

УДК 550.3

ТЕРМОКОНВЕКТИВНЫЕ ВОЛНЫ В РЕОЛОГИЧЕСКИ НЕОДНОРОДНОЙ КОНТИНЕНТАЛЬНОЙ ЛИТОСФЕРЕ

Б.И. БИРГЕР

Объединенный институт физики Земли Российской академии наук, Москва

Реология горных пород описывается нелинейной наследственной (имеющей память) моделью. При такой реологии литосфера обладает колебательной неустойчивостью. Рассматривается континентальный кратон, расположенный между орогенными поясами. Начальные возмущения рельефа земной поверхности, вызванные надвигами в орогенных поясах, возбуждают амплитудно-модулированные термоконвективные волны (волновые пакеты) в литосфере. Пакеты термоконвективных волн распространяются от границ кратона к его центру и образуют под центральной областью кратона зону термоконвективных колебаний (стоячих волн) в литосфере. Над зоной колебаний, которая представляет собой систему конвективных ячеек в литосфере с периодически меняющимися направлениями течений, формируются осадочные бассейны. При решении задачи о термоконвективных волнах учитывается изменение с глубиной реологического параметра литосферы, связанное с сильной зависимостью реологических свойств от температуры, а верхняя граница литосферы (земная поверхность) рассматривается как деформируемая поверхность, на которой происходят процессы седиментации и эрозии. Подвижность верхней границы литосферы, в верхних слоях которой реологический параметр сильно возрастает, значительно выше, чем для реологически однородной модели литосферы. Другая особенность распределения реологических свойств по глубине – скачкообразное возрастание реологического параметра при переходе от коры к мантии на границе Мохо – приводит к двухъярусному конвективному движению в литосфере.

THERMOCONVECTIVE WAVES IN RHEOLOGICALLY HETEROGENEOUS CONTINENTAL LITHOSPHERE

B.I. BIRGER

United Institute of Physics of the Earth, Russian Academy of Sciences, Moscow

Rheology of rocks is described by the non-linear integral (having a memory) model. The continental lithosphere with such a rheology is overstable. A continental craton situated between orogenic belts is considered. Initial Earth surface relief perturbations, caused by overthrusting in the orogenic belts, excite amplitude-modulated thermoconvective waves (wave packets) in the lithosphere. The packets of thermoconvective waves propagate inwards the craton and form the oscillations (standing waves) zone in the lithosphere under the central part of craton. Over the oscillations zone, which is a system of convective cells with periodically changed directions of flows, sedimentary basins are formed. Solving the problem of thermoconvective waves, the depth dependence of rheological parameter of the lithosphere, caused by strong temperature dependence of rheology, is taken into consideration, and the upper boundary of the lithosphere (the Earth' surface) is considered as a surface deformation of which is accompanied by sedimentation and erosion. The mobility of the upper surface of the lithosphere, where the rheological parameter decreases with depth, is much higher than for the rheologically homogeneous model of the lithosphere. Another peculiarity of depth distribution of rheological parameter in the lithosphere, jump-like increase of the parameter on the Moho boundary between the crust and the mantle, leads to a two-layered convective cell structure in the lithosphere.

Введение

В предыдущих работах автора [1, 2] построена реологическая модель литосферы и показано, что неустойчивость литосферы реализуется в виде термоконвективных волн, которые приводят к образованию осадочных бассейнов на континентальных кратонах; в [3] решена задача о возбуждении термоконвективных волн начальными возмущениями рельефа земной поверхности. В этих работах выделялась упругая верхняя кора, а для подстилающей литосферы использовалась реологически однородная модель. В рамках такой модели требуются нереально большие начальные возмущения рельефа для возбуждения термоконвективных волн с амплитудой, необходимой для образования наблюдаемых бассейнов. Учет скачка плотности на границе Мохо приводит к необходимым начальным возмущениям рельефа к разумным значениям порядка нескольких километров. В настоящей работе рассмотрена сильная реологическая неоднородность литосферы, которая качественно изменяет полученные ранее результаты. Принципиально важными являются следующие особенности распределения реологического параметра литосферы по глубине: в коре реологический параметр уменьшается с глубиной, при переходе от коры к мантии на границе Мохо значение параметра скачкообразно возрастает, а в мантии опять убывает с глубиной.

Поскольку основой представленного здесь исследования служит реологическая модель, которая введена в [1], в следующем разделе для удобства читателя кратко изложены основные свойства этой модели.

Реологическая модель

Реология литосферы описывается нелинейной наследственной моделью, в рамках которой тензор девиатора напряжений σ_{ij} связан с тензором деформаций ε_{ij} интегральным соотношением

$$\sigma_{ij} = 2 \int_0^{\infty} R(t_1) g(\varepsilon) \varepsilon_{ij}(t - t_1) dt_1, \quad (1)$$

где t — момент наблюдения, $t - t_1$ — текущее время, $\varepsilon(\varepsilon_{kl}\varepsilon_{kl}/2)^{1/2}$ — второй инвариант тензора деформаций, ε_{tr} — переходное значение ε , наблюдаемое в лабораторных исследованиях ползучести горных пород. Функция имеет вид

$$\begin{aligned} g(\varepsilon) &\equiv 1 \quad \text{при } \varepsilon \leq \varepsilon_{tr}, \\ g(\varepsilon) &\equiv 0 \quad \text{при } \varepsilon > \varepsilon_{tr}, \end{aligned}$$

а интегральное ядро релаксации записывается как

$$R(t_1) = At_1^{-m-1}/\Gamma(m)\Gamma(1-m), \quad (2)$$

где $\Gamma(m)$ – гамма-функция, m – показатель степени в законе Андраде, описывающем неустановившуюся ползучесть, A – реологический параметр Андраде. Следует отметить, что деформация отсчитывается от состояния в момент наблюдения, поэтому

$$\varepsilon_{ij}(t) \equiv 0.$$

При $\varepsilon \leq \varepsilon_{tr}$ реологическое соотношение (1) сводится к линейному интегральному соотношению, которое определяет реологическую модель Андраде [1]

$$\sigma_{ij} = 2 \int_0^\infty R(t_1)\varepsilon_{ij}(t-t_1)dt_1 = 2 \int_0^\infty \Pi(t_1)\dot{\varepsilon}_{ij}(t-t_1)dt_1, \quad (3)$$

где $\Pi(t)$ – интегральное ядро памяти, связанное с ядром релаксации соотношениями

$$\frac{d\Pi}{d(t_1)} = -R(t_1), \quad \Pi(\infty) = 0, \quad (4)$$

$$\Pi(t_1) = At_1^{-m}/m\Gamma(m)\Gamma(1-m) \quad (5)$$

При постоянном напряжении $\sigma = const$, приложенном в момент времени $t - t_1 = 0$ (до этого момента $\sigma_{ij} = 0$), из соотношений (3)–(5) следует

$$\begin{aligned} 2\varepsilon_{ij} &= \sigma_{ij}[t^m - (t-t_1)^m]/A, \quad 0 \leq t_1 \leq t, \\ 2\varepsilon_{ij} &= \sigma_{ij}t^m/A, \quad t_1 \geq t. \end{aligned} \quad (6)$$

Если ввести время $\tau = t - t_1$, отсчитываемое от момента приложения напряжения, и тензор деформаций e_{ij} , измеряемых относительно состояния в момент $\tau = 0$, уравнения (6) сводятся к известному закону Андраде для неустановившейся ползучести

$$2e_{ij} = \sigma_{ij}\tau^m/A. \quad (7)$$

В случае стационарного течения $\varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}t_1$, где $\dot{\varepsilon}_{ij} = const$ (не зависит ни от t_1 , ни от t), уравнение (1) принимает вид

$$\sigma_{ij} = 2\dot{\varepsilon}_{ij} \int_0^{t_M} t_1 R(t_1)dt_1, \quad (8)$$

где t_M – глубина памяти (напряжение не зависит от деформаций, которые имели место при $t_1 > t_M$):

$$t_M = \varepsilon_{tr}/\dot{\varepsilon}. \quad (9)$$

Простое линейное соотношение $\varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}t_1$ справедливо только при малых деформациях. Деформации ε_{ij} , входящие в уравнение (1), действительно малы, если $\varepsilon_{tr} \ll 1$ (только этот случай и будет рассматриваться).

Как следует из (2), (8) и (9),

$$\sigma_{ij} = \frac{2A(\varepsilon_{tr}/\dot{\varepsilon})^{1-m}}{(1-m)\Gamma(m)\Gamma(1-m)}\dot{\varepsilon}_{ij}. \quad (10)$$

Установившаяся ползучесть горных пород хорошо описывается реологической моделью степенной неньютоновской жидкости

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = B\sigma^{n-1}\sigma_{ij}, \quad \sigma = (\sigma_{kl}\sigma_{kl}/2)^{1/2}. \quad (11)$$

Реологическое соотношение (11) после обращения принимает вид

$$\sigma_{ij} = B^{-1/n}\dot{\varepsilon}^{(1-n)/n}\dot{\varepsilon}_{ij}, \quad \dot{\varepsilon} = (\dot{\varepsilon}_{kl}\dot{\varepsilon}_{kl}/2)^{1/2}. \quad (12)$$

Сравнивая (10) и (12), нетрудно видеть, что используемая нелинейная наследственная модель в случае стационарного течения сводится к модели степенной жидкости с реологическими параметрами n и B , определяемыми соотношениями

$$n = 1/m, \quad 1/B = [2A/(1-m)\Gamma(m)\Gamma(1-m)]^{1/m}\varepsilon_{tr}^{(1-m)/m}. \quad (13)$$

При $m = 1/3$ (типичное значение m для геоматериалов) численный множитель $(1-m)\Gamma(m)\Gamma(1-m) \approx 3$, а уравнение (13) сводится к

$$n = 3, \quad A = cB^{-1/3}, \quad (14)$$

где коэффициент $c \approx 5 \div 10$ при ε_{tr} порядка $0.05 \div 0.1$.

Для периодического течения с частотой ω и малой амплитудой, зависящей от пространственных координат, тензор скоростей деформаций записывается как

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}(x_i) \exp[i\omega(t - t_1)], \quad (15)$$

а тензор деформаций имеет вид

$$\varepsilon_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}(x_i) \exp(i\omega t)[1 - \exp(-i\omega t_1)]/i\omega.$$

Подставляя (15) в (3), получаем реологический закон для периодических течений малой амплитуды, записанный в ньютоновской форме

$$\sigma_{ij} = 2F(\omega)\dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (16)$$

$$F(\omega) = \int_0^{\infty} \Pi(t_1) \exp(-i\omega t_1) dt_1 = \Pi^*(i\omega),$$

где $\Pi^*(i\omega)$ – лапласовское изображение интегрального ядра памяти. Функция $F(\omega)$ – эффективная ньютоновская вязкость, которая для принятой здесь реологической модели принимает вид

$$F(\omega) = A(i\omega)^{m-1}/m\Gamma(m). \quad (17)$$

Рассматривая периодическое течение малой амплитуды, наложенное на основное стационарное течение, деформации и напряжения представим в виде

$$\varepsilon_{ij} = \bar{\varepsilon}_{ij} + \varepsilon'_{ij}, \quad \sigma_{ij} = \bar{\sigma}_{ij} + \sigma'_{ij}, \quad (18)$$

где верхняя черта и штрих обозначают, соответственно, основное и наложенное течение. Как следует из (10), эффективная вязкость основного течения записывается как

$$\bar{\eta} = \frac{At_M^{1-m}}{(1-m)\Gamma(m)\Gamma(1-m)}, \quad t_M = \varepsilon_{tr}/\dot{\bar{\varepsilon}}. \quad (19)$$

Реологический закон для наложенного течения, получаемый в результате подстановки (18) в (1),

$$\sigma'_{ij} = 2\eta_{ijkl}\dot{\varepsilon}'_{kl} \quad (20)$$

имеет следующие асимптотики для низких и высоких частот

$$\eta_{ijkl} = \bar{\eta}[\delta_{ik}\delta_{jl} - 2(1-m)\dot{\bar{\varepsilon}}_{ij}\dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}/\dot{\bar{\varepsilon}}^2], \quad \omega t_M \ll 1, \quad (21)$$

$$\eta_{ijkl} = [A(i\omega)^{m-1}/m\Gamma(m)]\delta_{ik}\delta_{jl}, \quad \omega t_M \gg 1. \quad (22)$$

Асимптотическое соотношение (21) показывает, что наложенное течение описывается моделью степенной жидкости в случае, когда период наложенного течения велик по сравнению с глубиной памяти, характеризующей основное стационарное течение. Соотношение (21) можно получить, подставляя (18) в реологическое соотношение (12), соответствующее степенной жидкости.

Когда период колебаний мал по сравнению с глубиной памяти, реология наложенного течения изотропна и является точно такой же, как реология периодического течения в отсутствии основного стационарного течения, что следует из сравнения реологического соотношения (20), (22) с соотношением (16), (17). Асимптотическое соотношение (22) получено в нулевом приближении по малому параметру $1/\omega t_M$. Реологическая анизотропия наложенного течения появляется в первом приближении по этому параметру. Как следует из (17) и (19),

$$F(\omega)/\bar{\eta} = (i\omega t_M)^{m-1}(1-m)\Gamma(1-m)/m. \quad (23)$$

Соотношение (23) показывает, что при $m = 1/3$ эффективная вязкость наложенного течения значительно ниже, чем эффективная вязкость основного течения, когда $\omega t_M \ll 1$.

Считая, что $\dot{\epsilon}_{ij}(t-t_1) = 0$ при $t_1 > t$, перепишем (3) как

$$\sigma_{ij} = 2 \int_0^t \Pi(t_1) \dot{\epsilon}_{ij}(t-t_1) dt_1. \quad (24)$$

Такая форма удобна для применения преобразования Лапласа, которое и было введено для задач с начальными условиями и для функций, равных нулю до начального момента.

Зависимость реологии от глубины

Зависимость параметра Андраде от температуры и давления определяется законом Аррениуса

$$A = A_\infty \exp[(E + pV)/RT], \quad (25)$$

где A_∞ – значение параметра Андраде при бесконечно высокой температуре, E и V – энергия и объем активации, соответственно, $R = 2 \text{ кал} \cdot \text{моль}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ – газовая постоянная. В литосфере давление достаточно мало для того, чтобы пренебречь членом pV в (25). В лабораторных исследованиях высокотемпературной ползучести мантийных перидотитов [6] найдено значение показателя $m \approx 0.27$, близкое к $1/3$, и энергия активации $E \approx 30 \text{ ккал} \cdot \text{моль}^{-1}$. В работе [6] результаты исследований представлены в виде функции $Q(\omega, T)$, т.е. в виде зависимости добротности, описывающей затухание сейсмических волн, от частоты и температуры. В реологической модели Андраде ($m = 1/3$) добротность зависит от частоты как

$$Q(\omega) = 2(A/\mu)\omega^{1/3}, \quad (26)$$

где $\mu \approx 6 \cdot 10^{10}$ Па – значение упругого модуля сдвига. Используя (26) и экспериментальные результаты работы [6], нетрудно получить оценку $A_\infty \approx 10^7$ Па $\text{с}^{1/3}$.

Распределение температуры по глубине континентальной литосферы можно аппроксимировать как

$$T = 2573(1 - 0.777z), \quad 3/4 \leq z \leq 1, \quad (27)$$

$$T = 1573(1 - 0.423z), \quad 0 \leq z \leq 3/4, \quad (28)$$

где, как и в (25), температура T измеряется в градусах Кельвина, а z – безразмерная вертикальная координата (масштаб длины – 200 км). Начало координат расположено на подошве литосферы, т.е. на границе литосфера – астеносфера. Граница Мохо между мантийной и коровой литосферой имеет координату $z = 3/4$. Поверхность $z = 1$ соответствует границе между упругой верхней и неупругой нижней корой. Температура на этой границе оценивается как 573 К. В рамках кусочно-линейной аппроксимации (27) и (28) градиент температуры составляет 10 К/км в коре и 3,3 К/км в мантийной литосфере. Такое различие в градиентах температуры связано с радиоактивными источниками тепла в коре.

В самом верхнем холодном слое литосферы (упругая кора) значения параметра Андраде становятся очень большими. Если бы мы не учитывали упругость, этот холодный слой вел бы себя как “твердая крышка”, и деформация земной поверхности была бы невозможна. Деформируемость этого тонкого слоя определяется его упругостью [7], и мы будем рассматривать его как тонкую упругую пластину, лежащую на поверхности литосферы $z = 1$.

Используя (25), (27), (28) и считая, что в коре $E = 20$ ккал · моль⁻¹ (т.е. для горных пород, из которых состоит кора, характерная энергия активации в 1.5 раза ниже, чем для мантийных пород [8]), находим распределение $A(z)$ в континентальной литосфере

$$A = 10^7 \exp[3.9/(1 - 0.777z)], \quad 3/4 \leq z \leq 1, \quad (29)$$

$$A = 10^7 \exp[9.5/(1 - 0.423z)], \quad 0 \leq z \leq 3/4. \quad (30)$$

Формулы (29), (30) можно аппроксимировать как

$$A = 10 \exp(30z), \quad 3/4 \leq z \leq 1, \quad (31)$$

$$A = 1.3 \cdot 10^{11} \exp(4z), \quad 0 \leq z \leq 3/4. \quad (32)$$

Из (29), (30) следует, что в коре A меняется от 10^{11} до $3.6 \cdot 10^{14}$ Па $\text{с}^{1/3}$, а в мантийной литосфере от $1.3 \cdot 10^{11}$ до 10^{13} Па $\text{с}^{1/3}$.

Как показано в [1], при рассмотрении термоконвективных колебаний с частотой ω можно пренебрегать упругостью, если

$$(A/\mu)^3 \omega \ll 1. \quad (33)$$

Неравенство (33) означает, что эффективный модуль сдвига для неустановившейся ползучести, которую описывает реология Андраде, значительно ниже, чем упругий модуль сдвига, и, поскольку ползучий и упругий элементы соединены последовательно, упругостью можно пренебречь.

В случае, когда $m \neq 1/3$, в (33) следует писать $(A/\mu)^{1/m}$. Левая часть неравенства (33) представляет собой число Деборы, которое определяется как отношение естественного реологического времени $(A/\mu)^3$ к характерному времени рассматриваемого течения $1/\omega$. Параметр Андраде меняется с глубиной, и неравенство (33) означает, что упругостью можно пренебречь на данной глубине z , если мало локальное число Деборы

$$De(z) \ll 1.$$

Вводя безразмерный реологический параметр

$$a(z) = A(z)/A_0,$$

где A_0 – значение параметра Андраде при $z = 0$ (т.е. на границе литосферы с астеносферой) перепишем (33) в виде

$$a(z) \ll \frac{\mu}{A_0 \omega^{1/3}}. \quad (34)$$

Подставляя в (34) параметры литосферы и частоту, которая будет найдена ниже, получаем

$$a(z) \ll 6 \cdot 10^4. \quad (35)$$

Условие (35) для принятой выше зависимости $a(z)$ выполняется на любой глубине в литосфере ($0 \leq z \leq 1$), поскольку упругая кора, где условие (35) не выполнено, выделена и рассматривается как тонкая упругая пластина.

Основные уравнения

Континентальная литосфера представляет собой верхний холодный неподвижный погранслой, который образуется при развитой тепловой конвекции под континентом. Перепад температуры в погранслое –

порядка 1300 K, а толщина погранслоя превышает 200 км. Линеаризованные уравнения конвективной неустойчивости погранслоя выписываются в виде

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} &= 0, \\
-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \text{Ra} \cdot \theta &= 0, \\
\frac{\partial \nu_x}{\partial x} + \frac{\partial \nu_z}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{1}{\Delta T} \frac{dT}{dz} \nu_z - \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \theta &= 0,
\end{aligned} \tag{36}$$

где x и z – горизонтальная и вертикальная координаты, ν_i – скорость, θ и p – возмущения температуры и давления, $T(z)$ – распределение равновесной температуры по глубине. Задача о неустойчивости решается в двумерной постановке. В трехмерной постановке, но для реологической однородной литосферы, данная задача решена в работе [2]. Система уравнений (36) записана в безразмерном виде. Масштаб длины – толщина литосферы d , масштаб температуры – перепад температуры ΔT между горячей нижней и холодной верхней поверхностями слоя (обе поверхности предполагаются изотермическими). Масштаб времени d^2/\varkappa , где \varkappa – температуропроводность, масштаб скорости \varkappa/d . Для ньютоновской жидкости обычно принимается масштаб напряжения (и давления) $\varkappa\eta/d^2$, а число Рэлея определяется как $\text{Ra} = \rho g \alpha \Delta T d^3 / \eta \varkappa$, где ρ – плотность, α – коэффициент теплового расширения, g – гравитационное ускорение, η – ньютоновская вязкость, имеющая размерность Па с. Для реологической среды Андраде (параметр Андраде A имеет размерность Па с^{1/3}) введем масштабную вязкость

$$\eta_A = A_0 (d^2/\varkappa)^{2/3},$$

где A_0 – значение параметра Андраде при $z = 0$. Тогда число Рэлея определено как

$$\text{Ra} = \rho g \alpha \Delta T d^3 / \eta_A \varkappa = \rho g \alpha \Delta T d (d^2/\varkappa)^{1/3} / A_0, \tag{37}$$

а масштаб напряжения $\eta_A \varkappa / d^2 = A_0 (d^2/\varkappa)^{-1/3}$.

Литосфера характеризуется следующими значениями физических параметров:

$$\begin{aligned}
d &= 2 \cdot 10^5 \text{ м}, \quad \Delta T = 1300 \text{ К}, \quad \alpha = 3 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}, \quad \rho = 3.3 \cdot 10^3 \text{ кг м}^{-3}, \\
g &= 10 \text{ м с}^{-2}, \quad \varkappa = 10^{-6} \text{ м}^2 \text{ с}^{-1}, \quad A_0 = 1.3 \cdot 10^{11} \text{ Па с}^{1/3},
\end{aligned} \tag{38}$$

где оценка A_0 следует из (32), а оценки остальных параметров континентальной литосферы являются общепринятыми [1, 9]. Из (37) и (38) следует, что число Рэлея оценивается как $Ra = 700$.

Применяя преобразование Фурье по горизонтальной координате и преобразование Лапласа по времени к уравнениям (5), (24) и к первым трем уравнениям системы (36), получаем

$$\begin{aligned} V_x^* &= iDV_z^*/k, \\ \Sigma_{zz}^* &= -\Sigma_{xx}^* = 2\Pi^*DV_z^*, \\ \Sigma_{xz}^* &= i\Pi^*(D^2 + k^2)V_z^*/k, \\ P^* &= [\Pi^*(D^3 - k^2D) + D\Pi^*](D^2 + k^2)V_z^*/k^2, \\ \Theta^* &= \frac{1}{Ra \cdot k^2}[\Pi^*(D^2 - k^2)^2 + 2(D\Pi^*)(D^3 - k^2D) + (D^2\Pi^*)(D^2 + k^2)]V_z^*, \\ \Pi^*(s, z) &= a(z)s^{-2/3}, \end{aligned} \quad (39)$$

где изображение Фурье обозначено заглавной буквой, изображение Лапласа – звездочкой, k – переменная Фурье (волновое число), s – переменная Лапласа, и введен дифференциальный оператор $D = d/dz$.

Конвективное течение, вызванное неустойчивостью литосферы, проникает и в подстилающий литосферу астеносферный слой, где оно накладывается на основное течение. При описании основного течения мы используем результаты работы [9], в которой конвекция под континентами исследована в рамках реологической модели степенной жидкости. Другими словами, наш анализ неустойчивости литосферы сводится к исследованию неустойчивости конвективного течения, найденного в [9]. Согласно [9], в мантии под погранслоем градиент температуры близок нулю, а скорость деформации оценивается как $\dot{\epsilon} \approx 100$ в масштабе времени $d^2/\nu = 4 \cdot 10^{16}$ с, который был введен выше. Развитая конвекция, формирующая континентальную литосферу, является нестационарной. Нестационарность проявляется в виде пульсаций, продолжительность которых $10^{-1} \div 10^{-2}$ (в масштабе времени $4 \cdot 10^{16}$ с) значительно превосходит глубину памяти $t_M = \varepsilon_{tr}/\dot{\epsilon} \approx 10^{-3}$. Таким образом, скорость основного конвективного течения остается постоянной на глубине памяти. В рамках наследственной реологической модели, используемой в настоящей работе, конвективное течение, полученное в [9], является квазистационарным и адекватно описывается реологической моделью степенной жидкости. (Если бы пульсации были значительно короче, использование модели степенной жидкости для описания основного конвективного течения было бы незаконным.)

Наложенное течение в астеносфере описывается или моделью Андраде или моделью степенной жидкости в зависимости от частоты периодического наложенного течения, а точнее от того, больше или меньше

единицы выражение $\omega t_M = \omega \varepsilon_{tr} / \dot{\varepsilon}$, как следует из (21), (22). Согласно (23), при условии

$$\omega \ll \dot{\varepsilon} / \varepsilon_{tr} \quad (40)$$

наложенное течение в астеносфере описывается моделью степенной жидкости с эффективной вязкостью, которая значительно ниже, чем эффективная вязкость литосферы с реологией Андраде. Условие (40), как и условие (33), предполагает поиск волнового решения с достаточно низкой частотой. После того, как решение будет получено, следует проверить – удовлетворяет ли найденная частота принятым априори ограничениям (33) и (40), которые позволяют пренебрегать упругостью и считать эффективную вязкость астеносферы пренебрежимо малой. Правая часть неравенства (40) оценивается как $\dot{\varepsilon} / \varepsilon_{tr} = 10^3$ при $\dot{\varepsilon} = 100$ и $\varepsilon_{tr} = 0.1$, а для безразмерной частоты ниже будет найдено значение $\omega \approx 14$. Тогда, как следует из (23), $|F(\omega)| / \bar{\eta} \approx 50$. Таким образом, эффективная вязкость астеносферы значительно ниже, чем эффективная вязкость литосферы, и можно рассматривать астеносферу как слой идеальной жидкости с нулевой вязкостью или как слой с реологией Андраде, где $A = 0$. С учетом (31) и (32) распределение безразмерного реологического параметра по глубине задано в виде

$$\begin{aligned} a(z) &= 0.8 \cdot 10^{-10} \exp(30z), & 3/4 \leq z \leq 1, \\ a(z) &= \exp(4z), & 0 \leq z \leq 3/4, \\ a(z) &= 0, & -1 \leq z \leq 0. \end{aligned} \quad (41)$$

Распределение по глубине реологического параметра, соответствующее (41), показано на рис. 1.

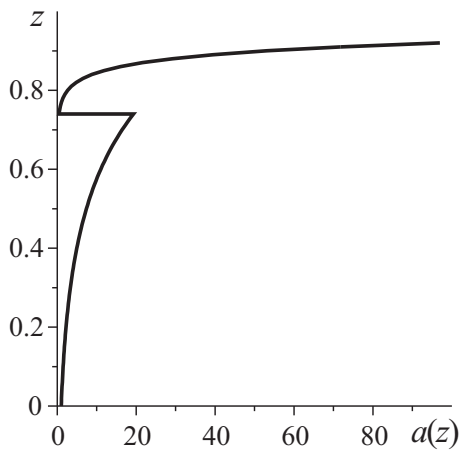


Рис. 1. Распределение реологического параметра Андраде по глубине в литосфере

Преобразуя по Фурье и Лапласу последнее из уравнений (36) (уравнение теплового баланса), получаем

$$-\frac{1}{\Delta T} \frac{dT}{dz} V_z^* + (D^2 - k^2 - s)\Theta^* = -\Theta_0(z, k),$$

$$s^{-2/3} L V_z^* - \text{Ra} \cdot k^2 \Theta^* = 0, \quad (42)$$

где введен дифференциальный оператор

$$L = a(z)(D^2 - k^2)^2 + 2(Da)(D^3 - k^2 D) + (D^2 a)(D^2 + k^2)$$

Уравнения (42) представляют собой систему двух линейных уравнений (второго и четвертого порядка) относительно переменных V_z^* , Θ^* . Начальные условия определяются $\Theta_0(z, k)$ – изображением Фурье начального возмущения температуры.

Граничные условия

Удобно выделить тонкий верхний слой коры, где параметр Андраде очень велик и деформации определяются упругостью. Этот слой, толщина которого порядка 35 км, будем называть упругой корой. Согласно теории тонкой упругой пластины [4], безразмерная сила, с которой упругая кора действует на единицу площади подстилающего слоя, записывается в виде

$$f_x = \frac{E\delta}{(1 - \nu^2)A_0(\varkappa/d^2)^{1/3}} \frac{d^2 u_x}{dx^2},$$

$$f_z = \frac{E\delta^3}{12(1 - \nu^2)A_0(\varkappa/d^2)^{1/3}} \frac{d^4 \xi}{dx^4}, \quad (43)$$

где E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, δ – безразмерная толщина упругой коры, u_x – горизонтальное смещение, ξ – вертикальное смещение земной поверхности (рельеф). Параметры в уравнениях (43) оцениваются как

$$\delta \approx 0.175, \quad E/(1 - \nu^2)\mu \approx 3,$$

где μ – упругий модуль сдвига.

С учетом упругой коры граничные условия на верхней изотермической деформируемой поверхности литосферы $z = 1$ принимают вид

$$\sigma_{xz} = 3\delta\beta \frac{d^2 u_x}{dx^2},$$

$$-p + \sigma_{zz} = -(\delta^3\beta/4) \frac{d^4 \xi}{dx^4} - \psi\xi, \quad (44)$$

$$\theta = \xi,$$

где β – безразмерный модуль сдвига

$$\beta = \mu(d^2/\varkappa)^{1/3}/A_0 \approx 1.6 \cdot 10^5,$$

ψ – безразмерное гидростатическое давление на подошве литосферы

$$\psi = \rho g d(d^2/\varkappa)^{1/3}/A_0 \approx 1.8 \cdot 10^4.$$

Процессы седиментации и эрозии, протекающие на поверхности Земли, описываются безразмерным уравнением диффузии

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \nu_z(1) + \lambda \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (45)$$

где $\lambda = \Lambda/\varkappa$ – безразмерный транспортный коэффициент. Поскольку задача о неустойчивости решается в двумерной постановке, в правой части уравнения (45) отброшена вторая производная по y . Скорость смещения земной поверхности можно представить в виде

$$\xi = u_z(1) + h, \quad (46)$$

где $u_z(1)$ – смещение границы, вызванное течениями в литосфере, h – смещение границы, связанное с притоком внешнего материала за счет седиментации или надвига. Отметим, что h – отрицательно в случае эрозии. Подставляя (46) в (45), получаем

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \text{где} \quad \lambda &= \lambda_s \quad \text{при } \xi < 0, \\ \lambda &= \lambda_{er} \quad \text{при } \xi > 0. \end{aligned}$$

Согласно [3], безразмерные транспортные коэффициенты седиментации и эрозии оцениваются как

$$\lambda_s \approx 13, \quad \lambda_{er} \approx 3.$$

Преобразуя (47) по Фурье, находим

$$\partial H / \partial t = -\lambda k^2 \Xi.$$

Применение преобразования Лапласа подразумевает, что возмущения всех физических переменных отсутствуют до начального момента времени и, в частности, $\xi(t) \equiv 0$ при $t < 0$. Поэтому начальное условие $\xi = \xi_0$ при $t = 0$ означает, что смещение границы мгновенно меняется от

нуля до значения ξ_0 . Реальный геологический процесс, в котором смещение поверхности возрастает от 0 до ξ_0 , продолжается определенное время. Но если это время мало по сравнению с периодом термоконвективных волн, которые генерируются при таком смещении, можно считать, что возмущение поверхности происходит мгновенно. Примером такого относительно быстрого процесса, производящего начальное смещение поверхности, является надвиг, вызванный столкновением литосферных плит под орогенным поясом. При надвиге начальные смещения в литосфере и на ее поверхности отсутствуют, т.е. $u_z(x, z) \equiv 0$ при $t = 0$, но начальная толщина материала на поверхности литосферы отлична от нуля, т.е. $h(x) \neq 0$ при $t = 0$.

Преобразуя (44) по Фурье и Лапласу (используя (39)), разделив первые два из уравнений (44) на ψ и замечая, что $V_z^* = sU_z^*$, когда $U_z|_{t=0} = 0$, запишем граничные условия при $z = 1$ в виде

$$\begin{aligned} \frac{s^{1/3}}{\psi} a(1) \frac{D^2 + k^2}{k^2} V_z^* &= -3\delta \frac{\beta}{\psi} D V_z^*, \\ \frac{s^{-2/3}}{\psi} \left[a(1) \left(3D - \frac{D^3}{k^2} \right) - (Da) \frac{D^2 + k^2}{k^2} \right] V_z^* &= - \left(\frac{\iota}{\psi} k^4 + 1 \right) \Xi^*, \end{aligned} \quad (48)$$

$$\Theta^* = \Xi^*,$$

где введен безразмерный параметр $\iota = \beta\delta^3/4$, имеющий смысл безразмерной изгибной жесткости упругой пластины. Безразмерный параметр β/ψ оценивается как

$$\beta/\psi = \mu/\rho g d \approx 9.$$

Преобразуя по Фурье и Лапласу (45), находим

$$\Xi^* = \frac{V_z^* + \Xi_0}{s + \lambda k^2}, \quad (49)$$

где, поскольку начальное возмущение границы создается за счет надвига, $\Xi_0 = H_0$.

Нижняя граница астеносферы предполагается "твердой" ($\nu_x = \nu_z = \theta = 0$), откуда следует

$$z = -1; \quad V_z^* = D V_z^* = \Theta^* = 0. \quad (50)$$

Приближение твердой верхней границы

В нулевом приближении по малому параметру $1/\psi$ граничные условия (48) принимают вид

$$\Xi^* = D V_z^* = \Theta^* = 0, \quad (51)$$

и граница $z = 1$ является твердой. Однако в уравнениях (48) параметр $1/\psi$, который действительно очень мал ($1/\psi \approx 5 \cdot 10^{-3}$), умножается на значения a и Da , взятые в точке $z = 1$. В случае, когда $a(z)$ задано формулой (41), значение $Da = 30a(1)$ очень велико.

Чтобы иметь возможность использовать приближение твердой границы, удобно в качестве верхней границы рассматривать $z = 1 - \delta_A$. При этом рассматриваемый конвективный слой становится тоньше, а лежащая на его поверхности пластина – толще. Тогда граничные условия (48) сводятся к граничным условиям (51), если $30a(1 - \delta_A)/\psi \ll 1$. Другими словами, верхняя граница $z = 1 - \delta_A$ может рассматриваться как “твердая” в нулевом приближении по малому параметру $30a(1 - \delta_A)/\psi$. Как следует из приведенной выше оценки ψ и формулы (41),

$$30a(1 - \delta_A)/\psi = 1.32 \exp(-30\delta_A).$$

Данный параметр можно считать малым и использовать приближение твердой границы, если $\delta_A \geq 1/20$.

Литосфера разбита на три слоя: мантийная литосфера ($0 < z < 3/4$), где распределение температуры задано уравнением (28); нижняя кора ($3/4 < z < 1$), где температура распределена по закону (27) и верхняя кора ($1 < z < 1 + \delta_e$), которую можно рассматривать как упругий слой толщиной δ_e . Кроме того, в конвективное движение вовлекается и подстилающий литосферу астеносферный слой ($-1 < z < 0$), в котором нет градиента температуры. Тонкий верхний слой нижней коры характеризуется большими значениями параметра Андраде (но не настолько большими, чтобы учитывать упругость) и имеет толщину δ_A . Рассматриваемое в дальнейшем значение $\delta_A = 1/20$ соответствует толщине верхнего слоя нижней коры, равной 10 км.

Слой толщиной $\delta = \delta_e + \delta_A$, который состоит из упругой верхней коры и верхнего слоя неупругой нижней коры, можно рассматривать как тонкую пластину, поскольку $\delta \ll 1$. Оценим теперь изгибную жесткость такой пластины.

Безразмерная изгибная жесткость неоднородной по толщине упругой пластины определяется соотношением

$$\iota = \frac{1}{A_0(z/d^2)^{1/3}} \int_{1-\delta_A-c}^{1+\delta_e-c} \frac{E}{1-\nu^2} y^2 dy,$$

где δ – безразмерная толщина пластины, $y = z - c$ – вертикальная координата в системе координат, начало которой расположено на нейтральной поверхности $z = c$ изгибаемой пластины, E – модуль Юнга,

ν – коэффициент Пуассона, причем

$$\frac{E}{1-\nu^2} = \mu \frac{4(1+\gamma)}{(1+4\gamma)}, \quad \gamma = \frac{\mu}{3K}$$

Для упругой коры γ оценивается как $\gamma = 0.15$, а $\frac{E}{1-\nu^2} \approx 3\mu$. Для среды Андраде в качестве аналога упругого модуля сдвига μ выступает величина $\mu_A = A_0(\kappa/d^2)^{1/3}a(y)(i\omega_m)^{1/3}$ (значение безразмерной частоты ω_m термоконвективной волны будет найдено в следующем разделе). Величина μ_A значительно меньше, чем $3K$, и, следовательно, для среды Андраде $\gamma = 0$, а выражение $\frac{E}{1-\nu^2}$ следует заменить на $4\mu_A$.

Безразмерная изгибная жесткость пластины, состоящей из упругого слоя толщиной δ_e и слоя с реологией Андраде толщиной δ_A , определена как

$$\iota = 3\beta \int_{1-c}^{1+\delta_e-c} y^2 dy + 4(i\omega_m)^{1/3} \int_{1-\delta_A-c}^{1-c} a(y)y^2 dy, \quad (52)$$

где β – безразмерный модуль сдвига, введенный в граничных условиях (44). Координата нейтральной поверхности находится из условия обращения в нуль продольной силы, действующей в поперечном сечении пластины:

$$\int_{1-\delta_A-c}^{1+\delta_e-c} \frac{E}{1-\nu^2} y dy = 0,$$

откуда следует

$$3\beta \int_{1-c}^{1+\delta_e-c} y dy + 4(i\omega_m)^{1/3} \int_{1-\delta_A-c}^{1-c} a(y)y dy = 0. \quad (53)$$

Согласно условию (34), куда входит размерная частота $\omega = \omega_m \kappa/d^2$, при $\delta_A < \delta_e$ второе слагаемое в левой части (53) значительно меньше, чем первое, и из (53) находим

$$c = 1 + \frac{\delta_e}{2}, \quad (54)$$

т.е. положение нейтральной поверхности такое же, как в упругой коре (добавление слоя толщиной δ_A не меняет координату нейтральной поверхности).

Подставляя (54) в (52), получаем $\iota = \beta\delta_e^3/4$.

Таким образом, добавление к упругой коре, толщина которой порядка 35 км, подстилающего тонкого слоя с реологией Андраде и толщиной порядка 10 км практически не меняет изгибную жесткость приповерхностной холодной пластины, и, следовательно, не меняет значение параметра ι в граничных условиях (48).

Для того чтобы рассматривать литосферу как слой $0 \leq z \leq 1$, надо одновременно с увеличением толщины поверхностной пластины принять и новый масштаб длины $d/(1 - \delta_A)$. При этом уравнения (42) и граничные условия (48) и (49) сохраняют свой вид, но вместо распределения (41) реологического параметра по глубине следует писать

$$\begin{aligned} a(z) &= 0.8 \cdot 10^{-10} \exp 30(1 - \delta_A)z, & 3/4(1 - \delta_A) \leq z \leq 1, \\ a(z) &= \exp 4(1 - \delta_A)z, & 0 \leq z \leq 3/4(1 - \delta_A), \\ a(z) &= 0 & -1/(1 - \delta_A) \leq z \leq 0. \end{aligned} \quad (55)$$

Поскольку $\delta_A = 1/20$, изменение масштаба длины незначительно (190 км вместо 200 км), но в силу экспоненциальной зависимости a от z сильно понижается значение $a(1)$.

Решение

Учитывая (49), условия (51) на границе $z = 1$ перепишем в виде

$$\mathbf{V}_z^* = -\Xi_0, \quad DV_z^* = \Theta^* = 0. \quad (56)$$

Решая систему дифференциальных уравнений (42) с граничными условиями (50) и (56), удобно сделать подстановку

$$V_z^* = \tilde{V}_z^*(s, z) + \Xi_0(k)F(z), \quad F(z) = (z^3 - 3z - 2)/4. \quad (57)$$

Тогда уравнения (42) принимают вид

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\Delta T} \frac{dT}{dz} \tilde{V}_z^* + (D^2 - k^2 - s)\Theta^* + \Theta_0(z, k) - \frac{1}{\Delta T} \frac{dT}{dz} \Xi_0(k)F(z) &= 0, \\ L\tilde{V}_z^* - s^{2/3}\text{Ra} \cdot k^2\Theta^* + \Xi_0(k)LF(z) &= 0. \end{aligned} \quad (58)$$

Уравнениям (58) соответствуют однородные граничные условия при $z = \pm 1$:

$$\tilde{\mathbf{V}}_z^* = D\tilde{V}_z^* = \Theta^* = 0; \quad (59)$$

в дальнейшем рассматривается только случай, когда $\Theta_0(z, k) \equiv 0$.

Для решения краевой задачи (58), (59) применяется метод Галеркина с базисными функциями для скорости

$$(1 - z)^2(1 + z)^m, \quad m = 2, 3, 4 \dots \quad (60)$$

и для температуры

$$(1 - z)(1 + z)^n, \quad n = 1, 2, 3 \dots \quad (61)$$

Функции (60) и (61) удовлетворяют граничным условиям (59). Используя только первые две функции из бесконечного набора, ищем решение в виде

$$\begin{aligned} \tilde{V}_z^* &= C_1^*(s, k)(1 - z)^2(1 + z)^2 + C_2^*(s, k)(1 - z)^2(1 + z)^3, \\ \Theta^* &= C_3^*(s, k)(1 - z)(1 + z) + C_4^*(s, k)(1 - z)(1 + z)^2. \end{aligned} \quad (62)$$

Подставляя (62) в (58) и накладывая условия ортогональности (левая часть первого из уравнений (58) ортогональна к двум первым функциям системы (61), а левая часть второго из уравнений (58) ортогональна к двум первым функциям системы (60)), получаем систему линейных алгебраических уравнений для искомым коэффициентов $C_i^*(s, k)$

$$A_{ij}C_j^* = B_i, \quad i, j = 1, 2, 3, 4, \quad (63)$$

где элементы матрицы A_{ij} зависят от s и k , компоненты вектора B_i зависят от k , а по повторяющемуся индексу предполагается суммирование. Определитель $\det A_{ij}$ обращается в нуль при $s = i\omega$. Выражения для C_i^* представим в виде ряда Лорана в окрестности полюса первого порядка $s = i\omega$

$$C_i(s, k) = \frac{c_i(k)\Xi_0(k)}{s - i\omega(k)} + \dots \quad (64)$$

В правой части (64) выписан только первый член в разложении по степеням $s - i\omega$. Обращая лапласовское изображение (64), получаем

$$C_i(t, k) = c_i(k) \exp[i\omega(k)t]. \quad (65)$$

Таким образом, ω является комплексной частотой термоконвективной волны.

Подстановка $s = i\omega$ в уравнение $\det A_{ij} = 0$ дает приближенное дисперсионное соотношение, полученное в рамках метода Галеркина:

$$\Phi(\omega, k, \text{Ra}) = 0.$$

Нет смысла выписывать в явном виде это громоздкое уравнение. Дисперсионное соотношение позволяет найти такое значение Ra_m числа Рэлея, называемое минимальным критическим числом Рэлея, при котором не испытывают затухания только термоконвективные волны, имеющие волновое число k_m и частоту ω_m . Значение ω_m – действительное ($\text{Im}\omega_m = 0$), что и означает отсутствие затухания. Расчеты приводят к следующим оценкам:

$$\text{Ra}_m = 900, \quad k_m = 2.6, \quad \omega_m = 14.4.$$

Найденное значение Ra_m несильно отличается от значения $\text{Ra} \approx 700$, характеризующего литосферу, и с учетом неопределенности оценок физических параметров литосферы можно считать, что литосфера находится в режиме пороговой неустойчивости, при котором $\text{Ra} = \text{Ra}_m$. Последнее предположение позволяет пренебречь слабым затуханием термоконвективных волн в литосфере, которое имеет место при $\text{Ra} < \text{Ra}_m$.

Используя только по одной (первой) функции из наборов (60) и (61), мы получаем близкие оценки для Ra_m , k_m , ω_m . Но в таком приближении нельзя правильно описать зависимость скорости от глубины. С другой стороны, дальнейшее увеличение числа базисных функций (три первые функции из набора (61)) слабо изменяют эту зависимость.

Как следует из (62), (64) и (65),

$$\begin{aligned} V_z(t, z) &= \exp(i\omega t)(1-z)^2(1+z)^2(c_1 + c_2 + c_2z)\Xi_0, \\ \Theta(t, z) &= \exp(i\omega t)(1-z)(1+z)(c_3 + c_4 + c_4z)\Xi_0, \end{aligned} \quad (66)$$

где $c_i = c_i(k)$, $\Xi_0 = \Xi_0(k)$. При выводе уравнений (66) учтено, что поскольку V_z^* и \tilde{V}_z^* отличаются на слагаемое, независящее от s , их лапласовские оригиналы совпадают: $V_z(t, z) \equiv \tilde{V}_z(t, z)$. Уравнения (66) дают решение задачи в виде изображения Фурье в нулевом приближении по $1/\psi$. Обращая изображение Фурье (66), получаем

$$\begin{aligned} \nu_z(x, z, t) &= (1-z^2)^2 \int_{-\infty}^{\infty} [c_1(k) + (1+z)c_2(k)] \times \\ &\times \Xi_0(k) \exp[i(kx + \omega(k)t)] dk, \end{aligned} \quad (67)$$

$$\begin{aligned} \theta(x, z, t) &= (1-z^2) \int_{-\infty}^{\infty} [c_3(k) + (1+z)c_4(k)] \times \\ &\times \Xi_0(k) \exp[i(kx + \omega(k)t)] dk, \end{aligned} \quad (68)$$

Как показано в [2], при достаточно больших временах, отсчитываемых от момента начального возмущения, уравнение (67) принимает вид

$$\begin{aligned} \nu_z(x, z, t) = & (\pi/bt)^{1/2}(1-z^2)[c_1(k_m) + (1+z)c_2(k_m)] \times \\ & \times \Xi_0(k_m) \exp \left[i(k_m x + \omega_m t) - \frac{x + Vt}{4bt} \right], \end{aligned} \quad (69)$$

аналогичный вид принимает и уравнение (68). В уравнении (69) V и b – коэффициенты в разложении комплексной частоты ω в степенной ряд в окрестности $k = k_m$

$$i\omega = i\omega + iV(k - k_m) - b(k - k_m)^2 + \dots$$

Отметим, что V означает безразмерную групповую скорость термоконвективных волн, а коэффициент $b = d^2\omega/dk^2|_{k=k_m}$ определяет дисперсию. Коэффициенты в уравнении (69) оцениваются как

$$\begin{aligned} V & \approx 8.4, & b & \approx 4.7 - 3.2i \\ c_1(k_m) & = -223 - 14i, & c_2(k_m) & = 118 + 7i, \\ c_3(k_m) & = -0.42 - 0.15i, & c_4(k_m) & = 1.1 - 0.83i. \end{aligned} \quad (70)$$

Уравнение (69) справедливо при $|b|t \gg 1$. Так как $|b| \approx 5.7$, это условие выполняется для $t \gg 0.17$.

Уравнение (69) описывает волновой пакет. Ширина пакета и время, за которое пакет проходит через фиксированную точку, оцениваются как

$$2\Delta x \approx 2(|b|t)^{1/2}, \quad 2\Delta t \approx 2(|b|t)^{1/2}/V. \quad (71)$$

Пусть начальное возмущение имеет вид

$$\begin{aligned} \xi_0(x) & = \xi_0, & \text{если } |x| < l, \\ \xi_0(x) & = 0, & \text{если } |x| > l, \end{aligned} \quad (72)$$

где $2l$ – ширина области начального возмущения. Изображение Фурье начального возмущения (72) записывается как

$$\Xi_0(k) = (\xi_0/\pi k) \sin kl. \quad (73)$$

Формирование осадочных бассейнов

Рассмотрим кратон, имеющий ширину $2L$ и расположенный между орогенными поясами, начальные возмущения в которых описываются уравнениями (72). Ширина орогенного пояса значительно меньше, чем ширина кратона, т.е., $l \ll L$. Два пакета термоконвективных волн, возбуждаемых в орогенных поясах, распространяются от краев кратона к его центру. Бегущие волновые пакеты встречаются в центральной части кратона в момент времени $t_0 = L/V$ и образуют зону колебаний (стоячих волн). Зона колебаний имеет ширину порядка $2(|b|t_0)^{1/2}$ и время существования порядка $2(|b|t_0)^{1/2}/V$. При $L \approx 5$ (ширина кратона около 2000 км) ширина зоны колебаний составляет приблизительно 3.7 (примерно треть ширины кратона), а время существования этой зоны – порядка 0.44 (чуть больше одного периода термоконвективных волн). Напомним, что период оценивается как $2\pi/\omega_m \approx 0.4$, а длина волны как $2\pi/k_m \approx 2.3$.

Как следует из (69), амплитуда вертикальной скорости для термоконвективных колебаний в центральной части кратона зависит от множителя $(\pi/|b|t)^{1/2}$, где t лежит в диапазоне $t_0 - \Delta t \leq t \leq t_0 + \Delta t$, а Δt определена уравнением (71). Поскольку $\Delta t \ll t_0$, множитель $(\pi/|b|t)^{1/2}$ можно считать постоянным, подставив t_0 вместо t . Для $L \approx 5$ этот множитель оценивается как 1. В зоне стоячей волны, где накладываются бегущие в противоположных направлениях термоконвективные волны, поле скоростей принимает вид

$$\begin{aligned} \nu_z(x, z, t) = & 2(1 - z^2)^2 [c_1(k_m) + (1 + z)c_2(k_m)] \times \\ & \times \Xi_0(k_m) \cos k_m x \exp(i\omega_m t). \end{aligned} \quad (74)$$

Соотношение (74), с учетом найденных значений коэффициентов, записывается в виде

$$\begin{aligned} \nu_z(x, z, t) = & 2\Xi_0(k_m)\nu_z(z) \cos(k_m x) \exp(i\omega_m t), \\ \nu_z(z) = & -105(1 - z^2)^2(1 - 1.124z). \end{aligned}$$

Правая часть последнего уравнения обращается в нуль при $z = 0.89$. Найденное распределение скорости по глубине описывает двухярусное конвективное колебательное движение, показанное на рис. 2. Двухярусный характер конвекции связан с большими значениями параметра Андраде и, следовательно, с большими эффективными вязкостями в верхних слоях мантийной литосферы под границей Мохо. В литосфере реализуется такое конвективное движение, при котором в слоях с высокой эффективной вязкостью скорость мала. Поскольку скорость на границе

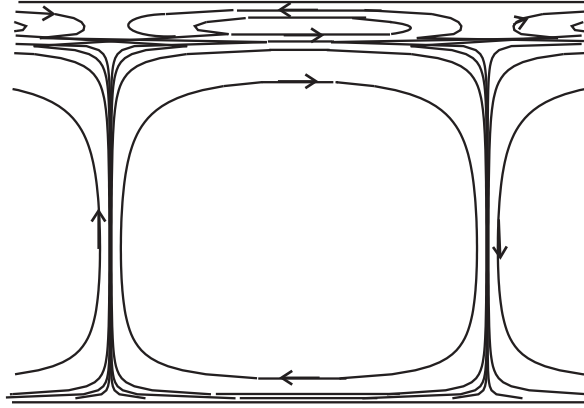


Рис. 2. Картина конвективных течений в литосфере (на рис. показаны линии тока). Направления течений периодически меняются

Мохо мала, скачок плотности на этой границе слабо влияет на конвективное движение, и его можно не учитывать.

В нулевом приближении по $1/\psi$ земная поверхность не деформирована. В первом приближении по $1/\psi$, как следует из (48), в зоне стоячей волны

$$\xi(x, t) = \xi \cos k_m x \exp(i\omega_m t), \quad (75)$$

$$\xi = 2\Xi_0(k_m) \frac{(i\omega_m)^{-2/3}}{\psi \left(1 + \frac{\delta^3 k_m^4}{4} \frac{\mu}{\rho g d}\right)} \left[a(1) \left(\frac{D^3}{k^2} - 3D \right) + (Da) \frac{D^2 + k^2}{k^2} \right] \nu_z(z)|_{z=1},$$

где множитель 2 появляется за счет наложения бегущих волн и образования стоячей волны (термоконвективного колебания). Заметим, что

$$1 + \frac{\delta^3 k_m^4}{4} \frac{\mu}{\rho g d} \approx 1.5. \quad (76)$$

Согласно (75), ξ не зависит от транспортного коэффициента λ . Подставляя (75) в (47) и интегрируя, находим толщину осадков в средней части бассейна, накопленных за полупериод, когда происходит опускание поверхности и седиментация ($\lambda = \lambda_s$):

$$\Delta h = \frac{2\lambda_s k_m^2}{\omega_m} |\xi| \approx 12.2 |\xi|. \quad (77)$$

В следующий полупериод, когда $\lambda = \lambda_{er}$ и происходит эрозия, малая часть накопленных осадков ($\lambda_{er} \ll \lambda_s$) снимается.

Как следует из (73), для $l = 1/2$ (ширина начального возмущения 200 км)

$$\Xi_0(k_m) \approx 0.12\xi_0. \quad (78)$$

Из уравнений (75)–(78) следует

$$|\xi| \approx 0.33\xi_0, \quad \Delta h \approx 4\xi_0, \quad |U| \approx 1.75\xi_0. \quad (79)$$

Равенства (79) показывают, что для накопления слоя осадков толщиной 1 км за полупериод колебания необходимо начальное возмущение рельефа порядка 250 м. При этом амплитуда вертикального смещения на глубине 200 км ($z = 0$) составляет 425 м, а амплитуда колебаний земной поверхности порядка 82.5 м. Амплитуда колебаний горизонтальных смещений земной поверхности, как следует из (44), пренебрежимо мала (на три порядка ниже, чем амплитуда вертикальных смещений земной поверхности).

Эти результаты получены для случая, когда холодная реологически неоднородная верхняя пластина, тонкая по сравнению с литосферой, имеет толщину порядка 45 км. Верхний слой толщиной порядка 35 км – упругий (в этом слое параметр Андраде очень велик, и можно пренебречь деформациями ползучести). Нижний слой имеет толщину порядка 10 км, в этом слое параметр Андраде значительно превосходит его значения в подстилающей литосфере, но недостаточно велик для того, чтобы учитывать упругость.

Если не включать нижний 10-километровый слой в верхнюю пластину, а рассматривать его как часть конвектирующей литосферы, то распределение скорости, полученное в нулевом приближении по $1/\psi$, сохраняет свой вид; изгибная жесткость пластины тоже почти не меняется, остаются в силе и соотношения (76)–(78). Но параметр Андраде на верхней границе конвектирующей литосферы, а, следовательно, и $a(1)$ в уравнении (75) возрастает в 4.3 раза. В этом случае вместо (79) получаем

$$|\xi| \approx 1.4\xi_0, \quad \Delta h \approx 17\xi_0, \quad |U| \approx 1.75\xi_0.$$

Тогда для получения 1 км осадков требуется начальное возмущение рельефа порядка 60 м, амплитуда колебаний вертикальных смещений на глубине 200 км составляет 100 м, а амплитуда колебаний земной поверхности 82 м. Таким образом, смещения поверхности имеют тот же порядок, что и смещения в глубине конвектирующей литосферы. Следовательно, в этом случае приближение твердой границы действительно неприменимо.

Заключение

Любое малое возмущение рельефа земной поверхности (или температуры в литосфере) генерирует мало-амплитудные термоконвективные волны. Для объяснения образования и эволюции осадочных бассейнов нужны термоконвективные волны с достаточно большими амплитудами. Такие волны возбуждаются большими начальными возмущениями, происхождение которых можно связать с поднятиями в орогенных поясах, окружающих кратоны. Можно предположить, что эти поднятия вызваны столкновением каких-либо двух континентальных литосферных плит [10]. При таком столкновении изменяется вся глобальная картина движений литосферных плит, а на границах между континентальными плитами возникают надвиги, которые ведут к утолщению коры, поднятию и образованию горных цепей (орогенезу). В то же время происходит глобальная переориентация мантийных течений, в результате которой возникает новая глобальная картина движения литосферных плит и начинается новый тектонический цикл. Типичная длительность такого тектонического цикла – порядка 200 млн лет.

Пакеты термоконвективных волн, возбуждаемых в орогенных поясах, распространяются в континентальной литосфере под кратоном, встречаются под его центральной частью и создают зону термоконвективных колебаний (стоячих волн) в литосфере. Время, за которое пакет термоконвективных волн проходит расстояние порядка 1000 км от границы до центра кратона, – порядка 700 млн лет, что значительно превышает длительность тектонического цикла.

Термоконвективные колебания континентальной литосферы вызывают колебания земной поверхности, опуская одни регионы и поднимая другие. Когда регион будущего бассейна опускается ниже уровня моря и заполняется водой в течение полупериода колебаний, осадки накапливаются. В течение следующего полупериода поверхность бассейна поднимается выше уровня моря, но эрозия снимает только малую часть осадков, накопленных за предыдущий полупериод, поскольку скорость эрозии значительно ниже, чем скорость седиментации. Полудлина волны того же порядка, что и типичный размер бассейна, а период термоконвективных колебаний того же порядка, что и длительность мегацикла в осадконакоплении. Поэтому термоконвективные колебания можно рассматривать как механизм образования и эволюции осадочных бассейнов на континентальных кратонах.

Помимо числа Рэлея, задача имеет еще один безразмерный параметр. Этот параметр пропорционален величине реологического параметра Андраде на верхней границе, характеризует подвижность верх-

ней границы и используется как малый параметр при решении задачи. В нулевом приближении по этому малому параметру верхняя граница остается неподвижной при конвективном движении в литосфере. Смещение границы (58) найдено в первом приближении по малому параметру и зависит от распределения скорости и реологического параметра по глубине тонкого слоя, примыкающего к верхней границе. Если сильно (но не более чем на 2 порядка) увеличить значение реологического параметра в этом тонком слое, пропорционально возрастает и смещение границы, поскольку распределение скорости по глубине, которое определяется с помощью метода Галеркина, почти не меняется. (При увеличении реологического параметра в приповерхностном слое более чем на 2 порядка распределение скорости по глубине сильно изменяется.) Таким образом, подвижность верхней границы литосферы, в верхних слоях которой реологический параметр Андраде сильно возрастает, значительно выше, чем для реологически однородной модели литосферы. Именно поэтому в рамках реологически однородной модели литосферы требуются нереально большие начальные возмущения рельефа для возбуждения термоконвективных волн с амплитудой, необходимой для образования наблюдаемых бассейнов, а в реологически неоднородной литосфере нужны начальные возмущения рельефа порядка 1 км. Другая особенность распределения реологии по глубине – скачкообразное возрастание реологического параметра при переходе от коры к мантии на границе Мохо – приводит к двухъярусному конвективному движению в литосфере.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект N 03-05-64242).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Birger B.I.* Rheology of the Earth and thermoconvective mechanism for sedimentary basins formation // *Geophys. J. Inter.* 1998. Vol.134. P.1–12.
2. *Birger B.I.* Excitation of thermoconvective waves in the continental lithosphere // *Geophys. J. Inter.* 2000. Vol.140. P.24–36.
3. *Биргер Б.И.* Термоконвективная теория происхождения осадочных бассейнов. Роль начальных возмущений рельефа и скачка плотности на границе Мохо // *Проблемы теоретической сейсмологии и сейсмичности (Вычисл. сейсмология; Вып. 33)*. М.: ГЕОС, 2002. С.337–368.
4. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. М.: Наука, 1965. 203 с.
5. *Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.* Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
6. *Berckhemer H., Auer F., Drisler J.* High-temperature anelasticity and elasticity of mantle peridotite // *Phys. Earth Planet. Inter.* 1979. Vol.20. P.48–59.

7. *Burov E.B., Diament M.* The effective elastic thickness (T_e) of continental lithosphere: What does it really mean? // *J. Geophys. Res.* 1995. Vol.100. P.3905–3927.
8. *Wdowinski S., Bock Y.* The evolution of deformation and topography of high elevated plateaus. 1. Model, numerical analysis, and general results // *J. Geophys. Res.* 1994. Vol.99. P.7103–7119.
9. *Dumolin C., Doin M.-P., Fleitout L.* Heat transport in stagnant lid convection with temperature- and pressure-dependent Newtonian or non-Newtonian rheology // *J. Geophys. Res.* 1999. Vol.104. P.12759–12777.
10. *Christensen U.R., Yuen D.A.* Time dependent convection with non-Newtonian rheology // *J. Geophys. Res.* 1989. Vol.94. P.814–820.
11. *Терком Д., Шуберт Дж.* Геодинамика. Геологические приложения физики сплошных сред. М.: Мир, 1985. 730 с.