. Эти процедуры пока не применялись к неабелевым моделям, но имеющиеся результаты прогноза, полученные с помощью восстановления, дают надежду на успешную модификацию этой методики с целью ее применения как к более широкому классу моделей со свойством SOC, так и к реальной сейсмичности.

Помимо загроможденных статистических процедур, при восстановлении могут использоваться известные функционалы, характерные для подготовки землетрясений, а также новые закономерности поведения клеточных моделей [19]. Важен также адекватный выбор вида клеточной модели и ее характеристик. Так, использование моделей типа asperity вместо моделей с равномерным случайным распределением скоростей подтока энергии в ячейки может существенно упростить задачу восстановления.

Данные исследования выполнены при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект N 00-15-98507 "Поддержка научных школ", N 02-05-64140), Международного научно-технического центра (проект N 1293-99), Национального научного фонда США (грант EAR - 9804859) и НАТО (грант SfP N 972266).

Приложение

1. Перераспределение энергии в моделях A1 и A0

Рассмотрим одномерную решетку из трех ячеек с номерами 1, 2, 3 на решетке. Пусть коэффициент диссипации $D = 0.6$, тогда данная ячейка при обрыве соседа получает квант энергии $K = (1 - D)/2 = 0.2$. Пусть в момент $t = 0$ исходное состояние энергии ячеек $\mathbf{H}(0) = \{0.2, 0.2, 0.4\}$, т.е. $h_1(0) = 0.2$, $h_2(0) = 0.2$, $h_3(0) = 0.4$, а скорости подтока энергии в эти ячейки $\mathbf{V} = \{0.8, 0.6, 0.6\}$. Тогда через единицу условного времени состояние ячеек станет $\{1.0, 0.8, 1.0\}$, т.е. ячейки 1 и 3 готовы порваться.

Модель А1 (абелева). Если в быстром процессе первой рвется ячейка 1, то ячейка 2 получит от нее квант энергии 0.2 и система перейдет в состояние $\{0.0, 1.0, 1.0\}$. Ячейки 2, 3 должны порваться, и если первой рвется ячейка 2, то ячейки 1 и 3 получают по кванту энергии и система переходит в состояние $\{0.2, 0.0, 1.2\}$, а после обрыва ячейки 3 – в состояние $\{0.2, 0.2, 0.2\}$, на чем и заканчивается данный быстрый процесс. Ниже, на схеме переходов, представлены все варианты перераспределения энергии в данном быстром процессе, при этом подчеркнуто состояние ячеек перед входом в быстрый процесс и при выходе из него.

$t = 0$	0.2 0.2 0.4	исходное состояние в момент $t = 0$
	+0.8 +0.6 +0.6	подток энергии извне
$t = 1$	<u>1.0 0.8 1.0</u>	состояние перед быстрым процессом в момент $t = 1$

Варианты перераспределения энергии в быстром процессе:

	0.0 1.0 1.0	1.0 1.0 0.0	
	0.2 0.0 1.2	0.0 1.2 0.0	0.0 1.2 0.0
	<u>0.2 0.2 0.2</u>	<u>0.2 0.2 0.2</u>	<u>0.2 0.2 0.2</u>
		+0.8 +0.6 +0.6	
$t = 2$		<u>1.0 0.8 0.8</u>	
		<u>0.2 0.2 0.0</u>	

Итак, независимо от порядка просмотра ячеек в быстром процессе, кластеры возникают в те же моменты времени и содержат те же ячейки, может быть рвущиеся в разных порядках.

Модель А0 (неабелева). При тех же исходных данных, что и в модели А1:

$t = 1$		1.0 0.8 1.0	
	0.0 1.0 1.0	1.0 1.0 0.0	
	0.2 0.0 1.2	0.0 1.2 0.0	0.0 1.2 0.0
	<u>0.2 0.2 0.0</u>	<u>0.2 0.0 0.2</u>	<u>0.2 0.0 0.2</u>
	+0.8 +0.6 +0.6	+0.8 +0.6 +0.6	
$t = 2$	<u>1.0 0.8 0.6</u>	1.0 0.6 0.8	
	0.0 1.0 0.6	0.0 0.8 0.8	
	<u>0.2 0.0 0.8</u>		

В момент $t = 2$, в зависимости от порядка просмотра, может образоваться кластер, состоящий либо из двух порванных ячеек, либо из одной.

2. Пример восстановления для модели A1

Рассмотрим модель A1, состоящую, как и в Приложении 1, из трех ячеек на решетке при $D = 0.6 (K = 0.2)$. Пусть $\mathbf{V} = \{1.0, 0.75, 1.0\}$, и в момент $t_0 = 0$ исходное состояние ячеек $\mathbf{H}(0) = \{0.2, 0.2, 0.2\}$. Тогда через 0.8 единиц условного времени, в момент $t_1 = 0.8$, ячейки 1, 3 придут в состояние 1 и должны порваться. Рассмотрим две схемы переходов: для просмотра слева направо (случай А) и для просмотра от краев к центру (случай Б):

$t_0 = 0$		0.2 0.2 0.2	
		+0.8 +0.6 +0.8	
$t_1 = 0.8$		<u>1.0 0.8 1.0</u>	
	случай А		случай Б
	0.0 1.0 1.0		0.0 1.0 1.0
	0.2 0.0 1.2		0.0 1.2 0.0
	<u>0.2 0.2 0.2</u>		<u>0.2 0.2 0.2</u>
$t_2 = 1.6$		<u>1.0 0.8 1.0</u>	
		<u>0.2 0.2 0.2</u>	
		+0.8 +0.6 +0.6	
$t_3 = 2.4$		<u>1.0 0.8 1.0</u>	
		<u>0.2 0.2 0.2</u>	

Случаи А и Б не отличаются по состояниям системы до и после быстрых процессов.

В случае А (просмотр слева направо) в каждом из кластеров ячейка 1 получает один квант после ее обрыва; ячейка 3 – до ее обрыва, а ячейка 2 получает один квант до обрыва, и один – после. Зная $K = 0.2$, оценим $\mathbf{V}$ для этого случая. Легко видеть, что $v_1 = 1.0$, поскольку ячейка 1 в каждый из кластеров входит первой, получает после разрыва 0.2 энергии от соседа и за время 0.8 набирает 0.8 энергии за счет подтока извне. Состояние ячейки 1 перед входом в первый кластер должно быть равно 1.0. Для оценки v_2 используем лучевую методику. Так как ячейка 2 получает в каждом из кластеров квант до своего обрыва, то $n_1 = n_2 = n_3 = 1$, а $j_1 = j_2 = j_3 = 1$, поскольку эта ячейка получает также квант и после него. На рис.П1, в его левой части, для v_2 приведена соответствующая лучевая схема. Легко подсчитать, что $v_2 \in [0.625, 0.875]$, а состояние ячейки 2 перед входом в первый кластер при $\underline{v}_2 = 0.625$ равно 1.0 ($h_2(t_1) = 1.0$) и $h_2(t_1) = 0.8$ при $\bar{v}_2 = 0.875$. Для v_3 (рис.П1, правая часть) $n_1 = n_2 = n_3 = 1$, а $j_1 = j_2 = j_3 = 0$, поскольку ячейка 3 получала квант только в кластере и до ее обрыва. Соответственно $\underline{v}_3 = 0.875$ при $h_3(t_1) = 1.0$ и $\bar{v}_3 = 1.125$ при $h_3(t_1) = 0.8$.

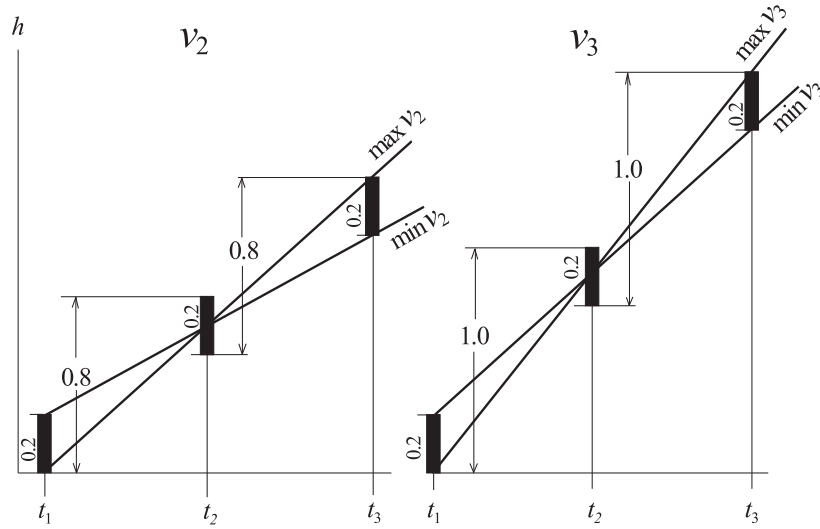


Рис. П1. Пример использования лучевой схемы для оценки скоростей ячеек 2 и 3

Легко проверить, что эти значения приводят к генерации точно таких же кластеров в моменты t_1, t_2, t_3 , что и исходная модель. Для v_2 и v_3 подходят также и любые другие решения, лежащие между оценками их минимума и максимума, совместно с соответствующими значениями $h_2(t_1)$ и $h_3(t_1)$.

В случае Б (просмотр от краев к центру) ячейки 1, 3 в каждом из кластеров получают по одному кванту после их обрыва, поэтому $v_1 = v_3 = 1.0$, а $h_1(t_1) = h_3(t_1) = 1.0$. Ячейка 2 получает два кванта до ее обрыва, следовательно, у нее $n_1 = n_2 = n_3 = 2$, а $j_1 = j_2 = j_3 = 0$. Соответствующая лучевая схема приведена на рис. П2. Из нее следует, что $\underline{v}_2 = 0.5$ при $h_2(t_1) = 1.0$ и $\bar{v}_3 = 1.0$ при $h_2(t_1) = 0.6$.

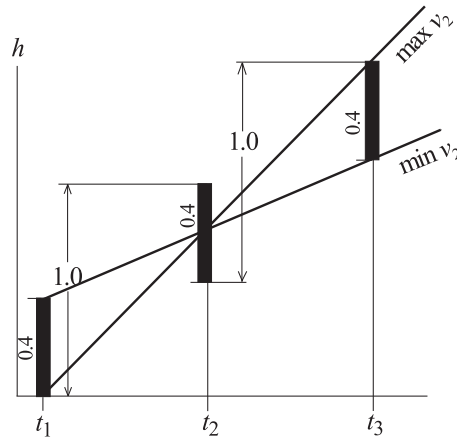


Рис. П2. Пример использования лучевой схемы для случая большего разброса в оценке скорости ячейки 2

Заметим, что, хотя в первом случае разброс оценок для v_2 уже, чем во втором, процедура восстановления при предъявлении для начального обучения более длинного каталога, так же, как и для v_3 , сводит их к одинаковым величинам.

3. Пример восстановления для модели A0

Рассмотрим модель A0, состоящую, как и ранее, из трех ячеек на решетке при $D = 0.6$ ($K = 0.2$). Пусть $\mathbf{V} = \{1.0, 1.0, 1.0\}$, и в момент $t_0 = 0$ исходное состояние ячеек $\mathbf{H}(0) = \{0.2, 0.2, 0.0\}$. В зависимости от порядка счета будут получаться следующие схемы перехода:

$t_0 = 0$		0.2 0.2 0.0	
		+0.8 +0.8 +0.8	
$t_1 = 0.8$		1.0 1.0 0.8	
	0.0 1.2 0.8		1.2 0.0 1.0
	0.2 0.0 1.0	0.0 0.2 1.0	1.2 0.2 0.0
	<u>0.2 0.2 0.0</u>	<u>0.0 0.4 0.0</u>	<u>0.0 0.4 0.0</u>
	+0.8 +0.8 +0.8	+0.6 +0.6 +0.6	
$t_2 = 1.6$	<u>1.0 1.0 0.8</u>	$t_2 = 1.4$	<u>0.6 1.0 0.6</u>

Предположим, что каталог, предъявленный для начального обучения, был сгенерирован согласно левой части схемы переходов и состоит из периодически повторяющихся через 0.8 единиц условного времени кластеров, содержащих по три ячейки. При этом ячейка 1 получает один квант после ее обрыва, ячейка 3 – один квант до ее обрыва, а ячейка 2 получает один квант до обрыва и один – после. Зная $K = 0.2$, оценим $\mathbf{V}$ для этого случая.

Как и в Приложении 2, $v_1 = 1.0$, так как ячейка 1 в каждый из кластеров входит первой, получает после разрыва 0.2 энергии от соседа и за время 0.8 набирает 0.8 энергии за счет подтока извне. Ее состояние перед входом в первый кластер должно быть равно 1.0.

Ячейка 2 получает в каждом из кластеров квант до своего обрыва, поэтому $n_1 = n_2 = 1$, а $j_1 = j_2 = 1$, поскольку эта ячейка получает также квант и после него. За интервал времени 0.8 эта ячейка только за счет подтока извне получит от 0.6 до 0.8 единиц энергии. Легко подсчитать, что $v_2 \in [0.75, 1.0]$, а состояние ячейки 2 перед входом в первый кластер как при $\underline{v}_2 = 0.75$, так и при $\bar{v}_2 = 1.0$ может быть любым от 0.8 до 1.0.

Для ячейки 3 $n_1 = n_2 = 1$, а $j_1 = j_2 = 0$, поскольку она получала квант только в кластере и до ее обрыва. Соответственно, $\underline{v}_3 \in [1.0, 1.25]$,

а состояние ячейки 3 перед входом в первый кластер может быть любой величиной от 0.8 до 1.0.

Таким образом, $\mathbf{V} = \{1.0, 1.0, 1.0\}$ и $\mathbf{H}(0.8) = \{1.0, 1.0, 0.8\}$ могут быть решением лучевой задачи, но, если выбран порядок счета, соответствующий правой части схемы, будет получен каталог, отличающийся от исходного.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Burridge R., Knopoff L.* Model and theoretical seismicity // *Bull. Seism. Soc. Amer.* 1967. Vol.57. P.341–371.
2. *Bak P., Tang C., Wiesenfeld K.* Self-organized criticality: An explanation of 1/f noise // *Phys. Rev. Lett.* 1987. Vol.59. P.381–384.
3. *Olami Z., Feder H.J.S., Christensen K.* Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes // *Phys. Rev. Lett.* 1992. Vol.68. P.1244–1247.
4. *Шнирман М.Г.* Динамическая иерархическая модель дефектообразования // Численное моделирование и анализ геофизических процессов. М.: Наука, 1987. С.87–95. (Вычисл. сейсмология; Вып.20).
5. *Gabrielov A.M., Keilis-Borok V.I., Zaliapin I.V., Newman W.I.* Critical transition in colliding cascades // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol.62. P.237–249.
6. *Наркунская Г.С., Шнирман М.Г.* Иерархическая модель дефектообразования и сейсмичность // Теория и алгоритмы интерпретации геофизических данных. М.: Наука, 1989. С.56–62. (Вычисл. сейсмология; Вып.22).
7. *Shaw B.E., Carlson J.M., Langer J.S.* Pattern of seismic activity preceding large earthquakes // *J. Geophys. Res.* 1992. Vol.97. P.479–488.
8. *Pepke S. L., Carlson J. M., Shaw B.E.* Prediction of large events on dynamical model of a fault // *J. Geophys. Res.* 1994. Vol.99, N B4. P.6769–6788.
9. *Carlson J.M., Langer J.S., Shaw B.E.* Dynamics of earthquake faults // *Rev. Modern Phys.* 1994. Vol.66, N2. P.657–670.
10. *Shnirman M.G., Blanter E.M.* Mixed hierarchical model of seismicity: Scaling and prediction // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1999. Vol.111, N3/4. P.295–303.
11. *Shebalin P., Zaliapin I., Keilis-Borok V.* Premonitory raise of the earthquakes' correlation range: Lesser Antilles // *Phys. Earth Planet. Inter.* 2000. Vol.122, N3/4. P.241–249.
12. *Шаповал А.Б., Шнирман М.Г.* О прогнозе в двузнаковой модели лавин // Проблемы динамики литосферы и сейсмичности. М.: ГЕОС, 2001. С.225–236. (Вычисл. сейсмология; Вып.32).
13. *Дмитриева О.Е., Кейлис-Борок В.И., Кособоков В.Г. и др.* Диагностика периодов повышенной вероятности сильных землетрясений в сейсмоопасных регионах СССР и ряда других стран // Численное моделирование и анализ геофизических процессов. М.: Наука, 1987. С.99–111. (Вычисл. сейсмология; Вып.20).
14. *Keilis-Borok V.I.* What comes next in the dynamics of lithosphere and earthquake prediction? // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1999. Vol.111, N3/4. P.179–185.
15. *Кузнецов И.В.* Прогноз сильных событий в моделях клеточных автоматов на основе решения обратной задачи // Проблемы динамики и сейсмичности Земли. М.: ГЕОС, 2000. С.212–220. (Вычисл. сейсмология; Вып.31).

16. *Gabrielov A., Newman W.I., Knopoff L.* Lattice models of failure: Sensitivity to the local dynamics // *Phys. Rev. E.* 1994. Vol.50, N 1. P.188–197.
17. *Gabrielov A.* Abelian avalanches and tutte polynomials // *Physica A.* 1993. Vol.195. P.253–274.
18. *Колесникова Н.М., Ротвайн И.М., Кузнецов И.В.* Динамика поведения некоторых моделей клеточных автоматов // *Проблемы динамики литосферы и сейсмичности.* М.: ГЕОС, 2001. С.212–224. (Вычисл. сейсмология; Вып.32).
19. *Ротвайн И.М., Колесникова Н.М., Ломовской И.В., Кузнецов И.В.* Поведение одного типа модели sand-pile: периодичность и ее влияние на график повторяемости // *Наст. сб.*